Das Material und die statische Berechnung der ...

Max Foerster



Das

Material und die statische Berechnung

der

Eisenbetonbauten

Unter besonderer Berücksichtigung der Anwendung im Bauingenieurwesen

von

Max Foerster

ord. Professor für Bauingenieur-Wissenschaften an der Technischen Hochschule zu Dresden

Mit 93 Abbildungen im Text

Leipzig

Verlag von Wilhelm Engelmann

1907

Druck der Kgl. Universitätsdruckerei von H. Stürtz in Würzburg.

Vorwort.

Bei der großartigen Entwicklung, welche der Eisenbetonbau, im besonderen in den letzten fünf Jahren, erfahren hat, erschien es geboten, daß das Handbuch der Ingenieurwissenschaften und die mit diesem in engster Beziehung stehenden Fortschrittshefte auch diesem neuesten, für das bauliche Schaffen hoch wichtigen Gebiete die gebührende Beachtung zu teil werden ließen.

Der vorliegenden Bearbeitung, welche sich im besonderen mit dem Material und der statischen Berechnung der Eisenbetonbauten im Hinblicke auf das Bauingenieurwesen beschäftigt, fiel demgemäß die Aufgabe zu, eine bemerkbar gewordene Lücke auszufüllen.

Es liegt auf der Hand, daß ein so junges Wissenschaftsgebiet wie das des Eisenbetonbaues heut noch nicht vollkommen geklärt sein kann, daß sich hier besonders die theoretischen Anschauungen, in dauernder Fortentwickelung begriffen, noch vielfach gegenüberstehen werden. Auf der anderen Seite dürfte es aber wohl kein Gebiet des Bauwesens geben, auf dem — wie beim Eisenbeton — von vornherein Praxis und Theorie in so enger und fruchtbringender Wechselwirkung zueinander gestanden haben, bei welchem sich der praktische Versuch einer so ausschlaggebenden Bedeutung und Anerkennung von Anfang an erfreuen durfte.

Unter hervorragender Mitwirkung der Material-Prüfungsanstalten — allen voran der unter der Leitung des Baudirektors Professors Dr.-Ing. v. Bach stehenden Stuttgarter Anstalt —, unter uneigennütziger Mithilfe der Eisenbetonindustrie, im besonderen der Firma Wayß & Freytag zu Neustadt a. d. H. und ihres technischen Direktors, jetzigen Professors in Zürich, E. Mörsch, schließlich befruchtet durch die praktisch und theoretisch hervorragenden Arbeiten von Männern wie v. Emperger-Wien, v. Thullie-Lemberg, Koenen-Berlin, Möller-Braunschweig, Sanders-Amsterdam u. a. m. ist heute eine Theorie des Eisenbetonbaues begründet, die zwar noch nicht als vollkommen gelten kann, aber für eine Anwendung in der Praxis als durchaus ausreichend zu erachten und durch diese als bewährt zu bezeichnen ist.

Dem Zwecke eines Fortschrittheftes entsprechend, beschäftigt sich die vorliegende Bearbeitung im besonderen mit den neueren Versuchen und theoretischen Ermitte-

lungen im Gebiete des Eisenbetonbaues. Wenn hierbei den Erörterungen über das Material und vor allem dessen technische Eigenschaften ein breiter Raum eingeräumt ist, so hat dies seinen Grund darin, daß gerade hier die Erforschung der Baustoffe und der Festigkeitsverhältnisse des Verbundes das Fundament bildet, auf dem allein das theoretische Erkennen sich aufzubauen vermag; es muß demgemäß gerade bei den Eisenbetonbauten eine genaueste Materialkenntnis als für das Verständnis der Wirkungsweise des „Verbundes" vorausgesetzt werden.

Bei den theoretischen Erörterungen ist den verschiedenartigen Auffassungen insofern Beachtung gezollt, als neben der meist üblichen, auf einer Vernachlässigung der Zugwirkung des Betons beruhenden Berechnungsweise auch Erörterungen entgegengesetzter Art aufgenommen sind; auch werden die bekannteren in der Praxis eingeführten Näherungsmethoden behandelt. Daneben ist ein Hauptaugenmerk darauf gerichtet, nicht allein die Wege vorzuführen, mit deren Hilfe ein gegebener Querschnitt beurteilt werden kann, sondern auch die Methoden anzugeben, welche zu einer unmittelbaren Querschnittsbemessung hinleiten.

Dem vorliegenden Fortschrittshefte soll in kurzer Zeit ein zweites folgen, welches sich mit der besonderen Anwendung des Eisenbetons im Gebiete des Brückenbaues beschäftigen wird; dieses zweite Heft wird in mancher Beziehung — namentlich bezüglich der Berechnung der Eisenbetonbrücken — eine Ergänzung der vorliegenden Bearbeitung darstellen.

Möge das vorliegende Heft sich in der Praxis und auf den technischen Hochschulen Freunde gewinnen! Der Verfasser ist sich wohl bewußt, an eine schwierige Aufgabe herangetreten zu sein.

Zum Schlusse will ich nicht verfehlen, der Verlagsbuchhandlung Wilhelm Engelmann zu Leipzig meinen Dank und meine Anerkennung auszusprechen für das große Interesse, welches sie dem vorliegenden Fortschrittshefte entgegengebracht hat und für die bewährte Förderung, die sie ihm angedeihen ließ.

Dresden, im April 1907.

Professor **M. Foerster.**

Inhalts-Verzeichnis.

Teil I.

Das Material der Eisenbetonbauten.

Teil II.

Die statische Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen.

Verwendete Abkürzungen.

B. u. E. = Beton und Eisen. Internationales Organ für Betonbau, neuere Bauweisen und Bauwerke. Herausgeber: K. K. Baurat Dr. Ing. F. v. Emperger; Verlag: Wilhelm Ernst & Sohn Berlin.

Forscherheft = Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons. Herausgeber und Verlag wie vorstehend.

Z. u B. = Zement und Beton. Ill. Fachschrift für Zement- und Betonbau. Verlag: Tonindustrie-Zeitung, Berlin.

D. B. = Deutsche Bauzeitung, Berlin.

D. B. Z. = Deutsche Bauzeitung, Mitteilungen über Zement, Beton- und Eisenbetonbau, unter Mitwirkung des Vereins deutscher Portland-Zement-Fabrikanten und des Deutschen Beton-Vereins. — Berlin.

Z d B. = Zentralblatt der Bauverwaltung — Verlag: Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.

Ö. Z. = Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines — Verlag: C. W. Seidel & Sohn, Wien.

H. Z. = Zeitschrift des Hannöverschen Architekten- und Ingenieur-Vereins bezw. Zeitschrift für Architektur- und Ingenieur-Wesen. Verlag: C. W. Kreidel, Wiesbaden.

Berliner Mitt. = Mitteilungen aus der Kgl. Material-Prüfungsanstalt zu Berlin bezw. Mitteilungen aus dem Kgl. Materialprüfungsamt zu Groß-Lichterfelde-West. Verlag: Julius Springer, Berlin.

Schw. Bztg. = Schweizerische Bauzeitung. Verlag: Rascher & Co., Zürich.

Z. d. V. d. I. = Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure. Verlag: Julius Springer, Berlin.

Die sonst benutzten Zeitschriften sind in allgemein zu verstehender Weise abgekürzt bezeichnet.

Teil I.

Das Material der Eisenbetonbauten.

§ 1.

Das Bindemittel.

Verwendung findet als wichtigster Rohstoff zur Herstellung des Betons in der Regel ein normaler — und zwar langsam bindender — Portlandzement. Während es bisher üblich war, unter diesem Rohstoffe ein Erzeugnis zu verstehen, „entstanden durch Brennen einer innigen Mischung von Kalk und tonhaltigen Materialien, bis zur Sinterung und darauf folgender Zerkleinerung bis zur Mehlfeinheit“, ist in neuerer Zeit — um eine schärfere Unterscheidung gegenüber Schlacken- und anderen Mischzementen zu erzielen, für die Begriffserklärung des Portlandzementes die nachfolgende Form in Vorschlag gebracht worden[1]): „Portlandzement ist ein hydraulisches Bindemittel von nicht unter 3,1 spez. Gewicht (bezogen auf geglühten Zustand) und mit nicht weniger als 1,7 Gewichtsteilen Kalk auf 1 Gewichtsteil kieselsaure Tonerde und Eisenoxyd, hervorgegangen aus einer innigen Mischung der Rohstoffe durch Brennen bis mindestens[2]) zur Sinterung und darauf folgender Zerkleinerung bis zur Mehlfeinheit.“

Die Eigenschaften des Portlandzementes sind in den meisten Kulturländern durch genau begrenzte Vorschriften für die Lieferung und Prüfung des Materials in fester Umrahmung bestimmt[3]); demgemäß ist auch die Güte des Materials einerseits eine große, andererseits seine Zusammensetzung in nur engen Grenzen schwankend.

Schnell bindender Portlandzement ist für die Herstellung der Eisenbetonbauten deshalb weniger geeignet als ein Langsambinder, weil hier in der Regel größere Mengen von Mörtel oder Beton in Frage kommen und ihre Verarbeitung nicht

[1]) Vergl. u. a. D. B. Z. 1904, Nr. 6, S. 24.

[2]) Der Ausdruck „mindestens bis zur Sinterung“ ist dadurch bedingt, daß beim Ringofenbetriebe die Zementklinker z. T. bis zum Schmelzen kommen. Derartige Erzeugnisse sind aber nicht auszuschließen.

[3]) Vergl. hierüber u. a. die Zusammenstellung im Beton-Kalender 1907 (II. Aufl.) S. 156 u. folg.

so schnell möglich ist, um — bei rascher Abbindung des Zementes — ein teilweises vorzeitiges Erhärten des Betons auszuschließen. Zudem muss ein Schnellbinder mit einem hohen Gehalte von Wasser angemacht werden; hierdurch erwachsen sowohl Ausführungsschwierigkeiten, als sich auch die mit der Menge des Anmachewassers zunehmende Gefahr der Rissebildung beim Erhärten des Betons steigert. Es wird deshalb der schnellbindende Portlandzement fast ausschließlich dort Verwendung finden, woselbst Ausbesserungsarbeiten vorzunehmen, Betonflächen möglichst schnell zum Erhärten und Abdichten zu bringen sind u. dergl.; jedoch auch hier ist es — wegen der vorerwähnten Gefahr des Reißens — üblich, dem Schnellbinder langsam erhärtendes Material zuzusetzen.

Die mit Portlandzement zur Mörtel- bezw. Betonbildung zu mischenden Zusatzstoffe sind je nach der Art des Bauwerkes und der diesem eingefügten Eiseneinlagen von verschiedener Korngröße und Art; allgemein sei jedoch betont, daß sich ein feinkörniger Sand für den Eisenbetonbau als gänzlich ungeeignet erzeigt hat; auch sollen die als Zuschlag verwendeten Baustoffe in der Regel zum mindesten die gleiche Festigkeit besitzen, wie der erhärtete Mörtel des Betons[1]). Wenig geeignet sind nicht wetterbeständige Steine, desgleichen vielfach Hochofenschlacken, die sich nicht selten, wenn schwefelhaltig, als für den Bestand des Eisens schädlich erwiesen haben. Diese Gefährdung ist jedoch um so geringer, je fetter die Betonmischung gewählt wird.

Für die Dichtheit des Betons ist es von Wert, daß die Zuschlagstoffe einschließlich des Sandes möglichst verschiedene Korngröße haben; bezüglich der letzteren spielt einerseits die Maschenweite der Eiseneinlage, andererseits die Stärke der Konstruktion eine wichtige Rolle; während bei dünnen Platten nur ein Zusatz von grobkörnigem Sande die Regel bildet, findet bei stärkeren Abmessungen Kies und Steinschlag verschiedener Größe von 0,7 bis zu 2,5 und 3 cm, ja auch bis zu 5 cm Durchmesser zweckmäßig Anwendung. Der mit verschiedenkörnigem Sande (bis zu 7 mm)[2]) zur Betonherstellung vermischte Mörtel ist zweckmäßig in einem solchen Verhältnisse zu mengen, daß seine Würfeldruckfestigkeit nach 28 Tagen rund 180—200 kg/qcm beträgt; diese Ziffer, welche als die normale Sandfestigkeit[3]) des Zementes anzusprechen ist, — wird in der Regel bei einem Mischungsverhältnisse von 1 : 3 erreicht; sollte dies nicht der Fall sein, so ist eine größere Zementmenge zu verwenden. Unter eine Mischung von 1 : 3 (höchstens bis 1 : 4) geht man nicht gern, weil hierdurch — wie an anderer Stelle ausführlich besprochen wird — die Sicherheit des Rostschutzes des Eisens im Beton sich verringert.

In Deutschland, Österreich, Amerika usw. wird das Mischungsverhältnis nach Raumteilen, in Frankreich und Belgien nach Gewichtsteilen bestimmt. Bei der Umwertung der bezüglichen Angaben kann man im Mittel rechnen, daß bei einem Mischungsverhältnisse von

1 : 3	450 kg Zement,
1 : 4	350 kg „ ,
1 : 5	300 kg „ ,

[1]) Vergl. u. a.: Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Bauten aus Stampfbeton, aufgestellt unter Mitwirkung von usw. vom Deutschen Beton-Verein. Februar 1905.

[2]) Bis zu dieser Korngröße wird der „Sand" gerechnet nach den Beschlüssen des Deutschen Beton-Vereins vom 24/25. II. 1905, vergl. u. a. B. u. E. 1905, Heft III, S. 72/73.

[3]) Vergl. M. Gary, Mitt. des Berl. Mat.-Prüfg.-Amtes. 1/2. 1904. Unter der Sandfestigkeit des Zementes wird dessen Eigenschaft verstanden, mit bestimmtem Sandgehalte eine bestimmte Druckfestigkeit zu ergeben. Wirtschaftlich ist hierbei der Zement der beste, welcher den größten Sandzusatz verträgt. Vergl. auch D. B. Z. 1904, Nr. 12, S. 48.

auf je 1 cbm fertigen Betons entfallen; jedoch sind diese Zahlen immerhin veränderlich mit der Größe der Sanddichtigkeit usw.

Bei Monierbauten ist eine Mischung von 1 : 3—1 : 3,5 — selten magerer — üblich, und zwar wird der Mörtel um so fetter genommen, je geringer die Stärke der Konstruktion ist. Melan verwendet zu seinen Bauten eine Mischung von im Mittel 1 Zement auf 2 Sand und 4 Kies oder Steinschlag, Hennebique — je nach der Mischung des Betons von Hand aus oder durch Maschinen 350—250 kg Zement auf 0,4 cbm Sand und 0,830 cbm Steinschlag[1]); es entspricht dies einem Raumverhältnisse von rund 1 : 1,9 bezw. 2,3 : 4. Bei Seebauten erhöht sich — zur Erzielung eines dichteren Betons — der Zementzusatz auf 500—600 kg für die oben angegebene Mischung. —

Schlacken und ähnliche Zusätze an Stelle von Kies oder Steinschlag finden bei Ingenieurbauten keine nennenswerte Verwendung; immerhin kann es in bestimmten Fällen und bei geringer Beanspruchung angebracht sein, dies Material wegen seiner Leichtigkeit, seines geringen Preises und der bequemen Verarbeitung halber, als Füllstoff zur Verwendung zu bringen; aber auch hier dürfte sich nur eine Benutzung der stark verglasten Schlackenteile empfehlen, nachdem man sich davon überzeugt, daß keinerlei Beimengungen — durch chemische Einwirkung — Zement oder Eisen schädigend zu beeinflussen vermögen. Im gleichen Sinne kann auch für Nebenteile der Konstruktion die Verwendung von Bimskies (aus dem Neuwieder Becken usw.) in Betracht gezogen werden.

Als Zusatzstoffe kommen schließlich Farbmittel in Frage, welche entweder der Gruppe der Metalloxyde entnommen oder durch buntfarbiges Mehl eines Natur- oder Kunststeines gebildet werden. Bei der Farbgebung ist einerseits mit Rücksicht auf die Wetterbeständigkeit auf eine vollkommene Durchfärbung des Materials Rücksicht zu nehmen, andererseits darauf zu achten, daß durch die Farbebeimengung der Erhärtungsvorgang des Mörtels oder Betons keinerlei Störung erleide und endlich „Ausblühungen“[2]) vermieden werden. Da die Steine usw. nach dem Abbinden und Austrocknen erheblich heller werden, sind sie von vornherein in dunkleren Tönungen herzustellen. Verteilt sich die Farbe gut und leicht, so ist es zweckmäßig, dieselbe mit dem Zemente, im entgegengesetzten Falle mit dem trockenen Sande zu vermengen.

Nicht selten wird durch die Farbzusätze die Festigkeit des Betons vergrößert; so haben im besonderen Beimengungen von Eisen- und Manganoxyden eine Erhöhung der Druck- und Zugfestigkeit — bei letzterer sogar um 8—10% — zur Folge gehabt.

Neben Portlandzement kommen als Bindemittel für die Herstellung der Eisenbetonbauten noch in Frage: die sogenannten Eisenportlandzemente (Ciment de laitiers, Slag Cement) sowie Puzzolanzemente und schließlich Traß.

Unter Eisenportlandzementen werden Erzeugnisse verstanden, welche durch Vermischen von aus Hochofenschlacke und Kalkstein erbrannten Klinkern mit granulierter Hochofenschlacke gewonnen werden. Nach den für die Lieferung und Prüfung solcher Zemente vom Vereine der deutschen Eisenportlandzementwerke aufgestellten Normen darf den zerkleinerten Klinkern nur bis zu 30 v. H. Hochofenschlackensand zugesetzt werden.

Die Zementklinker selbst werden aus einer innigen Vermischung von äußerst fein gemahlener Hochofenschlacke und Kalksteinen hergestellt und bis zur Sinterung

[1]) Da aus diesen Mengen sich 1,1 cbm fertiger Beton ergibt, so entfällt mithin auf 1 cbm dieses eine Zementmenge von rund 270 bezw. 225 kg.

[2]) Gegen solche hat sich eine jährliche Abwaschung mit einer Pottasche-Aluminiumlösung als sehr wirksam erwiesen; die Ausblühungen werden von Jahr zu Jahr geringer, um schließlich ganz zu verschwinden. Vergl. B. und E. 1905, Heft III, S. 70. Vortrag von J. P. Scherer zu Milwaukee in der National Association of Cement-Users.

1*

gebrannt. Die Klinkermasse wird alsdann bis zur Mehlfeinheit zerkleinert und ihr („um den Kalküberschuß dieser kalkreichen Portlandzemente in wirksamer Weise auszugleichen“) — pulverisierte, geschmolzene, granulierte und geglühte oder getrocknete Hochofenschlacke zugesetzt; die letztere wird also hierbei als kalkarmer Portlandzement aufgefaßt, — ob mit Recht, wird weiter unten erörtert werden. Als Mindestfestigkeiten des Normalmörtels 1 : 3 sind eine Zugfestigkeit > 18 kg/qcm und eine Druckfestigkeit > 180 kg/qcm seitens des obengenannten Vereines zugesichert [1]).

Wie in der Anmerkung [2]) des genaueren ausgeführt wird, haben Versuche von R. Dyckerhoff [3]) gezeigt, daß die Zug- und Druckfestigkeiten des Eisenportlandzementes an der Luft sich ungünstiger verhalten, als diejenigen des normalen Portlandzementes; gleiche Ergebnisse lieferten auch größere Versuchsreihen, welche im Auftrage des deutschen Betonvereins von dem kgl. Material-Prüfungsamt zu Lichterfelde zur Ausführung gelangten [4]) und überhaupt die Aufgabe verfolgten, das Verhältnis des Eisenportlandzementes

---

[1]) Vergl. Eisen-Portlandzement. Taschenbuch II. Auflage 1904, herausgegeben vom E. P. Z.-Verein. Nach dieser Veröffentlichung sind in den Jahren 1902 und 1903 an den im Vereinslaboratorium untersuchten Eisen-Portlandzementen bei einer Mischung von 1 : 3 und nach 28 Tagen die nachstehenden Festigkeiten i. M. gefunden worden:

	Zugfestigkeit		Druckfestigkeit		
	Erhärtung unter Wasser	Erhärtung an der Luft	Erhärtung unter Wasser	Erhärtung an der Luft	
1902:	22,5	27,6	224,7	234,4	kg/qcm
1903:	21,8	26,8	253,5	272,1.	kg/qcm

Das Bindemittel treibt nicht, erhärtet unter Wasser sowie an der Luft, ist schön blaugrau gefärbt, nimmt aber vielfach bei längerem Lagern unter Wasser — wahrscheinlich durch Entstehung geringer Mengen von Eisensulfid — eine dunkelgrüne Färbung an.

[2]) Zum Vergleiche herangezogen wurden hierselbst je 8 Probekörper von Portlandzement (P. Z.) und von Eisen-Portlandzement (E. P. Z.) im Mischungsverhältnisse 1 : 3; diese erhärteten entweder unter Wasser oder — nachdem sie während 48 Stunden vor Austrocknen geschützt waren — an der Luft. Die Versuche wurden auf die Zeit eines Jahres ausgedehnt, die Probekörper entweder fest eingestampft oder in gleichmäßig dichtem Brei in die Formen eingefüllt. Bezeichnet man die Jahresfestigkeit im Wasser mit 100, so erhält man als Luftfestigkeit bei:

a) Proben eingefüllt

	Zugfestigkeit	Druckfestigkeit
1. P. Z i. M.	123	85
2. E. P. Z. i. M.	79	50.

b) Proben eingeschlagen

	Zugfestigkeit	Druckfestigkeit
1. P. Z. i. M.	124	96
2. E. P. Z. i. M.	111	77;

absolut genommen zeigten, die Normalproben mit beiden Mörteln:

	Zugfestigkeit		Druckfestigkeit		
	nach 7	28	nach 7	28 Tagen	
1. bei P. Z. i. M.	20,	24,9,	186,	255,65	kg/qcm,
2. bei E. P. Z. i. M. . . .	15,	22,45,	140,	210,5	kg/qcm,

Hieraus ergibt sich der Quotient beider Festigkeiten zu 10,3 bezw. 9,4. Aus allen diesen Zahlen folgt, daß sich die Festigkeiten der E. P. Z. bei Lufterhärtung erheblich ungünstiger stellen als wie bei normalem Portlandzement. Gerade aber auf Lufterhärtung kommt es beim Eisenbetonbau vielfach an.

[3]) Vergl. Protokoll der Verhandlungen des Vereins deutscher P. Z.-Fabrikanten etc. 1905, S. 93 u. folg., sowie D. B. Z. 1905, Nr. 4, S. 15.

[4]) Untersucht wurden je vier Proben der beiden in Frage stehenden Bindemittel. Es ergab sich bei einer Mischung von 1 : 3 und nach 28 Tagen bei der Normalprobe:

	die Zugfestigkeit		die Druckfestigkeit	
bei E. P. Z.	25,14	kg/qcm,	277,5	kg/qcm.
bei P. Z.	24,45	kg/qcm,	305,3	kg/qcm.

zum normalen Produkte zu ergründen[1]). Im besonderen haben sich demgemäß die Untersuchungen auf die Fragen erstreckt, ob granulierte Hochofenschlacke durch Ausglühen hydraulische Eigenschaften erhält, also alsdann wirklich als ein kalkarmer Portlandzement angesehen werden kann, sowie darauf, ob dieser Zuschlag von vornherein zuzufügen ist, oder zweckmäßiger erst auf der Baustelle nur als eine unwesentliche Beimengung beigemischt wird. Aus den Versuchen erhellt, daß eine beträchtliche Anzahl der untersuchten Hochofenschlacken als Bindemittel im obigen Sinne völlig ungeeignet ist, daß durch Glühen die Eigenschaften der untersuchten Schlacken — als Bindemittel betrachtet — nicht verbessert, sondern verschlechtert werden, und es demgemäß bei der sehr mangelhaften Erhärtungsfähigkeit nicht angängig erscheint, Schlackenmehl — ob geglüht oder nicht — als kalkarmen Portlandzement zu bezeichnen[2]). Weiter zeigen Versuche mit Beton, daß es nicht nur gut möglich ist, die Hochofenschlacke erst auf dem Bauplatze hinzuzumischen, sondern daß dies sogar durchaus zweckmäßig erscheint, um so mehr auch als die Festigkeit des Enderzeugnisses mit der Länge der Lagerung abnimmt[3]).

Weiter läßt die bei den Versuchen gemachte Wahrnehmung, daß die Raumgewichte der Körper aus Schlackenmischzement nach längerem Lagern der Mischung beträchtlich abnehmen, erwarten, daß auch noch andere, heute nicht erforschte Vorgänge den Erhärtungsvorgang nachteilig beeinflussen können.

Schließlich sei auch noch auf die chemische Veränderung der Eisenportlandzemente bei längerer Erhärtungsdauer hingewiesen. — Aus Versuchen von R. Dyckerhoff[4])

Hieraus ergibt sich das Verhältnis der Festigkeiten beim P. Z. zu 12,4, beim E. P. Z. zu 8,9; wenn auch in bezug auf die Zugfestigkeit beide Bindemittel einander nahe stehen, so zeigt sich doch bezüglich der für Eisenbetonbauten besonders wichtigen Druckfestigkeit eine fraglose Überlegenheit der normalen Portlandzemente. Genaueres siehe Protokoll der Verhandlungen des Vereins deutscher P. Z.-Fakrikanten usw. am 16. u. 17. II. 1906. Berlin 1906. Verlag: Tonindustrie-Ztg. S. 78 u. folg.

[1]) Vergl. Berliner Mitt. 1904, S. 123 usw., desgl. 1905, S. 81 usw. Bezüglich des spezifischen Gewichtes der beiden Bindemittel sei aus den Untersuchungen mitgeteilt, daß alle E. P. Z. im angelieferten Zustande ein Gewicht von 3,0 hatten, während die Portlandzemente diese Grenze ausnahmslos überschritten. Im geglühten Zustande zeigten die letzteren mindestens 3,2 spezifisches Gewicht, die Eisen-Portlandzemente höchstens 3,1.

[2]) Der Verein der deutschen E. P. Z.-Fabrikanten spricht sich diesen Ergebnissen gegenüber dahin aus, daß die ausgeführten Zug- und Druckfestigkeitsversuche von Mörtelproben aus ungeglühter und geglühter granulierter Hochofenschlacke in Mischung mit drei Gewichtsteilen Normalsand erfolglos verlaufen mußten, weil kalkarmer Portlandzement — also auch die Hochofenschlacke — fast ausnahmslos langsam abbinde und in der ersten Zeit träge erhärte (?); vergl. Berl. Mitt. 1905, I, S. 32.

[3]) Die zur Verwendung gebrachten Beton-Druckproben erhärteten zwei Tage in der Form, die übrige Zeit unter Wasser. Bei der ersten Versuchsreihe waren Portlandzement und Schlacken vorher gemischt, bei der zweiten wurden alle Gemengteile gleichzeitig zusammengebracht. Es ergab bei 0,7 Gewichtsteilen Portlandzement, 0,3 Gewichtsteilen Schlacke, 3 Gewichtsteilen Sand und 6 Gewichtsteilen Steinschlag

Versuchsreihe I

Druckfestigkeit nach 7	nach 28	nach 90 Tagen
90	124	148 kg/qcm,

und Versuchsreihe II

Druckfestigkeit nach 7	nach 28	nach 90 Tagen
104	148	183 kg/qcm.

Es ist mithin die Zweckmäßigkeit des Zusatzes der Schlacke erst auf der Baustelle erwiesen.

[4]) Vergl. Protokoll der Verhandlungen des Vereins deutscher P. Z.-Fabrikanten 1906, S. 76 und folg. Der Gehalt an Schwefel betrug bei den vier von R. Dyckerhoff untersuchten E. P. Z.: 1,22, 0,38, 0,51, 0,36 v. H., während er bei dem zum Vergleich herangezogenen P. Z. äußerst gering war.

zeigt sich, daß im Laufe der Zeit und bei Lagerung unter Wasser ein erheblicher Teil der im Bindemittel vorhandenen Schwefelverbindungen sich in Schwefelsäure verwandelt, eine, mit Rücksicht auf die Erhaltung eines Eisenbetonbaues wohl zu beachtende Erscheinung.

Es steht zu erwarten, daß zurzeit im Gange befindliche umfassende Versuche weitere Klärung über das Verhältnis von Portland- und Eisenportlandzement bringen und somit auch über die Verwendungszweckmäßigkeit des letzteren bei armierten Bauten eine Entscheidung herbeiführen werden.

Jedenfalls dürfte aber das eine schon jetzt klar sein, daß beide Bindemittel sich sowohl in ihrer chemischen Zusammensetzung [1]) als auch in ihren Festigkeitseigenschaften bei verschiedenem Erhärtungsvorgange wesentlich unterscheiden, und daß es nicht angängig erscheint, die Eisenportlandzemente nach den Normen für Portlandzemente zu beurteilen und nach ihnen zu benennen; sie wären besser in die Reihe der Puzzolanzemente zu rechnen.

Unter diesen Puzzolanzementen sind Erzeugnisse zu verstehen, welche durch Mischung pulverförmiger Kalkhydrate oder hydraulischer Kalke mit staubfein zerkleinerten hydraulischen Zuschlägen — je nach der Örtlichkeit verschieden, gewonnen werden. Für die vorliegende Bearbeitung kommen hierselbst fast ausschließlich die sogenannten Schlackenzemente in Frage, gewonnen aus pulverförmigem Kalkhydrat und getrockneter gemahlener Schlacke; sie haben vorwiegend örtliche Bedeutung und stellen ein — wenn auch nicht den Portlandzement erreichendes, so doch in vielen Fällen für den Eisenbetonbau brauchbares Material dar[2]). Als Nachteile des Bindemittels sind seine Neigung,

Seitens des E. P. Z.-Vereins wird der Schwefelsäuregehalt zu 0,8—2,7 % angegeben. Nach Versuchen von Gary wurde bei den sechs von ihm untersuchten Hochofenschlacken ein Gehalt an Schwefelsäure von 0,43, 0,03, 0,03, 0,31, 0,07 und 0,17 % festgestellt.

[1]) In dieser Beziehung besteht, wie auch schon aus den voranstehenden Ausführungen ersichtlich sein dürfte, der grundlegende Unterschied darin, daß der Gehalt an Kieselsäure bei dem E. P. Z. höher, der Kalkgehalt aber bedeutend niedriger ist als beim Portlandzemente; von welcher Bedeutung aber gerade der Kalkgehalt ist, geht daraus hervor, daß die am besten erhärtete Schlacke bei den Versuchen des Lichterfelder Material-Prüfungs-Amtes auch den höchsten Kalkgehalt aufwies.

Vergl. weiter zu dieser Frage, neben der bereits angeführten Literatur: B. u. E. 1905, Heft V, S. 126. Z. u. B. 1904, S. 41 und D. B. Z. 1905, Nr. 4, S. 15.

[2]) So hat z. B. der Schlackenzement von Königshof bei Beraun in Böhmen bei einem Mischungsverhältnisse von 1 : 3 und maschineller Mischung die folgenden Festigkeiten gezeigt:

Wassergehalt in %	Zugfestigkeit kg qcm nach		Druckfestigkeit kg qcm nach	
	7 Tagen	28 Tagen	7 Tagen	28 Tagen
10	14,3	32,5	90,3	258,0
8,6	20,7	32,3	182,0	299,8
8,4	22,5	33,7	189,3	246,0
9,2	25,2	38,6	210,8	300,5
8,4	23,4	30,8	225,8	279,3
10	14,6	26,9	168,2	276,6

Aus sehr vielen Einzeluntersuchungen steht für die angegebene Mischung nach 28 Tagen eine Zugfestigkeit $>$ 30 und eine Druckfestigkeit $>$ 270 kg/qcm zu erwarten. Die Festigkeit nimmt im Laufe der Zeit erheblich zu; so fand Tetmayer bei zwei Jahre alten Probestücken Druckfestigkeiten bis zu etwa 500 kg/qcm. Bei Mischung von 1 : 4 und 1 : 5 ergaben sich die Festigkeiten zu:

bei Erhärtung an der Luft Risse zu bilden, und die (zur Verhütung dieser) erforderliche größere Wassermenge beim Anmachen zu erwähnen; auch ist der Schwefelgehalt des Materials wegen einer möglichen Schädigung der Eiseneinlage zu untersuchen[1]).

Die Verwendung von Traß bei Eisenbetonbauten wird sich — wenn nicht besondere örtliche Verhältnisse und wirtschaftliche Fragen ausschlaggebend sind, vorwiegend als ein Zuschlag zum Portlandzementmörtel bei Seebauten empfehlen, da es nach den bisher durchgeführten Versuchen[2]) wahrscheinlich ist, daß Zusätze von Traß zum Portlandzement innerhalb gewisser Grenzen diesen zur Verwendung im Seewasser widerstandsfähiger machen, eine Wirkung, die sich in stärkerem Maße bei den kalkarmen als bei den kalkreichen Zementen gezeigt hat; als zweckmäßiges Mischungsverhältnis von Zement und Traß dürfte sich hierbei etwa 5:4 bis 1:2 empfehlen; über die mit verschiedener Sandmenge hierbei etwa zu erwartenden Festigkeiten gibt die Anmerkung[3]) Auskunft.

---

	nach	Zugfestigkeit	Druckfestigkeit	
1:4	28 Tg.	16,5	114,0	kg qcm.
	88 „	32,0	154,0	
	148 „	47,3	214,7	
	nach			
1:5	28 Tg.	14,7	109,3	
	88 „	28,3	139,1	
	148 „	41,0	184,0	

Näheres siehe in: Der Königshofer Schlackenzement von Prof. A. Birk. Prag 1905. Verlag J. G. Calve.

Ferner zeigten beim Bau der Untergrundbahn zu Paris verwendete Schlackenzemente bei vier verschiedenen Marken, einer Mischung von 1:3 und nach 7 Tagen Zugfestigkeiten von 13,4, 13,35, 15,0 und 14,1 kg qcm.

1) Wenn auch Prof. Klaudy-Wien durch Versuche bewiesen hat, daß der Schwefelgehalt des Zementes auf das Eisen keinen Einfluß ausübt, so erscheint doch mit Rücksicht auf Erfahrungen in der Praxis eine Bestimmung des Schwefel bezw. Schwefelsäuregehaltes angezeigt.

2) Vergl. u. a. Berl. Mitt. 1900, Ergänzungsheft I von Prof. M. Gary.

3) Auszug aus den Prüfungsergebnissen der im Süßwasser und im Nordseewasser auf der Insel Sylt erhärteten Probekörper.
(Vergl. Mitteilungen der Kgl. Techn. Versuchsanstalten zu Berlin 1900. I. Ergänzungsheft, von M. Gary.)

Nr.	Zusammensetzung des Mörtels	Erhärtung in	Zement	Zugfestigkeit in kg qcm nach				Druckfestigkeit in kg qcm nach			
				7 Tg.	28 Tg	3 Mon.	1 Jahr	7 Tg.	28 Tg.	3 Mon.	1 Jahr
I	0,55 Zement + 0,45 Traß + 2 Normal-Sand	im Süßwasser	Kalkreicher Portlandzement	21,7	35,2	41,9	44,5	168	364	467	514
		im Seewasser		23,0	44,9	53,2	54,1	182	387	448	493
II	0,55 Zement + 0,45 Traß + 3 Normal-Sand	im Süßwasser		15,2	25,1	32,8	36,5	102	230	301	351
		im Seewasser		18,4	34,6	39,6	37,7	110	250	296	329
III	0,55 Zement + 0,45 Traß + 4 Normal-Sand	im Süßwasser		9,0	18,1	23,5	29,5	58	130	189	241
		im Seewasser		12,3	25,5	30,0	31,3	69	150	186	225
IV	0,67 Zement + 0,33 Traß + 2 Normal-Sand	im Süßwasser		—	39,5	44,0	—	—	438	558	—
		im Seewasser		—	45,0	50,7	—	—	446	487	—
V	0,67 Zement + 0,33 Traß + 4 Normal-Sand	im Süßwasser		—	18,3	25,2	—	—	156	221	—
		im Seewasser		—	24,9	27,6	—	—	164	199	—

(Fortsetzung Seite 8.)

Weiter erscheinen noch Versuche erwähnenswert, welche R. Dyckerhoff[1]) bezüglich der Beimengung von Traß und Sandmehl (je 30 v. H.) zum Portlandzementmörtel im Vergleiche zu Eisenportlandzementmörtel durchgeführt hat; die Erhärtung erfolgte im Wasser und an der Luft. Die Versuche zeigen wiederum, daß der Eisenportlandzementmörtel in seiner Erhärtungsfähigkeit an der Luft beträchtlich hinter dem mit Traß und Sandmehl vermischten Portlandzementmörtel zurücksteht und zwar um so mehr je magerer der Mörtel ist, weil hier die Luft einen stärkeren Einfluß auszuüben vermag; auch ist hier wiederum das Verhältnis der Druck- zur Zugfestigkeit bei Eisenportlandzement geringer (9,4) als beim Normalzement (10,7).

Über die, für den Eisenbetonbau wichtigsten physikalischen Eigenschaften des Portlandzementes sowie dessen Elastizitäts- und Festigkeitsverhältnisse wird in den folgenden Paragraphen ausführlich gesprochen werden. Hierbei sei allgemein hervorgehoben, daß — wenn nicht anders bemerkt — in den weiteren Darlegungen unter Zement stets Portlandzement zu verstehen ist; auch ist im gleichen Sinne mit „Beton" stets ein Grobmörtel, unter Verwendung von Portlandzement erzeugt, bezeichnet.

§ 2.

Das elastische Verhalten des Zement-Betons und Zement-Mörtels.

Wie aus den Arbeiten von Durand Claye (Annales des ponts et chaussées 1888), Hartig (Zivilingenieur 1893, S. 112 u. folg.), Bauschinger, Tetmayer, Baker, des österreichischen Gewölbeausschusses, von Tedesco, Considère usw., vornehmlich aber von v. Bach und Schüle hervorgeht, ist die Größe der Elastizitätszahl des Betons kein beständiger Wert. Über seine Veränderlichkeit und zwar zunächst bei Beanspruchung

Nr.	Zusammensetzung des Mörtels	Erhärtung in	Zement	Zugfestigkeit in kg qcm nach				Druckfestigkeit in kg qcm nach			
				7 Tg.	28 Tg.	3 Mon.	1 Jahr	7 Tg.	28 Tg.	3 Mon.	1 Jahr
VI	0,60 Zement + 0,40 Traß + 2 Normal-Sand	im Süßwasser	Kalkarmer Portland-Zement	19,4	29,8	35,9	35,5	137	297	445	489
		im Seewasser		20,8	41,6	42,9	47,8	143	330	424	474
VII	0,60 Zement + 0,40 Traß + 3 Normal-Sand	im Süßwasser		13,6	23,2	27,6	33,0	82	183	277	318
		im Seewasser		14,9	33,1	37,7	43,0	83	214	252	295
VIII	0,60 Zement + 0,40 Traß + 4 Normal-Sand	im Süßwasser		8,0	14,6	18,9	25,3	56	113	174	219
		im Seewasser		10,3	23,0	26,6	28,3	62	134	167	198
IX	0,70 Zement + 0,30 Traß + 2 Normal-Sand	im Süßwasser		33,6	40,7	—	—	—	319	440	—
		im Seewasser		42,6	44,9	—	—	—	338	397	—
X	0,70 Zement + 0,30 Traß + 4 Normal-Sand	im Süßwasser		16,6	21,5	—	—	—	127	195	—
		im Seewasser		21,6	28,2	—	—	—	139	176	—

[1]) Vergl. Protokoll der Verhandlungen des Vereins deutscher P. Z.-Fabrikanten am 16./17. II. 1906, S. 83 und folg.

auf Druck geben im besonderen Untersuchungen von v. Bach Aufschluß[1]), welche sich von früheren, ähnlichen Arbeiten anderer Forscher dadurch vorteilhaft unterscheiden, daß hier einerseits die Abmessungen der untersuchten Probekörper und demgemäß auch die Meßlängen an denselben erheblich sind und somit Rückschlüsse auf die Praxis gestatten, und daß andererseits bei den Formänderungen die elastische, federnde, Deformation von der bleibenden getrennt beobachtet wurde. Die Versuche selbst wurden mit kreiszylindrischen Betonkörpern von rund 25 cm Durchmesser (also mit etwa 500 qcm Querschnittsfläche) und von rund 1,0 m Höhe — und zwar bei einer Meßlänge von 75 cm — durchgeführt. Die Belastung und Entlastung wurde so oft wiederholt, bis sich die gesamte, also die bleibende und federnde Zusammendrückung nicht mehr änderten, also je einen bestimmten Grenzwert erreicht hatten.

Die Durchführung des Versuches fand in der Weise statt, daß zuerst eine bestimmte Last, entsprechend einer Querschnittspressung von 8 kg/qcm, aufgebracht, dann wieder fortgenommen, von neuem hinzugefügt, nochmals beseitigt wurde usw. und zwar so lange, bis die an zwei gegenüberliegenden Meßstellen beobachteten Verkürzungen nicht mehr zunahmen; alsdann wurde unter entsprechender Versuchsfortführung zur nächsten Belastungsstufe von 16 kg/qcm übergegangen, dann zu 24 kg/qcm usw.; für jede Belastungsstufe wurde die gesamte, die elastische und die bleibende Formänderung festgestellt. Aus den gefundenen Zahlen wurden Kurven für die Zusammendrückungen aufgezeichnet, die so weit übereinstimmten, daß aus ihnen verschiedene hochwichtige Folgerungen abgeleitet werden konnten. Zunächst zeigte sich, daß die Zusammendrückungen, sowohl die gesamten als auch die federnden, stärker wachsen als die Belastungen, daß also eine Proportionalität zwischen ihnen nicht besteht, also keine Proportionalitätsgrenze vorhanden ist. Weiter ergab sich — nach Auswertung von Schüle — aus den Kurven das wichtige und grundlegende **Bach-Schülesche Gesetz** über den Zusammenhang zwischen Formänderung und Spannung bei Beton:

$$\varepsilon = \alpha \sigma^m = \frac{1}{E_{b\,Dr}} \sigma^m,$$

ein Gesetz, das aber nur Gültigkeit hat unter den Bedingungen der Versuche und für die in der baulichen Praxis üblichen Spannungsgrenzen[2]).

[1]) Vergl. Z. d. V. D. I. 1895 u. 1897, sowie Abhandlungen und Berichte von C. v. Bach, Stuttgart 1897. Verlag A. Bergsträßer, S. 230 und 268, sowie „Mitteilungen über die Herstellung von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatz sowie über die Druckfestigkeit und Druckelastizität derselben" von C. v. Bach. Stuttgart 1903, Carl Grüninger.

[2]) In B. und E. 1903, Heft III, S. 169, weist A. Francke-Herzberg darauf hin, daß das allgemeine Hyperbelgesetz der elastischen Dehnung von Cox und Lang: $\sigma = \frac{E \cdot \varepsilon}{1 + \beta \varepsilon}$ sich besser zur Beurteilung des Verhältnisses von Spannung und Dehnung eigne als die von Bach-Schülesche Gleichung $\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma^m$ oder die ähnliche, meist übliche, lineare, auf Grundlage des Hookeschen Gesetzes beruhende Beziehung: $\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma$, da beide letztere Formeln nur als Näherungsgleichungen zu bezeichnen seien und auch die Gültigkeit und Genauigkeit der Formeln sich mit wachsenden Werten σ allmählich vermindere. Entsprechend dem verschiedenen Verhalten des Betons bei Druck und Zug bringt Francke die obige Grundgleichung in die Formen:

a) für Druck: $\sigma_d = \frac{E_d \cdot \varepsilon_d}{1 + \beta_d \cdot \varepsilon_d}$ und

b) für Zug: $\sigma_z = \frac{E_z \cdot \varepsilon_z}{1 + \beta_z \cdot \varepsilon_z}$

Hierin bezieht sich der Index „d" auf Druck-, „z" auf Zugbeanspruchung; weiter stellt in den Gleichungen σ die Spannung, E die Elastizitätszahl, ε die Längeneinheitsdehnung, und β einen Zahlen-

In der Gleichung bedeutet ε die auf die Längeneinheit bezogene Zusammenpressung, σ die zugehörende Normalspannung und $E_{b\,Dr}$ die Elastizitätszahl bei Druckbeanspruchung; $\alpha = \frac{1}{E_{b\,Dr}}$ und m sind Koeffizienten, die von den Eigenschaften des in Frage stehenden Betons abhängen. Von den besonderen, für die einzelnen Mischungsverhältnisse gefundenen Werten für α und m seien nachstehend die für praktische Verhältnisse wichtigeren mitgeteilt; hierbei sei jedoch hervorgehoben, daß diese Werte keine allgemeine Gültigkeit für alle Portlandzementmarken besitzen, wenn sie auch bei der ziemlichen Gleichartigkeit der letzteren für die Praxis als Mittelwerte geeignet erscheinen.

a) Zementmörtel:

	$E_{b\,Dr}$	m
1. Reiner Zementmörtel	250000 kg/qcm	1,09
2. 1 Zement + 1,5 Sand	356000 „	1,11
3. 1 „ + 3,0 „	315000 „	1,15
4. 1 „ + 4,5 „	230000 „	1,17

b) Beton:

	$E_{b\,Dr}$	m
1. 1 Zement + 2,5 Sand + 5 Kies	298000 kg/qcm	1,145
2. 1 „ + 5,0 „ + 6 „	280000 „	1,137
3. 1 „ + 5,0 „ + 10 „	217000 „	1,157
4. 1 „ + 2,5 „ + 5 Kalksteinschotter	457000 „	1,157
5. 1 „ + 5,0 „ + 6 „	380000 „	1,161
6. 1 „ + 5,0 „ + 10 „	376000 „	1,207

Aus der Zusammenstellung folgt, daß m mit dem Gehalte an Füllmaterial wächst und daß sich die Werte „$E_{b\,Dr}$“ annähernd wie die Raumgewichte ihrer Mischungen verhalten. Da „m“ zwischen 1,10 und 1,20 wechselt, also stets > 1 ist, so wachsen die elastischen Längenänderungen bei Beton nicht proportional mit den Spannungen wie bei Schmiedeeisen, sondern etwas schneller als letztere.

Will man sich für die vorstehend angeführte Gleichung der Form des Hookeschen Gesetzes bedienen: $\varepsilon = \frac{1}{E_b}\sigma$., so erhält man:

$$\frac{1}{E_b}\sigma = \frac{1}{E_{b\,Dr}}\sigma^m,\ \text{oder:}\ E_b = \frac{E_{b\,Dr}}{\sigma^{m-1}} = \frac{1}{\alpha\,.\,\sigma^{m-1}}.$$

---

wert dar, welcher so zu bemessen ist, daß $\frac{E}{\beta}$ die Bruchspannung des Materials darstellt. Nimmt man also z. B. E_d zu 240000 kg/qcm, E_z zu 120000 kg/qcm an, so wird bei einer — wahrscheinlichen — mittleren Bruchspannung auf Druck bezw. auf Zug von 240 bezw. 40 kg/qcm:

$\beta_d = \frac{240\,000}{240} = 1000$ und $\beta_z = \frac{120\,000}{40} = 3000$; mithin lauten die vorstehenden Gleichungen in diesem Fall: a) $\sigma_d = \frac{240000\,.\,\varepsilon_d}{1 + 1000\,.\,\varepsilon_d}$; b) $\sigma_z = \frac{120000\,.\,\varepsilon_z}{1 + 3000\,.\,\varepsilon_z}$.

In Ergänzung zu den Franckeschen Ausführungen weist A. Schleußner-Charlottenburg in B. und E. 1905, Heft XII, S. 303 durch Vergleich des Hyperbelgesetzes mit der v. Bach-Schüleschen Gleichung („welche in dieser Form zuerst von Bülfinger 1727 aufgestellt wurde“) nach, daß für das Verhältnis zwischen den inneren Längsspannungen und den angreifenden Kräften sich keine erheblichen Unterschiede bei Anwendung der einen oder der anderen Beziehung ergeben; vergl. hierzu auch die Ausführungen von Francke in der Hannöverschen Zeitschrift (Zeitschr. f. Arch. und Ingen. Wesen) 1904, Seite 39 und 355.

Zeichnet man nach dieser Gleichung eine Kurve für den Elastizitätsmodul E_b auf, so wendet diese ihre Höhlung nach oben und zeigt die Abnahme von E_b bei zunehmender Spannung; dies ergibt sich auch aus den nachfolgenden Zahlenwerten, von v. Bach an einem 77 Tage alten Beton aus 1 Raumteil Zement, 2,5 Raumteilen Sand und 5 Raumteilen Kies ermittelt:

σ = 0 bis 7,9; = 7,9 bis 15,8; = 15,8 bis 23,7; = 23,7 bis 31,6; = 31,6 — 39,5 kg/qcm.
$E_{b\,Dr}$ = 306000; 256000; 226000; 212000; 194000 kg/qcm.

Auf diese Verhältnisse wird noch zurückzukommen sein bei Wahl des Verhältnisses der Elastizitätszahlen von Beton und Eisen.

Die Verringerung von $E_{b\,Dr}$ mit zunehmender Belastung des Betonkörpers, also auch sich vergrößernder Spannung, zeigen weiter Versuche von Mörsch, ausgeführt an der Materialprüfungsanstalt zu Stuttgart[1]) und im Auftrage der Firma Wayß & Freytag zu Neustadt a. d. H. Die in Mischungen von 1 : 3 und 1 : 4 hergestellten, prismatischen Probekörper waren aus Zement und Kiessand (3 Teile Sand von 0—5 mm und 2 Teile Kies von 5—20 mm Korngröße) gemischt und mit 8 bezw. 14 v. H. Wasser angemacht. Die Meßlänge betrug 350 mm, auf jeder Belastungsstufe ruhte die Last drei Minuten hindurch. Das Alter der Probekörper betrug rund drei Monate bezw. zwei Jahre.

Die Ergebnisse der Versuche sind nachstehend zusammengestellt. Im besonderen sei auf die sehr erhebliche Vergrößerung von $E_{b\,Dr}$ im Laufe der Zeit hingewiesen. —

σ in kg/qcm	Mischung 1:3			Mischung 1:4	
	$E_{b\,Dr}$ in kg/qcm bei einem Wasserzusatz von				
	8%	14%		8%	14%
	nach 3 Monaten	nach 3 Monaten	nach 2 Jahren	nach 3 Monaten	nach 3 Monaten
3,0	300 000	272 000	—	273 000	250 000
6,1	290 000	265 000	305 000	265 000	226 000
9,2	287 000	260 000	—	257 000	219 000
12,2	284 000	254 000	290 000	250 000	215 000
15,3	278 000	246 000	—	247 000	210 000
18,3	273 000	241 000	286 000	241 000	203 000
24,5	266 000	235 000	283 000	235 000	198 000
30,6	261 000	227 000	280 000	230 000	191 000
36,8	257 000	222 000	278 000	225 000	185 000
49,0	247 000	216 000	272 000	218 000	177 000
61,3	240 000	209 000	268 000	211 000	170 000
73,7	—	—	263 000	—	—
86,0	—	—	257 000	—	—

Die obigen Zahlen sind auch deshalb besonders bemerkenswert, weil sie sich bezüglich des Mischungsverhältnisses und des Wassergehaltes der Praxis des Eisenbetonbaus anschließen.

Ähnliche Zahlen fand auch Probst (vergl. Forscherheft VI. S. 10) an Betonprismen von 12,1 × 12,2 × 36,5 cm Abmessung, etwa 10% Wassergehalt, einer Mischung von 300 kg Zement auf 1 cbm fertigen Betons und nach einer Erhärtungsdauer von 62 Tagen[2]); hier ergab sich:

1) Vergl. Der Eisenbetonbau von E. Mörsch. II. Aufl. Stuttgart 1906. K. Wittwer. S. 25 u. folg.

2) Vergl. Forscherheft VI. E. Probst, das Zusammenwirken von Beton und Eisen. Berlin 1906. Die Druckfestigkeit des verwendeten Materials betrug nach 62 Tagen im Mittel 119 kg/qcm, die Zugfestigkeit in derselben Zeit rund 10 kg/qcm, die Abscherfestigkeit rund 20 kg/qcm.

Spannung in kg/qcm:	13,7	20,3	27,1	33,9	40,6	47,4	54,0	60,8	67,5
Elastizitätszahl in kg/qcm:	315 000,	254 000,	204 000,	189 000,	185 800,	185 500,	147 000,	139 000,	139 000.

Die Vergrößerung von $E_{b\,Dr}$ im Laufe der Zeit wies auch Hartig nach: er fand den Wert von $E_{b\,Dr}$ bei einer Mischung 1 : 3

nach	50	100	200	300	400 Tagen zu
	360 000	394 000	430 000	450 000	464 000 kg/qcm.

Über den Einfluß verschiedenen Wasserzusatzes auf die Größe der Elastizitätszahl $E_{b\,Dr}$ geben die vorstehenden Mörschschen Zahlen sowie Versuche Aufschluß, welche von v. Bach im Jahre 1902 und der Folgezeit in der Materialprüfungsanstalt zu Stuttgart durchgeführt wurden. Bei diesen Versuchen, auf welche bei dem Abschnitte „Druckfestigkeit des Zementbetons" genauer eingegangen werden wird, handelte es sich allgemein um die Frage, ob es zweckmäßiger sei, den Beton mit wenig oder viel Wasser anzumachen.

Soweit die Ergebnisse der Versuchsreihen erkennen lassen, geht — wenn auch nicht proportional und überhaupt weniger erheblich, die Elastizitätszahl mit steigendem Wasserzusatz zurück, es vergrößert sich also hierbei die Formänderung und die Elastizität des Betons; da nun meist die Druckfestigkeit mit abnehmendem Wassergehalt steigt, so wird dem in hohem Grade druckfesten, einen geringen Wassergehalt zeigenden Körper auch ein größerer Wert von $E_{b\,Dr}$ entsprechen.

Über die Veränderung der Größe von $E_{b\,Dr}$ durch Erhitzung des Betons geben die in der Anmerkung[1]) mitgeteilten Untersuchungen von Woolson einigen Aufschluß.

Inwieweit durch Eiseneinlagen die Elastizitätszahl des Betons eine Änderung erfährt, wird in dem folgenden Paragraphen bei den v. Bachschen Versuchen über die Druckfestigkeit von Eisenbetonprismen ausführlich dargelegt werden.

---

[1]) Von Professor Woolson sind (vergl. Eng. News vom 13. VII. 05 und D. B. Z. 1905, Nr. 17, S. 67) Versuche über den Einfluß der Hitze auf die Elastizität des Portlandzementbetons angestellt worden. Verwendet wurden hierbei Prismen von 10 × 15 cm Querschnitt und 35,5 cm Länge; sie waren im Verhältnis 1 : 2 : 4 gemischt. Als Kleinschlag fand Grün- und Kalkstein Verwendung. Der Wert von $E_{b\,Dr}$ wurde bei dem Grünsteinbeton und bei einer Druckspannung von:

	14	42	70	kg/qcm
bestimmt zu:	229 300	168 800	134 200	„ „

Die sehr erhebliche Abnahme der Größe von $E_{b\,Dr}$ zeigen — schon bei einer Erhitzung auf 260° C (bei einem Alter der Proben von 48 Tagen) — die für die oben angegebenen Spannungswerte ermittelten Zahlen:

$E_{b\,Dr}$ =	54 200	64 800	66 900	kg/qcm

— Werte, die auffallenderweise eine Zunahme für die erwärmten Proben bei den höheren Belastungsstufen ergeben; die gleiche Erscheinung zeigte sich auch noch bei höheren Hitzegraden.

Bei den Kalksteinprismen ergaben sich (nach 30 Tagen) bei der Normalprobe für

$\sigma_{b\,Dr}$ =	14	42	70	kg/qcm
$E_{b\,Dr}$ =	209 600	127 700	104 900	„ „

Auch hier fällt $E_{b\,Dr}$ bei Erhitzung rasch; so zeigt sich bei 500° C und 51 Tagen alten Proben — 4 Tage nach der Erwärmung geprüft — ein Mittelwert von nur 11 500 kg/qcm für $E_{b\,Dr}$ und zwar bei einer Spannung von 14 kg/qcm; sonst ergaben sich aber gerade hier so große Unregelmäßigkeiten, daß von den ermittelten Werten kein allgemeiner Gebrauch gemacht werden kann. Jedenfalls zeigen aber die Versuche den sehr großen Rückgang von $E_{b\,Dr}$ bei verhältnismäßig nicht sehr erheblichen Temperaturerhöhungen —

Hier sei nur betont, daß die Größe der Änderungen keine solche ist, daß sie die Einführung besonderer $E_{b\,Dr}$-Werte im Eisenbetonbau verlangt.

In der Praxis pflegt man mit Rücksicht darauf, daß die Einführung von $E_{b\,Dr}$ als veränderliche Größe zu erheblichen Erschwernissen der Rechnungen führt, deren Genauigkeitsergebnis aber nicht im Verhältnisse zur aufgewendeten Arbeit stehen würde, für $E_{b\,Dr}$ einen Mittelwert als Festwert einzuführen, welcher der Sicherheit halber so gewählt werden sollte, daß er auch etwaigen Überlastungen der Konstruktion Rechnung trägt. Da, wie vorstehend erwähnt, der Wert von $E_{b\,Dr}$ mit dem Wassergehalte, den zur Betonherstellung benutzten Stoffen, deren Mischungsverhältnisse, endlich der Sorgfalt der Herstellung veränderlich ist, so ist es als zweckmäßig zu bezeichnen, den wahrscheinlichen Wert durch unmittelbare Versuche mit dem in Aussicht genommenen Material zu bestimmen. Ist man hierzu nicht in der Lage oder handelt es sich um allgemeinere Berechnungen, so wird man die vorstehend ermittelten Werte zu Rate ziehen. Berücksichtigt man hierbei im besonderen die auf Seite 10 erwähnten v. Bachschen Zahlen, so erscheint ein Wert den $E_{b\,Dr} = 220\,000$ kg/qcm als durchaus niedrig bemessen; benutzt man ferner die oben angeführten Tabellen von Mörsch und die dort enthaltenen Werte für einen bei Eisenbetonbauten meist üblichen, hohen Wasserzusatz (14 v. H.), so ergibt sich bei der vielfach als normal zu bezeichnenden zulässigen Spannung von rund 40 kg/qcm, je nach der Mörtelmischung (1 : 3 bezw. 1 : 4) und fertigem Beton $E_{b\,Dr} = 220\,000$ bezw. 180000 kg/qcm, ein Wert, der im Laufe der Zeit nach den obigen Angaben eine erhebliche Vergrößerung erfährt[1]).

Über die Elastizitätszahl des Betons bei Zugbeanspruchung $= E_{b\,z}$ liegen ebenfalls eine größere Anzahl von Untersuchungen vor, wenn auch — wegen der erheblich geringeren Wichtigkeit dieser Größe für den Eisenbetonbau — nicht in dem Umfange und der Vielseitigkeit wie bei $E_{b\,Dr}$. Aus den Versuchen zeigt sich, daß die Zugelastizität erheblich abnimmt, mit zunehmender Spannung, vergrößertem Sand- und Wassergehalte, aber in weit höherem Maße — wie sich dies bei der Druckbelastung gezeigt hat, mit dem zunehmenden Alter steigt; im Vergleiche mit der Druckelastizitätszahl sind bei geringer Spannungsgröße hier die Werte bei frischem Beton kleiner, nach längerer Erhärtung aber nicht selten größer[2]).

Einzelwerte sind der nachfolgenden Zusammenstellung (auf S. 14) zu entnehmen, welche die Ergebnisse von Versuchen der Firma Wayß und Freytag — entsprechend den auf Seite 11 mitgeteilten Druckversuchen — darstellt[3]).

Vergleicht man die Ergebnisse dieser Zusammenstellung mit den Resultaten der auf S. 11 für $E_{b\,Dr}$ gegebenen entsprechenden Zahlen, so sieht man deutlich, daß die Elastizitätszahlen für Druck- und Zugbeanspruchung voneinander erheblich abweichende Größen sind — ein Ergebnis, auf das schon im Jahre 1890 Melan hingewiesen. —

---

[1]) Saliger rechnet in seinem Lehrbuche: Der Eisenbetonbau (A. Kröners Verlag, Stuttgart 1900) den Wert von $E_{b\,Dr.}$ bei kleinen Pressungen zwischen 300000 und 200000 kg/qcm, bei höheren Spannungen — von 80 kg/qcm an — zu 150000 kg/qcm; Ostenfeld rechnet (Tesnisk Elasticitetslaere 1898) bei frischem Beton mit einem Mittelwerte von 250000 kg/qcm, Christophe mit 200000 kg/qcm, während der Betonkalender (II. Auflage, 1907, I S. 97) die von v. Bach gefundenen Zahlen — vergl. S. 10 — benutzt.

[2]) Ausnahmen hiervon kommen auch vor. Nach Versuchen von Gent und Nielsen (mit einer Mischung 1 : 3 und bei Verwendung von rund 1,0 m langen Prismen mit 50 qcm Querschnitt (7,1 × 7,1 cm) ist der Zugelastizitätsmodul des Betons bis zu rund 8 kg/qcm Spannung annähernd von derselben Größe wie der Druckmodul bestimmt worden und zwar zu 300000 — 400000. — Vergl.: Ingeniören 1896.

[3]) Vergl. Mörsch, der Eisenbetonbau, II. Auflage, 1906. Seite 96 und folgende.

Zugspannung in kg/qcm	Mischung 1:3			Mischung 1:4	
	E_{bz} in kg/qcm bei einem Wassergehalt von				
	8 %	14 %		8 %	14 %
	nach 3 Monaten	nach 3 Monaten	nach 2 Jahren	nach 3 Monaten	nach 3 Monaten
1,6	267 000	230 000	390 000	266 000	250 000
3,1	238 000	207 000	316 000	240 000	226 000
4,6	230 000	200 000	311 000	224 000	200 000
6,2	221 000	194 000	310 000	200 000	194 000
7,7	203 000	175 000	308 000	190 000	—
9,2	196 000	—	303 000	—	—
10,8	Zugfestigkeit	Zugfestigkeit	303 000	Zugfestigkeit	Zugfestigkeit
12,3	12,6 kg/qcm	10,5 kg/qcm	301 000	9,2 kg/qcm	8,8 kg/qcm
13,8			298 000		
			Zugfestigkeit 15,8 kg/qcm		

Ferner sei auf Versuche von Joly[1]) hingewiesen, der bei reinem Zement, Zementmörtel 1 : 3, endlich Zementbeton 1 : 1,6 : 1,6 und Zugspannungen von 23,8, bezw. 9,9, bezw. 9,5 kg/qcm, die Elastizitätszahl für Zug zu: 180000, 210000, 213000 kg/qcm bestimmte; auch sind durch die Arbeiten des österreichischen Gewölbeausschusses, bei einer Mörtel-Mischung 1 : 3 und Zugspannungen zwischen rund 22 und 25 kg/qcm, Werte von E_{bz} zwischen den Grenzen von 246000 — 359000 kg/qcm festgestellt worden, während für Stampfbeton 1 : 3 : 5[2]) bezw. 1 : 2 : 3 und 1 : 1 : 1 sich Werte von 98000, 280000, 250000 kg/qcm bei Spannungen von 9,1, 24,9 und 18,1 kg/qcm ergaben.

Da es — wie an anderer Stelle ausgeführt wird — bei Berechnung der Eisenbetonbauten üblich und gerechtfertigt ist, auf die Zugfestigkeit des Betons keine Rücksicht zu nehmen, so spielt bei den theoretischen Erörterungen der Wert E_{bz} auch eine untergeordnete Rolle. Wird E_{bz} wie dies bei der Durchrechnung von Probebelastungen und ähnlichen Ermittelungen vorkommen kann — in Rechnung gezogen, so ist auch hier ein Festwert einzuführen, welcher bei höheren Spannungen gering anzunehmen ist, im allgemeinen aber sehr verschieden angegeben wird; so rechnet Ostenfeld bis zu $\sigma_z = 8$ kg/qcm mit $E_{bz} = 250000$, für höhere Spannungen jedoch nur mit 70000 kg/qcm, Saliger bei $\sigma_z = 13$ kg/qcm mit 115000, bei 21 kg/qcm mit 33000, und bei 25 kg/qcm mit 25000 kg/qcm; mit diesen letzten Zahlen stimmen auch die Angaben von Koenen[3]) angenähert überein, welcher das Verhältnis der Formänderungskoeffizienten von Zug zu Druck — also den Wert $\frac{\alpha_1}{\alpha}$[4]) mindestens = 9 (im Mittel = 16, höchstens = 25 [?]) annimmt.

[1]) Vergl. Le cément 1899, S. 5.

[2]) Als Schottermaterial fand Kies Verwendung. Vergl. hierzu: Bericht des Gewölbeausschusses. Wien 1895, im Verlage des österr. Ingen. u. Arch. Vereins Seite 41 (Tabelle).

[3]) Vergl. Grundzüge für die statische Berechnung der Beton- und Eisenbetonbauten von M. Koenen. Berlin 1906, III. Aufl., W. Ernst und Sohn. — S. 11 und 12.

[4]) $\varepsilon = \alpha\, \sigma_{Dr}^{m} = \frac{1}{E_{b\,Dr}} \sigma_{Dr}^{m}$ bei Druck
$\varepsilon = \alpha_1\, \sigma_z^{m} = \frac{1}{E_{bz}} \sigma_z^{m}$ bei Zug
} -Beanspruchung.

Bezüglich des elastischen Verhaltens der auf Zug beanspruchten Betonfasern in Eisenbetonkörpern machten Versuche berechtigtes Aufsehen, welche seitens des französischen Ingenieurs Armand Considère (Inspecteur Général des p. e. ch.) mit auf Zug und auf Biegung beanspruchten Eisenbetonprismen durchgeführt [1]) und im Génie civil 1899 (Nr. 14—17) veröffentlicht wurden [2]). Aus ihnen ergibt sich bezüglich des elastischen Verhaltens des Betons, daß der armierte Mörtel oder Beton eine Elastizitätszahl gleich der des nichtarmierten Mörtels besitzt, solange seine Verlängerung nicht beträchtlich den Wert überschreitet, der beim nichtarmierten Mörtel usw. den Bruch herbeiführen würde. Wenn man die Belastung immer weiter fortsetzt, sinkt der Elastizitätskoeffizient beinahe bis zu Null herab. Bei der Entlastung zeigt E_{bz} einen um so kleineren Wert, je größer die Formänderung gewesen ist. Wenn man die Belastungen und Entlastungen mit derselben Lastgrenze wiederholt, vermindert sich die Elastizitätszahl noch stärker, aber nur bis zu einer gewissen Grenze, bei welcher die Verlängerung des Betons nicht wesentlich den Wert überschreitet, der bei nicht armiertem Beton zum Bruche führt. In diesem Punkte angekommen, verhalten sich die armierten und wiederholt gleicher Beanspruchung unterworfenen Stücke wie vollkommen elastische Körper und ihre Formänderungen sind streng proportional den Lasten. Die Verlängerungen des Mörtels sind denjenigen der Armaturen fast ganz gleich gefunden worden, woraus gefolgert wird, daß der armierte Beton imstande sei, ohne seinen Zusammenhang irgendwie zu verlieren, 10 bis 20 mal so große Dehnungen (bis 2,0 mm wurden für 1 m Länge beobachtet) [3]), auszuführen als ein Beton ohne Einlage von derselben Zusammensetzung. Dieses sehr eigenartige Verhalten der Verbundkonstruktion sucht Considère dadurch zu erklären, daß er eine Einschnürung des Betons annimmt, begleitet mit sehr starker Dehnung dieser Stelle vor dem Bruche. „Bei der Einwirkung der Zugkraft wird das Eisen eine auf seine ganze Länge verteilte Dehnung auch alsdann noch zeigen, wenn der Zementmörtel schon das Bestreben hat, sich an einer bestimmten Stelle einzuschnüren. Die Adhäsion zwingt denselben jedoch, dem Eisen in seiner Dehnung zu folgen; er wird also in allen seinen Punkten die äußerste Formänderung erleiden, welcher er fähig ist, und der Bruch wird tatsächlich nur bei solchen Längenvermehrungen erfolgen, die erheblich größer sind, als wenn keine Eiseneinlagen vorhanden wären [4]).“

---

[1]) Bei den Versuchen wurden Mörtelprismen von 47 mm Seitenlänge des quadratischen Querschnittes und symmetrisch mit 4 Drähten von 4,4 mm Durchmesser armiert, verwendet. Einige der Prismen waren an der Luft erhärtet, andere unter Wasser abgebunden und erst wenige Tage vor dem Versuche an die Luft gebracht worden (um die Anfangsspannungen — vergl. diesen § — zu verringern).

[2]) Vergl. ferner: Die von Considère verfaßte Schrift: Étude expérimentale des propriétés du beton armé und deren Übersetzung von J. Blodnig, Wien 1902, Verlag von Lehmann und Wentzel.

[3]) Dies Maß wurde jedoch mit jeder Wiederholung des Versuches kleiner und ging von 2 auf 0,9 und 0,5 mm herab. Da allgemein beobachtet worden ist, daß Risse im Beton stets eintreten, wenn die Beanspruchung im Eisen die Elastizitätsgrenze dieses Materiales überschreitet — also bei gewöhnlichem Handelsflußeisen den Spannungswert von i. M. 2000 kg/qcm — so ist hierin eine obere Grenze für die Dehnung im Beton $\leq$ die des Eisens an diesem Punkte gegeben. Da letztere sich hier zu rund 1 mm auf 1 m berechnet, so würde diese Zahl auch die größte mögliche Betondehnung in sich schließen. Da bei Considère die Elastizitätsgrenze des von ihm verwendeten Eisens auf 3800 kg/qcm lag, so wären allerdings hier — von anderen Hinderungsgründen abgesehen — höhere Dehnungsmaxima nicht ausgeschlossen.

[4]) Von Emperger spricht sich dahin aus, daß die von Considère gefundenen Erscheinungen darin eine Erklärung finden könnten, daß sich — nach Erreichung der Grenze, woselbst der unarmierte Beton reißen würde — schnell ein Sinken von E_{bz} vollzieht, und dieser Umstand dem Beton ermöglicht, in Verbindung mit der gleichmäßigen Verteilung der Dehnungen durch die Eiseneinlage — sehr bedeutende Dehnungen des Eisens mitzumachen, ohne zu reißen.

Die vorstehenden, zunächst nur an verhältnismäßig kleinen Prismen durchgeführten Laboratoriumsversuche wurden mit größeren, der Praxis mehr entsprechenden Versuchskörpern wiederholt und zwar einerseits von einer französischen Regierungskommission unter der Leitung von Mesnager[1]), andererseits von Considère selbst[2]). Von der Regierungskommission wurden vier prismatische Balken von 2 m Länge mit quadratischem Querschnitte von 10 cm Seite und durch vier in den Ecken liegende Rundeisen von je 6 mm symmetrisch armiert, erprobt. Die Betonmischung war aus 300 kg Zement, 0,4 cbm Sand und 0,8 cbm Steinschlag gebildet, die Meßlänge zu 1,0 m in der Mitte des Balkens bestimmt. Aus den Versuchen zeigte sich ebenfalls, daß armierter Mörtel und Beton viel größere Dehnungen zu ertragen vermögen, als ohne Eiseneinlagen, und daß die Dehnungsfähigkeit in weiten Grenzen abhängt von der Querschnittsgröße des Eisens zum Gesamtquerschnitte, von der Herstellung des Betons, seinen Abbindeverhältnissen und seinem Alter. Vom Stande der Praxis aus wird aber hier bereits betont, daß die Möglichkeit der Entstehung auch nur eines einzelnen Sprunges dazu zwingt, den Eiseneinlagen derartige Abmessungen zu geben, daß sie die gesamte Zugkraft aufzunehmen vermögen.

Der Praxis noch näher stehen die zweiten Considèreschen, allerdings nur an zwei Eisenbetonbalken durchgeführten Versuche.

Zur Verwendung gelangten hier 2 je 3,0 mm lange Balken von 15 cm Breite und 20 cm Höhe. Im Untergurte derselben waren 5 Rundeisen, 2 größere von je 16 mm Durchmesser nahe den Außenseiten, 3 kleinere, von 12 mm Durchmesser, zwischen den größeren eingelegt. Der eine der Träger war an der Luft unter ausreichender Benetzung, der andere unter Wasser erhärtet. Die Träger wurden nach einem halben Jahre im Laboratorium der École des ponts et chaussées untersucht und zwar unter der Einwirkung zwei gleich großer, in je 70 cm von der Balkenmitte entfernt aufgebrachten Einzellasten, so daß also auf eine Meßlänge von 1,40 m Moment und Querkraft konstant waren.

Aus dem Dehnungsdiagramm ergab sich, daß der Beton bei dem ersten Träger 0,22—0,55 mm, bei dem zweiten 0,56 bis 1,07 mm auf 1 m Dehnung auszuhalten vermochte, während er — wie nach Abschluß der Versuche aus der Zugzone der Balken herausgesägte Proben ergaben, — unarmiert nicht mehr als 0,1—0,2 mm Dehnung auf 1 m vertrug. Jedenfalls verdient hervorgehoben zu werden, daß diese der Praxis nahestehenden Versuche bei weitem nicht die hohen Dehnungen wie die ersten Considèreschen Arbeiten lieferten; während sich dort Dehnungen ergaben, welche die normalen Formänderungen um das 10—20fache übertreffen, zeigt sich hier nur eine 2,8 bis 10-fache Vergrößerung. —

Nicht mit Unrecht wirft Kleinlogel (B. u. E. 1905, Heft V, S. 124) den Ergänzungsversuchen Considères vor, daß die Anzahl der untersuchten Probebalken zu gering gewesen sei, um auch nur annähernd allgemein gültige Schlüsse aus den Belastungsergebnissen ziehen zu können, um so mehr, als auch die Nachbehandlung der Balken nach ihrer Herstellung und das an ihnen ermittelte Ergebnis recht verschieden war; auch fehlen Vergleichsversuche mit nichtarmiertem Beton derselben Zusammensetzung und Behandlung, da die aus den bereits geprüften Balken herausgesägten Probestücke einwandfreie Schlüsse nicht gestatten und zwar deshalb nicht, weil beim Beton stets bereits nach der ersten Belastung eine dauernde Formänderung auftritt. Schließlich ist das Erkennen der ersten Rißanfänge einerseits bei der ungewöhnlich hohen Eisenarmierung von 2,47 %, andererseits bei der Abgleichung der Balkenflächen ausschließlich mit Zementmörtel selbst für das bewaffnete Auge sehr schwer möglich.

Ähnliche Versuche wie die in zweiter Linie von Considère durchgeführten liegen auch von seiten der Firma Wayß und Freytag und zwar bereits aus dem Frühjahr 1903 vor; die im Verhältnis 1 : 4 gemischten Betonbalken wurden auch hier

1) Vergl. u. a. B. u. E. 1903, Heft V, S. 291.

2) Vergl. B. u. E. 1905, Heft III, S. 58 und 59, sowie Heft V, S. 124. (Einwürfe von Kleinlogel).

durch zwei gleiche Einzellasten symmetrisch beansprucht: aus der Dehnung des Eisens einerseits, aus der Zusammendrückung der Betonfasern auf der Balkenoberseite andererseits – und zwar bei Bildung der ersten feinen Risse — wurden rechnerisch die Dehnungen der untersten Betonfasern ermittelt. Hierbei ergaben sich je nach der schwächeren oder kräftigeren Armierung der Querschnitte (mit zwei Rundeisen von 10, 16 und 22 mm Durchmesser) Dehnungen von 0,50, 0,40 und 0,38 mm für 1 m, — Zahlen, die allerdings das mehr als Zweifache gegenüber den Formänderungen nicht armierten Betons darstellen. Auch hier waren, worauf noch zurückgekommen werden soll, die Betonkörper nach ihrer Anfertigung längere Zeit naß gehalten. Geringere Dehnungswerte zeigten weitere Drehversuche der vorgenannten Firma mit Betonhohlzylindern und spiralförmiger Eiseneinlage. Die in der Mitte der Zylinderwand liegenden, unter einem Winkel von 45° ansteigenden Spiralen waren hierbei so gerichtet, daß sie durch das Drehmoment auf Zug beansprucht wurden. Die ersten Risse im Beton ergaben sich bei allen vier armierten Hohlkörpern bei einer Dehnung von 0,27 mm für 1 m.

Höhere Dehnungswerte als bei unarmiertem Beton zeigen auch einige neuere Versuche von Schüle-Zürich mit auf reine Zugfestigkeit beanspruchten Eisenbetonprismen[1]; hier ergeben sich bei einem Mischungsverhältnisse von 300 kg Zement auf 1 cbm Sand und Kies, sowie bei 1% bezw. 1,6% Armierung und einem Alter von $5^1/_2$ bezw. $1^1/_4$ Monat Dehnungen von 1,08 bezw. 1,17 mm, sowie bei Verwendung von 500 kg auf 1 cbm 1,6% Eisen und einem Alter von $1^1/_4$ Monate solche von 1,38 mm auf 1 m. Schüle schließt aus diesen Werten, daß auch hier — wie bei Considère — die Sprödigkeit des Betons durch die Armierung vermindert, die Dehnungsfähigkeit mithin vergrößert worden sei.

In schroffem Gegensatze zu den vorbesprochenen Arbeiten stehen Versuche, welche A. Kleinlogel[2]) unter Anteilnahme von v. Bach in der Stuttgarter Materialprüfungsanstalt im Jahre 1903 mit größeren Probebalken durchgeführt hat. Mit Rücksicht darauf, daß es kaum möglich ist, einen Eisenbetonstab für die Zugversuche genau zentrisch einzuspannen und auch die neueren Zerreißmaschinen Körper von kaum mehr als 1 m Länge und 50 cm Meßlänge einzulegen gestatten, sind hier — gleich wie bei Wayß und Freytag und der zweiten Considèreschen Arbeit — Biegeproben und zwar mit 2,20 m langen Balken von 15×30 cm Querschnitt zur Durchführung gelangt. Da es nahe lag, daß der Beton sein elastisches Verhalten mit der Art und Größe der Armierung ändern werde, wurden bei den einzelnen Probebalken die Eiseneinlagen verschieden ausgeführt. Daneben wurden ganz gleichartige, unarmierte Balken geprüft. Der Beton war im Verhältnis von 1 Zement und 1 Sand : 2 Kalksteinschotter (gleich wie bei Considère) gemischt. Der Wassergehalt betrug 8%. Die Erhärtung der Balken erfolgte in einer Umhüllung von dauernd feucht gehaltenem Sande, die Prüfung in einem Alter von mehr als fünf Monaten; untersucht wurden im ganzen 8 unarmierte und 24 armierte Betonbalken in sechs Klassen, getrennt nach der Größe der Einlagen (1 Rundeisen von 10 mm, desgl. 2, und 3; 1 Rundeisen von 22 mm, desgl. 2 und 3).

---

[1]) Vergl. Mitt. d. eidgenössischen Materialprüfungsanstalt am Schweizer Polytechnikum in Zürich. Heft 10. Resultate der Untersuchungen von armiertem Beton auf reine Zugfestigkeit und auf Biegung unter Berücksichtigung der Vorgänge beim Entlasten. Zürich 1906. Selbstverlag der Anstalt. S. 8. Vergl. auch B. u. E. 1906, Heft VII, S. 183. Allerdings ist Kleinlogel – vergl. D. B. Z. 1906, Nr. 22, S. 87—88 — der Meinung, daß die Zahlentafeln und Diagramme von Schüle eher beweisen dürften, daß der armierte Beton alsdann zu reißen beginne, wenn seine Maximaldehnung, deren er in nicht armiertem Zustande fähig ist, erreicht wird.

[2]) Vergl. u. a. Forscherarbeiten aus dem Gebiete des Eisenbetons. Heft I. Untersuchungen über die Dehnungsfähigkeit nicht armierten und armierten Betons bei Biegungsbeanspruchung von A. Kleinlogel, Wien, Verlag von Beton und Eisen 1904; siehe auch B. u. E. 1904, Heft II, S. 89.

Die Ergebnisse der Versuche werden von Kleinlogel folgendermaßen zusammengefaßt:

1. Der nichtarmierte Beton im Mischungsverhältnisse 1 : 1 : 2 mit 8 % Wasser zeigte eine mittlere Bruchdehnung von 0,131 mm, sowie einen Höchstwert von 0,146 mm auf 1 m.

2. Der armierte Beton von genau derselben Zusammensetzung, unter denselben Verhältnissen hergestellt und geprüft, erreichte Bruchdehnungen, die kaum nennenswert größer sind, als diejenigen des nichtarmierten Betons. Der auffallende Unterschied in den Dehnungen der beiden Betonarten besteht jedoch darin, daß diese Bruchdehnung beim armierten Beton desto später erreicht wird, d. h. bei um so höherer Belastung, je höher die Armatur ist. Es wurde festgestellt, daß die ersten Risse eingetreten sind bei den Balken

Klasse	I	bei	0,118 mm				Dehnung auf 1 m.
„	II	zwischen	0,16	„	und 0,17	mm	
„	III	„	0,16	„	„ 0,19	„	
„	IV	„	0,15	„	„ 0,24	„	
„	V	„	0,16	„	„ 0,20	„	
„	VI	„	0,14	„	„ 0,18	„	

somit im Mittel zwischen: 0,118 und 0,196 mm auf 1 m.

Die Dehnungen des armierten Betons erreichen somit in keinem Falle die 10- bis 20fache Größe der Dehnungen des nichtarmierten Betons, sondern der Beton reißt, wenn seine Maximaldehnung, deren er fähig ist, erreicht wird.

Es geht somit aus diesen, mit großer Vorsicht und Genauigkeit durchgeführten Versuchen hervor, daß die hier gewählte Form der Armierung nicht hinreicht, um die von Considère und anderen beobachteten Erscheinungen zu erklären. Es ist vielmehr aus diesen Ergebnissen der Schluß zu ziehen — zunächst lediglich mit Hinweis auf die gewählte Zusammensetzung (Behandlung) und Art der Armierung der Probekörper, daß dem Eisen nicht die ihm zugeschriebene Eigenschaft innewohnt, sehr erhebliche, sonst nicht beobachtete Dehnungen des Betons zu ermöglichen, sondern es hat auf den letzteren lediglich den Einfluß, daß es ihn an der Erreichung der Bruchdehnung um so erfolgreicher hindert, je größer sein Querschnitt im Verhältnis zum wirksamen Betonquerschnitt ist; diese Bruchdehnung wird aber durch die Armierung kaum nennenswert größer als die des nichtarmierten Betons[1]).

[1]) Die Versuche von Kleinlogel bespricht A. Ostenfeld in B. u. E. 1905, Heft XI, S. 278. Die Versuche werden durchgerechnet, um zu sehen, ob es möglich sei, eine irgendwie zutreffende Formel für das Bruchmoment aufzustellen und zwar zunächst unter Vernachlässigung der Zugfestigkeit des Betons: letzteres geschieht deshalb, weil Kleinlogel angibt, daß schon längst vor Erreichung des Bruches, der Beton auf der Zugseite gerissen und demnach bei der Rechnung außer acht zu lassen ist. Ostenfeld betont, daß die gewünschte Formel erst aufstellbar war, als die Zugspannungen im Beton in Rechnung gezogen wurden und folgert hieraus, daß die von Kleinlogel beobachteten Risse nur oberflächlich gewesen und nicht in das Innere des Betons eingedrungen seien; demgemäß betrachtet Ostenfeld die Versuche als eine Bestätigung der Considèreschen Annahme. — Diese Ansicht dürfte nicht aufrecht zu erhalten sein mit Rücksicht auf die der Kleinlogelschen Veröffentlichung beigefügten photographischen Abbildungen der gerissenen Balken (siehe S. 17), aus denen ersichtlich ist, wie ausgedehnt die Risse verlaufen; zu dem sei hervorgehoben, daß vielfach auch nicht ein einzelner Riß sich bildete, sondern eine größere Anzahl von diesen auftraten (5 bis 7). Schließlich sei hervorgehoben, daß gerade in der Stuttgarter Versuchsanstalt eine so große Reihe von mustergültigen Versuchen mit Betonkörpern durchgeführt worden ist, daß eine Verwechslung von oberflächlichen mit in das Innere eindringenden Rissen nicht anzunehmen sein dürfte.

Den Kleinlogelschen Ergebnissen durchaus sich anpassende Resultate zeigen auch die seitens des Eisenbetonausschusses der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie unter der Leitung von v. Bach durchgeführten Belastungsversuche mit auf Biegung beanspruchten 2,00 m weitgestützten Betoneisenbalken [1]). Über die beim Eintritte der ersten Wasserflecken, welche die Vorläufer der Risse bilden, sowie unmittelbar vor Eintritt der ersten Risse beobachteten Betondehnungen, gibt die nachfolgende Zusammenstellung Auskunft. Wie ersichtlich betrug hier die größte beobachtete Dehnung 0,176 mm auf 1 m Länge; dieselbe wurde an einem Balken beobachtet, welcher eine ganz besonders geringe Breite (nur 15 cm) besaß.

Querschnitt des Balkens cm	Durchmesser des Armierungseisens mm	Dehnung im Beton bei Eintritt der ersten Wasserflecke auf 1 m Länge mm	Dehnung unmittelbar vor Beobachtung der ersten Risse auf 1 m Länge mm
30 . 30	25 [2])	0,07	0,127
30 . 30	25	0,07	0,132
20 . 30	18	0,06	0,123
15 . 30	22	0,10	0,176
30 . 30	32	0,08	0,136

Zur Nachprüfung der Considèreschen Ergebnisse hat schließlich Rudeloff an der Berliner Materialprüfungsanstalt Versuche über die Verteilung einer auf den Verbundkörper einwirkenden Belastung auf den Beton einerseits und die Eiseneinlage andererseits und das Verhältnis der Dehnungen beider Stoffe hierbei durchgeführt [3]). Nimmt man an, daß weder die Dehnbarkeit des Betons noch die des Eisens durch die Vereinigung beider Materialien beeinflußt wird, d. h., daß also die Beziehungen zwischen Belastung und Dehnung wie sie für die beiden Materialien allein gefunden sind, keine Änderung erfahren, so ergibt sich die Gesamtbelastung P, welche den Eisenbetonkörper um die Größe λ zu dehnen vermag aus der Beziehung:

$$P = p_e + p_b.$$

Hierin bedeuten p_e und p_b die Einzelbelastungen, welche das Eisen- bezw. den Betonkörper je für sich allein um λ dehnen. Aus den Versuchen Rudeloffs ergibt sich nun, daß die Betoneisenproben zur Erzeugung derselben Dehnung größere Belastungen erfordern als die Rechnung aus der Summa der Einzellasten für beide Bestandteile ergibt, und zwar beträgt dies Verhältnis rd. 118:100. Hiernach erscheint mithin die Dehnbarkeit des Betons oder des Eisens oder beider durch ihre Vereinigung verringert; die Bruchdehnung selbst zeigte sich für die Eisenbetonkörper und den unarmierten Beton fast gleich groß, war also durch die Eiseneinlagen keinesfalls nennenswert vergrößert.

---

[1]) Vergl. Versuche mit Eisenbetonbalken von C. von Bach. Berlin 1907, J. Springer, S. 42.

[2]) Eisen bearbeitet.

[3]) Vergl. Berl. Mitt. 1904, Heft I, Z. d. B. 1905, Nr. 62. B. u. E. 1905, Heft XI, S. 277. Verwendet wurden 9 Beton-Prismen, die schon 1899 aus 1 Zement und 3 Sand hergestellt an der Luft gelagert und etwa 5 Jahre alt waren. Die in der Achse der Zugkörper angeordneten Eiseneinlagen zeigten Durchmesser von 5,7 und 10 mm; daneben wurden auch unarmierte Körper geprüft.

Jedenfalls zeigen die Ergebnisse der Kleinlogelschen und Rudeloffschen Untersuchungen — denen sich noch amerikanische Arbeiten mit ähnlichen Resultaten anschließen — daß zum mindesten die von Considère u. a. beobachteten Erscheinungen **keine allgemeine Gültigkeit beanspruchen dürfen.** Es liegt die Vermutung nahe, daß es mehr als unwahrscheinlich ist, daß der Beton durch seine rein mechanische Vereinigung mit dem Eisen, zu einem in seinen elastischen Eigenschaften gänzlich veränderten Körper umgewandelt werden sollte. Jedenfalls aber sollte die Praxis bei Berechnung von Eisenbetonbauten sich nicht auf die hohen Dehnungen des Betons, die auch als ein Fließen desselben bezeichnet werden, verlassen, da — wie schon auf S. 16 in dem Berichte der französischen Regierungs-Kommission ausgesprochen wurde, auch nur ein einziger Riß die gesamte Rechnungsgrundlage zu erschüttern vermag. Höchstens könnte möglich sein, daß bei bestimmter Armierungsgröße und Art, bei besonderer Nachbehandlung der Probekörper, bei großer Genauigkeit der Herstellung, bei hoher Elastizität der Eiseneinlagen usw. die Dehnung des armierten Betons sich ein wenig größer ergibt als bei dem Material ohne Eiseneinlagen, freilich nicht in dem Maße und Vielfachen, wie einige der besprochenen Ermittelungen zeigen. Vielleicht läßt sich auch eine Erklärung der verschiedenen Größe der Dehnungen des Betons darin finden, daß der letztere stets bereits bei der ersten Belastung — die hier eine Zugwirkung darstellt — dauernde Formänderungen erleidet, während das fast vollkommen elastische Eisen sich nicht deformiert. Da nun aber — wie an anderer Stelle begründet wird — zwischen dem Eisen und dem Beton eine erhebliche Haftwirkung besteht, so wird ersteres auch von der Formänderung des Betons beeinflußt, wie es seinerseits diese zu verhindern suchen wird. Hierbei werden im Eisen — das vorher spannungslos war — Zugspannungen auftreten, während die Zurückhaltung der Formänderung des Betons in dessen Querschnittselementen Druckspannungen hervorrufen wird und zwar so lange bis ein Gleichgewichtszustand erreicht und der Zug im Eisen gleich dem Drucke im Beton geworden ist. Geht man zu einer weiteren Zugbelastung über, so wird zunächst die Druckkraft im Beton ausgeglichen werden müssen, ohne daß die Zugbeanspruchung wirksam wird; hierbei wird ein Teil der Zugkraft verbraucht: es ist also der Beton durch die erste Belastung — scheinbar — befähigt worden, größere Zugkräfte aufzunehmen.

Diese Erscheinung dürfte noch eine Steigerung erfahren, wenn — wie zum Teil bei Considère — die Erhärtung der Probekörper im Wasser vor sich geht. Wie bei dem Abschnitte — „Anfangsspannungen" ausgeführt wird, dehnt sich hierbei der Beton in einem nicht unerheblichen Maße; da sich alsdann — gleich, wie oben betont — infolge der Haftfestigkeit des Eisens im Beton Druckspannungen bilden, so werden hier, gleich wie bei der ersten Belastung, Kraftwirkungen (Druck im Beton) erzeugt, und demgemäß der Beton in noch höherem Maße befähigt, eine größere Zugkraft auszuhalten. Die hiervon bedingten Formänderungen werden sich also aus einer Beseitigung der Druckwirkung und den sich vom Spannungsnullpunkte an erst äußernden eigentlichen Dehnungen zusammensetzen; berücksichtigt man hierbei die gesamte Kraft, welche die Formänderung hervorruft, und bemißt nach ihr die Größe der Dehnung, so wird man für diese erheblich zu große Werte erhalten, und zwar um so weniger richtige, je weiter entfernt sich der Eisenbetonkörper von Anfang an von einem spannungslosen Zustande befand.

Erhärtet der Beton an der Luft, so zieht er sich zusammen; die Haftwirkung zwischen beiden Materialien hat also hier das Auftreten von Druckspannungen im Eisen,

von Zugspannungen im Beton zur Folge. Letztere werden — wahrscheinlich bis zum Eintritte eines Gleichgewichtszustandes — durch die infolge der ersten Belastung verbleibenden Druckspannungen der Betonfasern ausgeglichen, so daß Anfangsspannungen, welche die Dehnungen — scheinbar — vergrößern könnten, kaum vorhanden sein dürften. Es erscheint demgemäß wahrscheinlich, daß die absoluten Größen der beobachteten Betondehnungen in erheblichem Grade abhängig sein werden von der Nachbehandlung der Probekörper, sowie der Größe der ersten Belastung, d. h. davon, ob bei Beginn des Dehnungsversuches tatsächlich ein spannungsloser Zustand vorhanden ist. Vielleicht finden also hierin die beobachteten großen Verschiedenheiten ihre Erklärung.

In diesem Sinne spricht sich auch v. Bach bei der Zusammenfassung der Ergebnisse aus, welche die vorerwähnten seitens der Jubiläums-Stiftung der deutschen Industrie (mit auf Biegung beanspruchten Balken) zur Durchführung gelangten Versuche gezeitigt haben[1]):

„Durch die verhältnismäßig großen bleibenden Dehnungen, welche der Beton erfährt, bleiben bei der Entlastung Zugspannungen im Eisen zurück, die in diesem Zustande auf den Beton unterhalb der Nullachse drückend zurückwirken." Auch weist v. Bach darauf hin, daß diese Wirkung dadurch eine Verstärkung zu erhalten vermag, daß zwischen Beton und Eisen von vornherein ein spannungsloser Zustand nicht vorhanden zu sein pflege.

---

§ 3.

Die Normalfestigkeit des Betons und des Eisenbetons und die Größe der zulässigen Normalspannungen.

Die Größe der Druckfestigkeit des Portland-Zement-Betons ist bedingt durch die Güte der Rohmaterialien, die Art und Dauer ihrer Zusammenmischung, die Höhe des Wasserzusatzes, die Art der Herstellung und Nachbehandlung, das Alter, endlich durch die Größe und Form der für die Druckversuche benutzten Probekörper; beim Eisenbeton kommt zudem noch die Lage, Anordnung, Zahl, Querschnittsform und Oberflächenbeschaffenheit der Eiseneinlagen in Frage. Zunächst seien eine Anzahl von Versuchswerten mit reinem Zement-Mörtel und Beton mitgeteilt, welche zugleich die Einwirkung eines Teiles der oben angegebenen Faktoren erkennen lassen.

a) Nach Untersuchungen von Sanders[2]) beträgt die Druckfestigkeit bei einem Alter von 1 Monat und einer Mischung von:

1:2 Sand	i. M.	180	kg/qcm
1:2 Sand : 2 Kies	„	200	„
1:3 „	„	140	„
1:3 „ : 3 „	„	165	„

b) Amerikanische Versuche[3]) liefern die nachfolgenden Ergebnisse für σ_{bd}[4]):

[1]) Vergl. die in Anm. 1 auf S. 19 erwähnte Veröffentlichung S. 42 und 25.

[2]) Vergl. B. u. E. 1902, Heft IV, S. 371.

[3]) Durchgeführt von G. A. Kimball 1899 an Würfeln von 30 cm Seitenlänge. Vergl. die Broschüre über Thacher-Eisen der Concrete Steel Co. Newyork.

[4]) σ_{bd} = Druckspannung des Betons.

Mischung:	Alter der Probekörper: 7 Tage	1 Monat	3 Monate	6 Monate	
1:1:3	112	193	235	301	kg/qcm
1:2:4	98	168	203	259	
1:2,5:5	91	155	187	238	
1:3:6	84	144	171	217	

c) Beim Bau der Munderkinger Betonbrücke wurde gefunden:

Mischung:	Druckfestigkeit nach 28 Tagen:
1 : 2,0 : 4	130—256 kg/qcm.
1 : 2,5 : 5	
1 : 3,0 : 6	

Die Zunahme der Druckfestigkeit im Laufe der Zeit ergibt die folgende Beobachtungsreihe — aufgestellt für eine Mischung von 1 : 2,5 : 5 nach

	7 Tagen	28 Tagen	5 Monaten	2 Jahren	9 Jahren
σ_{bd} =	202	254	332	520	570 kg/qcm.

d) Von der Berliner Materialprüfungsanstalt wurden die folgenden Werte bestimmt[1]):

α)

Mischung	Alter: 7 Tage	28 Tage	3 Monate	6 Monate	1 Jahr	2 Jahr	3 Jahr	
1 : 3	—	219	264	291	293	—	308	kg/qcm.
1 : 4	125,4	163,8	225,8	—	283,4	315,5	319,7	
1 : 5	69,7	101,4	140,4	—	180,2	194,2	204,9	

β)[2])

I. Mörtel.

Alter der Probewürfel: 3 Monate.

Mischung	% Wassergehalt der trockenen Mischung	σ_{bd} in kg/qcm
1 : 1	9,2	421
1 : 2	6,0	360
1 : 3	4,5	282

II. Betonwürfel von 20 cm Seite.

Alter der Proben: 3 Monate.

Versuchsreihe 1.

Mörtelmischung	1:1				1:2				1:3	
Schotterzusatz	2 Kies	3 Kies	4 Kies	2 Granit	4 Kies	5 Kies	4 Granit	5 Granit	6 Kies	6 Granit
% Wassergehalt der trockenen Mörtelmischung	9,2	9,2	9,2	9,2	6,0	6,0	6,0	6,0	4,5	4,5
σ_{bd} in kg/qcm	261	293	277	343	266	284	205	293	227	269

[1]) Vergl. u. a. B. u. E. 1906, Heft IV, S. 102. Es ist stets das Mittel aus 10 Einzelversuchen angeführt. Die Erhärtung der Proben 1 : 4 und 1 : 5 fand normengemäß statt, hingegen waren die Proben 1 : 3 1 Tag an der Luft, dann unter Seewasser erhärtet. —

[2]) Vergl.: Die Druckfestigkeit des Betons und der Einfluß der Körper- (Würfel-) Größe auf die Erhärtung und Festigkeit von Zementmörtel und Beton. Berliner Mitt. 1903, Heft III, S. 111 von H. Burchartz.

Versuchsreihe 2.
Alter der Proben: 28 Tage.

Mörtelmischung	1:1			1:2	
Zusatz an Steinschlag	2	3	4	4	5
% Wassergehalt der trockenen Mörtelmischung	12	13	13	9,1	9,1
σ_{bd} in kg/qcm	374	358	304	287	259

Die vorstehenden Reihen lassen erkennen, daß unter Umständen ein höherer Schotterzusatz auf die Druckfestigkeit vermindernd einwirken kann; auch zeigt sich, daß die letztere Größe im besonderen von dem Gehalte an Zementmörtel und dessen Zusammensetzung abhängig ist; es wird dies auch dadurch bestätigt, daß — wie aus Zusammenstellung β I ersichtlich — die Mörtel allein höhere Festigkeit gezeigt haben, als die betreffenden Betonmischungen, vorausgesetzt den gleichen Wasserzusatz.

Weitere Versuche mit verschieden großen Würfeln haben ergeben, daß die Druckfestigkeit von Mörtel und Beton annähernd gesetzmäßig mit wachsender Größe des Probewürfels abnimmt; und zwar werden die Unterschiede mit der Zeit größer, indem die kleinen Würfel mehr an Festigkeit zunehmen als die großen. Im besonderen macht sich der Einfluß der Körpergröße bei den erdfeucht eingeschlagenen Probekörpern in hohem Maße bemerkbar, während er sich bei dem mauerrecht angemachten Beton als geringer erzeigt. Für die Praxis ist hieraus die Forderung abzuleiten, die für Festigkeitsversuche verwendeten Betonwürfel der späteren Verwendungsgröße anzupassen, zum mindesten nicht zu klein zu machen.

Über die hier in Frage kommenden Zahlenwerte geben die Zusammenstellungen in der Anmerkung [1]) Auskunft.

[1]) Die eingeklammerten Zahlen der Tabelle beziehen sich auf stets gleichartig — aber mit anderen Materialien — durchgeführte Versuchsreihen:

Tabelle a. Mörtel 1:3.

Seite des Versuchswürfels	Wasserzusatz				
	8,5 %		9,0 %		
cm	Alter 7 Tage	Alter 28 Tage	Alter 7 Tage	Alter 28 Tage	
7,1	163	235	210	291	Druckfestigkeit in kg/qcm
20	156	213	159	214	

Tabelle b. Beton aus 1 Zement + 5 Kiessand.

Seite des Versuchswürfels cm	Versuchsreihe	Wasserzusatz 11¼ %			
		Alter 7 Tage	Alter 28 Tage	Alter 90 Tage	
7,1	I	32,2	52,0	94,5	Druckfestigkeit in kg/qcm
	II	(66,8)	(98,6)	(124,6)	
10	I	21,4	52,5	82,6	
	II	(64,8)	(85,0)	(105,2)	
20	I	22,8	43,5	56,4	
	II	(46,6)	(66,7)	(95,4)	
30	I	26,5	37,1	62,0	
	II	(41,4)	(63,1)	(81,2)	

(Fortsetzung S. 24.)

e) Versuche von v. Bach über die Druckfestigkeit von Beton, im besonderen unter verschiedenem Wasserzusatze [1]).

Aus den Versuchen — auf deren Zahlenergebnisse weiter unten hingewiesen wird — ergibt sich, wie schon in der Praxis gefunden und auch durch die vorstehenden Burchartzschen Ermittelungen (d, β) dargetan ist, daß Dichte und Festigkeit beim Beton in einem engen Verhältnisse zueinander stehen, daß je dichter — also weniger wasserhaltig — der Beton ist, um so größer sich im allgemeinen seine Festigkeit herausstellt.

In diesem Sinne spricht sich auch v. Bach in seiner neuesten Veröffentlichung: Mitteilungen über die Druckelastizität von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatze, II. Teil aus; vergl. weiter unten.

Unterschieden wird bei den Untersuchungen zwischen erdfeuchtem, plastischem und weichem Beton, von dem der an zweiter Stelle genannte etwa 25% Wasser mehr enthält (5,5%) als der erstere (4,4%), während die weiche Masse (6,10%) den erdfeuchten Beton um rund 40% an Wassergehalt übertrifft. Die mit Biebricher und Ehingener Zement durchgeführten Versuche lassen erkennen, daß die Erhöhung des Wassergehaltes in den obigen Grenzen, vielfach ohne einen sicher festzustellenden Einfluß auf die Festigkeit verbleibt, daß also notwendigerweise hierbei eine Änderung in den wichtigsten Beton-

Bezeichnet man in dieser Tabelle die Druckfestigkeit nach 7 Tagen mit 100, so ergibt sich unter Zugrundelegung der Versuchsreihe I in bezug auf diese Zahl der „Erhärtungsfortschritt“ zu:

Seite des Versuchswürfels	Alter 7 Tage	28 Tage	90 Tage
7 cm	100	161	293
10 „	100	185	291
20 „	100	191	247
30 „	100	140	234
Mittelwert:	100	169	266
	(100)	(144)	(188) bei Versuchsreihe II.

Setzt man schließlich die Druckfestigkeit des Würfels von 7,1 cm Seitenlänge = 100 und bemißt hiernach das Verhältnis der Festigkeitsabnahme bei größer werdendem Druckquerschnitte, so ergibt sich die folgende Zusammenstellung:

Druckfestigkeit des „7,1 cm-Würfels“ = 100.

Seite des Versuchswürfels	Druckfestigkeitsverhältnis nach 7 Tagen	28 Tagen	90 Tagen
7 cm	100	100	100
10 „	88 (97)	101 (86)	87 (84)
20 „	71 (70)	84 (68)	60 (77)
30 „	82 (62)	71 (64)	66 (65)

[1]) „Mitteilungen über die Herstellung von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatze, sowie über die Druckfestigkeit und Druckelastizität derselben“ von C. v. Bach. Stuttgart 1903. Carl Grüninger, sowie B. u. E. 1903, Heft IV, S. 224 usw.

Der Zement zu den Versuchen wurde von Dyckerhoff bezw. der Stuttgarter Zementfabrik in Ehingen geliefert; die Versuche wurden auf Anregung des deutschen Betonvereins seitens der württembergischen Straßenbauverwaltung veranlaßt. Die Versuche haben eine besonders große Bedeutung für den Stampfbeton, da sie auch Aufschluß über die zweckmäßige Art des Stampfens geben. In dieser Hinsicht sind auch weitere Versuche bemerkenswert, welche (vergl. D. B. Z. 1906, S. 43, Nr. 11) seitens des deutschen Betonvereins mit Würfeln von 30 cm Seitenlänge und unter Verwendung von Rheinkiessand und Isarkiessand im Verhältnis 1 : 4 : 8 hergestellt wurden, und zwar in erdfeuchtem bezw. weichem Zustande und mit 6 oder 12 oder 18 Stampfstößen auf jede Stampfstelle. Als Ergebnis zeigte sich, daß die Festigkeit von erdfeuchtem Beton in hohem Grade durch die Stampfarbeit gesteigert wird, während bei weichem Beton dieser Einfluß erheblich geringer ist. Von einer gewissen Grenze an läßt diese Festigkeitszunahme wesentlich nach, ja sie schlägt schließlich in eine Festigkeitsabnahme um; vergl. hierzu die Zusammenstellung auf Seite 27.

eigenschaften meist nicht bedingt ist. Von großer Wichtigkeit ist hingegen das Versuchsergebnis, daß — in bezug auf die Festigkeit — sich große Abweichungen zwischen dem von Hand aus gemischten und dem mit Maschinen zubereiteten Beton ergeben, daß also eine der wichtigsten Grundlagen für die Güte des Betonbaus eine gute maschinelle Mischung ist; ihr gegenüber kommt die Schwankung zwischen der Druckfestigkeit von plastischem, erdfeuchtem wie noch stärker genäßtem, weichem Beton weniger in Betracht.

Aus den Versuchen zeigt sich, daß der oft weniger druckfeste, in hohem Grade wasserhaltige Beton vielfach an Festigkeit rascher zunimmt als der erdfeuchte, daß im besonderen nach längerer Zeit die Unterschiede wenig erheblich sind und demgemäß dem erdfeuchten Material keine Vorzugsstellung einzuräumen ist, um so weniger als die nässere Masse zu ihrer Herstellung nur $^2/_3$ des Arbeitsaufwandes (und kein geschultes Personal) gegenüber erdfeuchtem Beton verlangt. Schließlich hat sich auch hier — wie auch die Versuche unter d β II 1 ersichtlich machen, gezeigt, daß mit Schottermaterial bedeutend höhere Druckfestigkeiten in der Regel erzielt werden, als mit Grobkiessteinen.

Die Ergebnisse der später von E. Dyckerhoff fortgeführten Versuche[1]) (bis zu 1 Jahre) sind in den folgenden Tabellen I, II und III zusammengefasst; diese enthalten Mittelwerte aus je 2 oder 3 Proben je 4 verschiedener Betonsorten; es bedeutet in den Zusammenstellungen: B Biebricher, E Ehingener Zement; die eingeklammerten Zahlen sind die Festigkeitszunahmen in Prozenten der Anfangsfestigkeit nach 28 Tagen.

Tabelle I.

Mischung 1 : 2,5 : 5.

Mittlere Druckfestigkeit in kg/qcm.

A. Maschinen-Mischung.

Alter Tage	Erdfeuchter Beton		Plastischer Beton		Weicher Beton	
	B. 10 cm Stampf schichten	E. desgl.	B. 15 cm Stampf. schichten	E. desgl. 10 cm	B. Beim Einfüllen gestampft	E. 10 cm Stampf- schichten
28	317,0	262,2	279,2	—	253,25	265,5
100	347,8	301,14	321,0	—	291,75	325,94
	(9,93)	(12,99)	(14,76)	—	(15,26)	(22,92)
365	441,7	335,28	357,1	—	380,82	371,94
	(26,71)	(11,36)	(11,48)	—	(10,02)	(14,18)
Gesamte Festigkeits- zunahme %	(39,18)	(25,78)	(27,68)	—	(26,81)	(40,44)
B. Hand-Mischung.						
28	235,1	237,1	—	268,8	225,5	248,1
100	252,1	289,6	—	318,7	248,2	302,3
	(17,15)	(22,27)	—	(18,90)	(10,10)	(22,37)
365	306,3	311,3	—	351,7	296,0	338,0
	(21,69)	(7,59)	—	(10,3)	(18,98)	(11,93)
Gesamte Festigkeits- zunahme %	(30,34)	(31,69)	—	31,37	(30,99)	(37,03)

[1]) Vergl. D. B. Z. 1904, Nr. 6, S. 22.

Tabelle II.

Mischung 1:4:8.

A. Maschinen-Mischung.

Alter Tage	Erdfeuchter Beton		Plastischer Beton		Weicher Beton	
	B. 10 cm Stampfschichten	E. desgl.	B. 15 cm Stampfschichten	E. desgl. 10 cm	B. Beim Einfüllen gestampft	E. 10 cm Stampfschichten
28	205,5	208,1	182,7	237,0	161,5	184,7
100	268,2 (7,13)	250,3 (23,11)	251,3 (18,01)	262,6 (10,57)	198,5 (22,91)	243,1 (32,21)
365	308,0 (14,93)	250,0 (1,05)	241,7 (12,24)	303,7 (16,05)	230,3 (16,27)	276,8 (14,13)
Gesamte Festigkeitszunahme %	(22,99)	(20,40)	(32,40)	(28,15)	(42,63)	(50,71)

B. Hand-Mischung.

Alter Tage	Erdfeuchter Beton B.	Erdfeuchter Beton E.	Plastischer Beton B.	Plastischer Beton E.	Weicher Beton B.	Weicher Beton E.
28	179,1	174,1	—	202,7	145,7	183,5
100	195,6 (9,12)	191,6 (10,04)	—	240,6 (19,04)	180,2 (23,42)	214,8 (17,33)
365	229,7 (18,18)	228,8 (19,56)	—	267,6 (11,26)	202,8 (12,64)	243,2 (13,71)
Gesamte Festigkeitszunahme %	(28,92)	(31,37)	—	(32,48)	(38,99)	(33,48)

Tabelle III.

Art des Betons	Erdfeucht				Plastisch				Weich			
	Zuges. Wasser		Ges. Wassergehalt		Zuges. Wasser		Ges. Wassergehalt		Zuges. Wasser		Ges. Wassergehalt	
	B.	E.	B.	E.	B.	E.	B.	E.	B.	E.	B.	E.
Masch.-Bet. 1:2,5:5	3,5	4,08	4,83	4,51	4,58	—	5,91	—	5,4	5,7	6,83	6,14
Hand-Bet. 1:2,5:5	3,6	4,0	4,92	4,44	—	4,85	—	5,29	5,5	5,7	6,83	6,14
Masch.-Bet. 1:4:8	3,28	3,7	4,66	4,16	4,45	4,62	4,65	5,08	5,20	5,59	6,59	6,01
Hand-Bet. 1:4:8	3,4	3,7	4,78	4,16	—	4,62	—	5,08	5,3	5,55	6,68	6,07

Der Wassergehalt bei Herstellung der zur Verwendung gelangten Probewürfel (von 30 cm Seite) ist in Tabelle III in Mittelwerten angegeben; er setzt sich zusammen aus dem schon im Kiessande vorhandenen Wasser, das sich für Biebrich auf 4,6%, für Ehingen auf 1,5% der Kiesmenge beläuft und dem zum Beton bei seiner Bereitung noch zugesetzten Wasser. Tabelle III enthält die auf die vorstehenden Zusammenstellungen bezüglichen Angaben.

Die Weiterführung der vorstehend erwähnten Versuche mit Biebricher und Ehingener Probewürfeln bis zur Dauer von zwei Jahren behandelt v. Bach in der unten erwähnten Schrift [1]). In der Einleitung zu dieser sagt er:

„Die Verantwortlichkeit des Unterzeichneten (v. Bach) erstreckte sich nur auf die Prüfung der eingelieferten Körper.

Die Ergebnisse der sonst in der Materialprüfungsanstalt der k. Technischen Hochschule zu Stuttgart mit Körpern, welche in der Anstalt selbst hergestellt

[1]) Mitt. über die Druckelastizität und Druckfestigkeit von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatz. II. Teil. Stuttgart 1906, Carl Grüninger.

worden sind, durchgeführten Versuche deuten hinsichtlich des Einflusses des Wasserzusatzes in der größten Mehrzahl der Fälle darauf hin, daß bei geeigneter Zusammensetzung des Betons die geringste Wassermenge, welche eben noch ausreicht, um einen vollkommenen Stampfbeton zu erzeugen, die größte Festigkeit liefert. Die Herstellung von Betonkörpern mit dem Mindestmaß von Wasserzusatz erfordert sehr geübte Arbeiter, sowie große Aufmerksamkeit und birgt fortgesetzt die Gefahr in sich, daß der Beton nicht durch seine ganze Masse hindurch gut ausfällt. Durch größeren Wasserzusatz wird ermöglicht, daß auch weniger geübte Arbeiter einen guten Beton erzeugen. Die Sicherheit, daß ein durchaus guter Beton hergestellt wird, ist eine weitergehende, wenn man mit einem Überschuß von Wasser über das bezeichnete Mindestmaß hinaus arbeitet.“ —

Schließlich hat v. Bach anläßlich seiner weiter unten besprochenen Versuche über die Druckfestigkeit von Eisenbetonprismen die Würfeldruckfestigkeit des hierbei verwendeten Materials 1 Zement + 4 Kiessand (3 R T Sand + 2 R T Kies) + 15 % Wasser nach einer Erhärtungsdauer von 3 Monaten zu 159 bezw. 175 kg/qcm i. M. bestimmt[1]).

f) Ähnliche Ergebnisse zeigen auch die bereits auf S. 24 in Anm. 1 erwähnten weiteren Versuche des deutschen Betonvereins. Obwohl hier im besonderen der Einfluß der Stampfarbeit bei der Betonherstellung auf dessen Festigkeit erforscht werden sollte, liefern die Resultate doch auch dafür einen weiteren Beweis, daß die Proben mit höherem Wasserzusatze eine geringere Festigkeit besitzen; auch zeigt sich hier wiederum die große Überlegenheit der Maschinenmischung gegenüber der Herstellung durch Hand. Die zahlenmäßigen Ergebnisse der Versuche gibt die nachfolgende Zusammenstellung an[2]):

Betonart	Versuchsreihe	Zahl der Stampfstöße	Rheinkiessand				Isarkiessand			
			Wasserzusatz in %	Bruchfestigkeit in kg/qcm	Festigkeits-Zunahme %	Festigkeits-Unterschied zwischen erdfeucht und weich in %	Wasserzusatz in %	Bruchfestigkeit in kg/qcm	Festigkeits-Zunahme %	Festigkeits-Unterschied zwischen erdfeucht und weich in %
erdfeucht	I (Maschinenmischung)	6	5,0	185,2	—	—	5,8	131,5	—	—
	I	12	5,0	215,5	+ 16,4	—	5,8	151,1	+ 15,2	—
	I	18	5,0	226,3	+ 15,0	—	5,8	159,6	+ 5,3	—
	II (Maschinenmischung)	6	5,0	193	—	—	5,8	127	—	—
	II	12	5,0	228	+ 18,1	—	5,8	156	+ 22,8	—
	II	18	5,0	217	— 4,8	—	5,8	167	+ 7,0	—
	III (Handmischung)	6	5,2	135,8	—	—	6,0	78,7	—	—
	III	12	5,2	159,8	+ 17,7	—	6,0	96	+ 22,0	—
	III	18	5,2	156,8	— 1,9	—	6,0	109	+ 13,5	—
weich	I (Maschinenmischung)	6	6,5	136,7	—	— 26,2	7,3	121,1	—	— 7,9
	I	12	6,5	139,3	+ 1,9	— 35,4	7,3	124,8	+ 3,1	— 17,4
	I	18	6,5	141,1	+ 1,3	— 37,6	7,3	125,9	+ 0,9	— 21,1
	II (Maschinenmischung)	6	6,5	150	—	— 22,3	7,3	131	—	+ 3,1
	II	12	6,5	155	+ 3,3	— 32,0	7,3	130	— 0,8	— 16,7
	II	18	6,5	156	+ 0,6	— 28,1	7,3	127	— 2,3	— 24,0
	III (Handmischung)	6	6,6	113	—	— 16,8	7,4	80	—	— 1,7
	III	12	6,6	130	+ 15,0	— 18,7	7,4	76,7	— 4,1	— 20,1
	III	18	6,6	134	+ 3,1	— 14,5	7,4	83,3	+ 7,9	— 23,6

[1]) Vergl. hierzu: Mitteilungen über Forschungsarbeiten herausgegeben vom Vereine deutscher Ingenieure. Heft 29, Abhdl. I, S. 27 und 28. (Druckversuche mit Eisenbetonkörpern von C. v. Bach.)

[2]) Vergl. D. B. Z. 1906, Nr. 11, S. 43. Die Probewürfel wurden an 3 Arbeitsstellen zu Biebrich, Oberkassel und Karlshorst hergestellt.

g) Schließlich sei noch auf Versuche von Burchartz[1]) hingewiesen, welcher für die bei Eisenbetonbauten oft übliche Mischung von 1 Zement:4 Kiessand die Druckfestigkeit des Betons bei einem Wassergehalt von 7,5% i. M. zu 203,9, bei 12,0% zu 130,8 kg/qcm bestimmte, hierbei also einen Herabgang der Festigkeit um rund 36% fand.

h) Bezüglich des Einflusses nicht hydraulisch wirkender Zuschläge zum Portland-Zement, sowie betreffend die Einwirkung starker Erwärmung auf dessen Festigkeitsverhältnisse sei auf die beiden Anmerkungen [2]) und [3]) verwiesen.

Aus allen voranstehenden Versuchsergebnissen ist ersichtlich, daß bei den üblichen Mörtel- und Betonmischungen auf eine Druckfestigkeit — etwa nach einem Monat von

[1]) Z. D. B. 1902, Nr. 98 und Z. u. B. 1904, S. 115. Die Raumgewichte der angegebenen Mischung stellen sich bei dem geringeren Wassergehalte zu 2,271, bei dem höheren zu 2,210, zeigen also eine Verminderung um 3%.

[2]) Über den Einfluß nicht hydraulisch wirkender Zuschläge zum Portlandzementmörtel auf dessen Festigkeit hat R. Dyckerhoff umfassende Versuche durchgeführt (vergl. u. a. D. B. Z. 1904, Nr. 7, S. 28) und zwar zu dem Zwecke, um festzustellen, wie weit sich ohne all zu erhebliche Festigkeitsverminderung der Portlandzement im Mörtel durch billigere Zuschläge ersetzen lasse. In der nachstehenden Tabelle sind die mit 2 verschiedenen Portlandzementen und mit Sandmehl bezw. Kalksteinmehl erzielten Festigkeiten aufgeführt; bei den Versuchen wurden stets 30 v. H. des Portlandzementes durch einen der genannten Zuschläge ersetzt.

Tabelle*).

	Zementprobe	Mörtelmischung	Im Wasser erhärtet					An der Luft erhärtet (vorher 6 Tage genetzt)				
			Zugfestigkeit			Druckf.		Zugfestigkeit			Druckf.	
			Wochen: 1	4	13	Wochen: 4	13	Wochen: 1	4	13	Wochen: 4	13
A. Normen-Prüfung.	I	100 Z + 300 S	23,6	28,2	—	292,8	—	—	—	—	—	—
		70 Z + 30 Sm + 300 S	18,6	22,2	—	206,6	—	—	—	—	—	—
		70 Z + 30 K + 300 S	19,6	22,6	—	206,2	—	—	—	—	—	—
	II	100 Z + 300 S	23,4	28,4	—	333,6	—	—	—	—	—	—
		70 Z + 30 Sm + 300 S	18,6	22,4	—	269,0	—	—	—	—	—	—
B. Eingeschlagene Proben mit gemischtkörnigem Rheinsand.	I	100 Z + 300 S	27,3	31,5	35,3	311,6	397,4	28,4	36,7	42,7	382,6	410,6
		70 Z + 30 Sm + 300 S	21,8	25,5	30,7	218,4	270,0	23,3	31,3	35,2	263,4	315,8
		70 Z + 30 K + 300 S	22,4	25,9	30,8	217,2	279,8	22,9	29,2	34,7	262,2	315,2
	II	100 Z + 300 S	30,7	35,4	39,3	417,4	470,6	30,6	41,3	49,1	457,8	510,8
		70 Z + 30 Sm + 300 S	25,0	30,2	36,1	294,6	342,6	25,8	41,8	45,0	331,2	386,4

Wie die Ergebnisse zeigen, wurde die Normenfestigkeit (16,0 bezw. 160 kg/qcm) trotz der Beimischungen überschritten; hierbei zeigen die an der Luft erhärteten Proben ein noch günstigeres Verhalten als die unter Wasser abgebundenen. Auch macht sich der Einfluß des gemischtkörnigen Sandes auf die Erhöhung der Festigkeit geltend.

[3]) Den Einfluß starker Erhitzung auf die Druckfestigkeit von Beton untersuchte Prof. Woolson (vergl. u. a. Eng. News v. 13. VII. 1905, D. B. Z. 1905, Nr. 17, S. 67) an Würfeln von 10 cm Seite, gemischt im Verhältnisse 1:2:4; als Schotter fand hierbei Kalkstein oder Grünstein Verwendung. Von der Anfangstemperatur von 260° C ausgehend, wurde — bei einer Steigerung um je 130° in 5 Minuten — eine Höhe von 1170° C erreicht und 10 Minuten lang gehalten. Die langsam abgekühlten Proben wurden nach etwa 3 Wochen vorsichtig geprüft.

Die Grünsteinwürfel, welche unerhitzt bei 32 Tagen Alter i. M. 163 kg/qcm Druckfestigkeit ergaben, zeigten bis zu 400° C keine wesentliche Veränderung, darüber hinaus aber einen deutlich sichtbaren Festigkeitsabfall, sowie viele feinere Oberflächenrisse; bei 1200° C besaßen sie nur noch den vierten Teil ihrer Anfangsfestigkeit.

*) In der Tabelle bedeutet: Z = Zement, S = Sand, Sm = Sandmehl, K = Kalksteinmehl.

mindestens 150—180 kg/qcm gerechnet werden kann. Da diese Größe — zum Teil sehr erheblich — wie im besonderen die Tabellen b, c und d, α erkennen lassen, mit zunehmendem Alter des Materials steigt, so wird man eine etwa fünffache Sicherheit als ausreichend ansehen, die **zulässige Druckspannung** des Betons auf etwa **30—35 kg/qcm** festsetzen können[1]). Es sei besonders hervorgehoben, daß diese Zahl eine Funktion der ermittelten Würfelfestigkeit des Betons usw. ist; nachfolgend wird dargetan werden, daß der Wert von 30—35 kg/qcm auch für Eisenbetonbauten Gültigkeit besitzt, vorausgesetzt, daß durch geeignete Querverbindung der Eiseneinlagen dafür gesorgt ist, daß auch tatsächlich die Würfelfestigkeit des Materials ausgenutzt, bezw. durch eine „Umschnürung" vergrößert wird.

Über andere — in der Praxis zugelassene — Werte für die Druckbeanspruchung des Betons vergl. die unten stehende Anmerkung[1]).

Die nach 34 Tagen eine Druckfestigkeit von 128 kg/qcm zeigenden Kalksteinwürfel ergaben schon von 260° C an einen erheblichen Festigkeitsrückgang bis auf 87 kg/qcm; bei 1000° C konnten sie nicht mehr untersucht werden, da sie bei der Abkühlung nach 3 Tagen fast zerfielen. Diese Versuche lassen das Verhalten des Betons bei hohen Temperaturen anders erscheinen, als bisher bei Brandproben usw. beobachtet wurde. Sie stehen auch nicht im Einklange mit Versuchen des Berliner Materialienprüfungsamtes, die 1894 in dessen Mitteilungen veröffentlicht sind. Hier zeigt sich bei Würfeln, von 10 cm Seite, einem Mischungsverhältnisse von 1:5 und einem Alter von 28 Tagen, welche 1 Stunde bis zur Rotglut erhitzt, 3 Stunden dieser Temperatur ausgesetzt und darauf teils langsam an der Luft, teils plötzlich im Wasser abgekühlt wurden, die Verminderung der Druckfestigkeit lange nicht in dem Maße, wie von Woolson beobachtet. Die Verschiedenheiten erklären sich wahrscheinlich dadurch, daß hier Beton-, dort Mörtelproben untersucht wurden, und die Steinzuschläge einen bestimmenden Einfluß auf den Festigkeitsrückgang ausüben, da wie bekannt, Kalkstein z. B. sich selbst sehr wenig widerstandsfähig im Feuer gezeigt hat.

[1]) Durch die Leitsätze für Eisenbetonbauten (aufgestellt vom Verbande deutscher Architekten- und Ingenieurvereine und vom deutschen Betonverein) ist bei reiner Druckbeanspruchung der Wert von 35 kg/qcm gestattet. Das preußische Ministerium der öffentlichen Arbeiten läßt bei Stampfbetonbrücken 1:2,5—3:5—6 eine Druckbeanspruchung von 20—35 kg/qcm zu, während das Berliner Polizeipräsidium — allerdings für Decken und eine Mischung von 1:3 — einen Wert von σ_{bd} bis zu 30 kg/qcm erlaubt; hingegen gestatten die preußischen Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten v. J. 1904 nur $^1/_{10}$ der Bruchfestigkeit (!).

Über die bei neueren Betonbrücken zugelassenen Druckspannungen im Verhältnisse zur Würfelfestigkeit des Materiales, sowie über die Erhöhung dieses Wertes mit zunehmendem Alter gibt die nachstehende Zusammenstellung Auskunft.

Bauwerk	Berechneter Wert von σ_{bd} in kg/qcm	Würfelfestigkeit nach			Mischung
		28 Tagen kg/qcm	Sicherheitsgrad hierbei rund:	( ) Tagen kg/qcm	
Munderkinger Brücke	38,0	254	$\frac{1}{6,5}$	(152) 332	$1:2^1/_2:5$
Dresdener Eisenbahnbrücke über die Elbe	23,0	172	$\frac{1}{7}$	(90) 197	$1:5:6^3/_4$
Inzigkofener Brücke	36,5	—	—	(170) 224	$1:2^1/_2:4^1/_2$
Eisenbahnbrücke über das Chemnitztal	25,0	164	$\frac{1}{6,5}$	(90) 210	$1:5:6^1/_2$
Viadukt bei Chemnitz	28,5	216	$\frac{1}{7}$	(90) 265	$1:4:4^1/_2$
Düsseldorfer Ausstellungsbrücke	47,0	254	$\frac{1}{5,5}$	(90) 277	1:4:4
Lennebrücke bei Halden i. W.	20,6	172	$\frac{1}{6,5}$	—	1:4:6

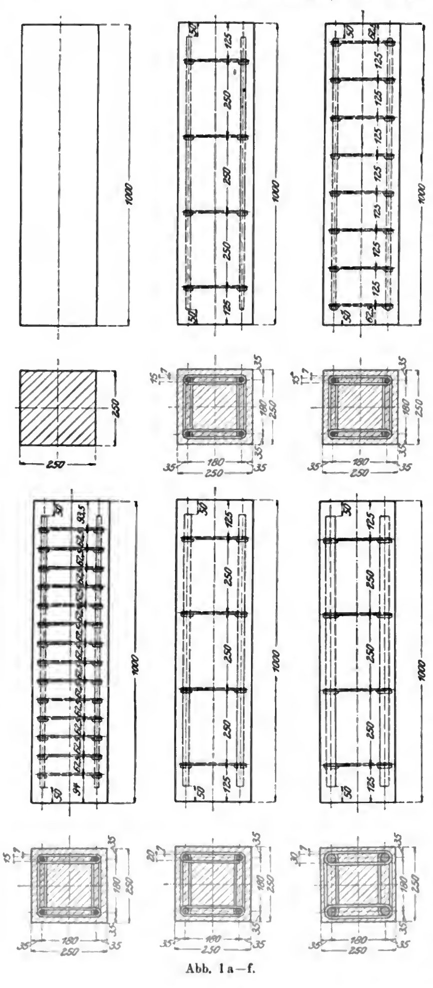


Abb. 1 a—f.

Über die **Druckfestigkeit von Eisenbetonkörpern** — an Würfeln oder kurzen Prismen in der Regel erprobt, liegen verhältnismäßig wenige Versuchsreihen vor. Im besonderen seien erwähnt die Untersuchungen des zweiten österreichischen Gewölbeausschusses [1]), welche bei Prismen von 50.50.100 cm, einer Mischung 1:3,5, einer Amierung von 0,9% und einem Alter von $3^1/_2$ Monaten, einen Mittelwert der Druckfestigkeit von 277 kg/qcm ergeben [2]), ferner Arbeiten von Gary, welcher bei 3 Monate alten, mit 4,5% Eiseneinlagen ausgerüsteten Pfeilern [3]) Bruchbelastungen von 256 kg/qcm i. M. bestimmte; weiter zeigen Versuche an der Versuchsanstalt zu Lemberg bei über 1 Jahr alten, roh — wie beim Bau — in Mischung 1:3:5 hergestellten Säulen Festigkeiten ohne Armierung von i. M. 167,2, bei Einlagen von vier 10 mm starken Rundeisen von i. M. 184 kg/qcm, also eine Festigkeitszunahme.

Diese letztere Frage — im besonderen auch die Einwirkung der Querverbin-

[1]) Vergl. Zeitschr. des österr. Ingen. und Arch.-Vereins 1901, Nr. 25.

[2]) Die Versuche zeigten deutlich, daß sich die Druckfestigkeit durch einen besseren Anschluß der Querverbindungen an die Hauptstäbe leicht hätte vergrößern lassen.

[3]) Die Länge der Pfeiler betrug das 13fache der Seite des quadratischen Querschnittes.

dungen auf die Druckfestigkeitsvermehrung in umfassender Weise behandelt zu haben, ist wiederum das Verdienst von v. Bach[1]).

Die zum Versuche verwendeten Probekörper haben (Abb. 1a—f) durchgehend prismatische Form; ihre Länge beträgt 100, die Seite ihres quadratischen Querschnittes 25 cm. Ein kleiner Teil der Prismen wurde ohne Einlage, die übrigen mit vier der Achse parallel laufenden Rundeisen verschiedenen Durchmessers versehen. Die Rundeisen waren durch die in der Regel üblichen Bügel aus 7 mm Rundeisen, senkrecht zur Achse verbunden. Der Abstand der Bügel bei den einzelnen Versuchsreihen war ein verschiedener. Die Probekörper sind im Verhältnisse von 1 Zement: 4 Kiessand (aus 3 Sand und 2 Kies gebildet) zusammengesetzt und in weichem Zustande angemacht (mit 15% Wasser). Das zur Einbetonierung verwendete Eisen war Handelsflußeisen, das Alter der Probekörper betrug 3 Monate. — Die Armierung der Prismen und die Entfernung der Bügel war, wie auch die Abbildungen 1a—f zeigen, die folgende:

Versuchskörper	Armierung	Bügelentfernung
I	4 Rundeisen von 15 mm Durchmesser	25 cm
II	„ „ 15 „ „	12,5 „
III	„ „ 15 „ „	6,25 „
IV	„ „ 20 „ „	25,0 „
V	„ „ 30 „ „	25,0 „

Die ermittelten Bruchfestigkeiten sind aus der angefügten Tabelle zu entnehmen.

Probekörper	Druckfestigkeit i. M. in kg/qcm	Bügelentfernung in cm	Armierung in % der Querschnitte
Ohne Eiseneinlagen	141	—	—
I	168	25	1,14
II	177	12,5	1,14
III	205	6,25	1,14
IV	170	25	2,04
V	190	25	4,60
Normal gestampfter Würfel (Würfelfestigkeit)	175		

Aus der Zusammenstellung ergibt sich, daß

1. die Widerstandsfähigkeit auf Druck mit abnehmender Bügelentfernung zum Teil erheblich wächst[2]);

2. eine Vermehrung des Querschnittes der Haupteinlage (Längsarmierung) die Tragfähigkeit der Säule nicht in dem Maße vergrößert, wie dies zu erwarten steht;

3. der Einfluß von 1 kg Eisen in den Bügeln auf die Erhöhung der Widerstandsfähigkeit größer (und zwar etwa doppelt so groß) ist als derjenige von 1 kg in den Längsstangen;

---

[1]) Mitteilungen über Forschungsarbeiten aus dem Gebiete des Ingenieurwesens, herausgegeben vom Vereine Deutscher Ingenieure. Heft 29. Abhdl. 1. Druckversuche mit Eisenbetonkörpern von C. v. Bach, sowie D. B. Z. 1905, Nr. 17, S. 68 usw.

[2]) Dieses Ergebnis stand zu erwarten, wenn man annimmt, daß durch die Querarmierung das Prisma in einzelne Würfel bezw. Platten zerteilt wird, und wenn man berücksichtigt, daß bei demselben Material und beim Druckversuche die Festigkeit der dünneren Platte sich stets höher ergibt als wie beim Würfel.

4. die Würfelfestigkeit des reinen Zementbetons unter Verwendung zweckmäßiger Querverbindungen auch im Eisenbetonbau — im besonderen für die Druckbeanspruchung von Pfeilern und Säulen — zugrunde gelegt werden kann; hierbei empfiehlt es sich, die Bügelentfernung stets kleiner zu machen als die geringste Querschnittsabmessung, vorausgesetzt jedoch, daß nicht die „Knicklänge" der einzelnen Eiseneinlagen ein noch geringeres Maß erfordert.

Im Anschlusse an das unter 2. angeführte Versuchsergebnis berechnet Professor Mörsch[1]) unter Zugrundelegung der in den Leitsätzen des Verbandes deutscher Architekten- und Ingenieurvereine gegebenen Formeln die Tragfähigkeit der Prismen I, IV und V zu 25600, 28490 und 36730 kg; diese rechnungsmäßigen Säulenlasten verhalten sich zu einander wie: 168:178:241, während das Verhältnis der beobachteten Druckfestigkeiten (bei 25 cm Bügelentfernung) sich wie 168:170:190 ergibt; es wächst mithin bei Vergrößerung der Längseinlage die Bruchfestigkeit durchaus nicht proportional, sondern in erheblich geringerem Maße. Es erscheint also durchaus unangebracht und gefährlich, die Tragfähigkeit dünner Betoneisenpfeiler durch eine starke Vergrößerung der Hauptarmierung erhöhen zu wollen.

Bei den vorgenannten Versuchen prüfte v. Bach zugleich den Einfluß der Eiseneinlagen auf die Druckelastizitätszahl des Betons. Es zeigte sich, daß $E_{b\,Dr}$ zunimmt mit wachsendem Querschnitte sowohl der Eiseneinlage als auch der Querverbindungen bezw. deren vermehrter Anzahl, und daß es nicht möglich ist, — auch bei bekanntem $E_{b\,Dr}$ — die genaue Verteilung der Last zwischen Beton und Eisen bei normalen Spannungswerten zu bestimmen, weil die Querverbindungen auf die Zusammendrückung hindernd einwirken und somit die Elastizität des Betons verändern. Die meist angenommene Lastverteilung zwischen Beton und Eisen entsprechend den Elastizitätszahlen kann jedoch nach den Versuchen — unter Innehaltung eines Verhältnisses von 1:11 bis 1:13 — als für die Praxis genau genug angesehen werden. Die nachfolgende Zusammenstellung zeigt — je nach den von 16—113 kg/qcm schwankenden Belastungsstufen — die Größenwerte für $E_{b\,Dr}$ bei den vorstehend erwähnten prismatischen Versuchskörpern:

Versuchskörper		$E_{b\,Dr}$ in kg/qcm
Reines Betonprisma		280100—174800
Armiertes Prisma No.	I	317100—207400
„ „ „	II	314500—194800
„ „ „	III	332900—239500
„ „ „	IV	331300—232800
„ „ „	V	393500—272400.

Ein Vergleich dieser Werte mit den in § 2 für $E_{b\,Dr}$ angeführten Zahlen ergibt, daß sie sich durchaus in den Rahmen der dort gegebenen Größen einfügen, daß es also nicht erforderlich erscheint, für den Eisenbetonbau besondere Größen von $E_{b\,Dr}$ gegenüber dem reinen Betonbau einzuführen.

Noch mehr als durch Bügel wird die Druckfestigkeit von Eisenbetonsäulen, Pfeilern usw. durch eine Spiralarmierung (Beton fretté) vergrößert[2]). Auf diese Verhältnisse zuerst hingewiesen zu haben, ist das Verdienst Considères, welcher durch größere

[1]) Vergl. sein Werk: Der Eisenbetonbau. II. Aufl., S. 65.

[2]) Vergl. das in Anmerkung 1 S. 29 aufgeführte Heft 29 über Forschungsarbeiten. I. B. Versuche mit spiralförmiger Armierung von C. v. Bach bezw. B. u. E. 1905, Heft XII, S. 305, B. u. E. 1906, Heft I, S. 14, Heft II, S. 38, sowie die weiter unten mitgeteilten Literaturnachweise.

Versuchsreihen gezeigt, daß spiralförmig armierter Beton, wenn die Probekörper mit Sorgfalt hergestellt werden, sehr bedeutende Druckfestigkeit erhält [1]). Die in Deutschland patentierte Bauweise [2]) besteht darin, daß Abb. 2b bis 2g um die Längseinlagen eines prismatischen, säulenförmigen Körpers Rundeisendraht in Form einer Spirale und in der aus den Abbildungen ersichtlichen Form herumgeführt wird. Durch die Spirale wird, je nach ihrer Ganghöhe und ihrem Querschnitte eine mehr oder minder große Umschnürung des Betons und hierdurch, infolge Verhinderung des Ausweichens, eine Erhöhung der Druckfestigkeit hervorgerufen.

Bei seinen Versuchen ging Considère davon aus, daß dieselbe Eisenmenge einmal als Längsarmatur, das andere Mal als Umschnürung verwendet, in letzterem Falle eine von der inneren Reibung des Materials abhängige grössere Nutzleistung ergeben müsse. Aus vergleichenden Versuchen mit einerseits unarmierten, andererseits drahtumwundenen Mörtelzylindern (1 : 4) von 40 mm Durchmesser, bestimmte er, wie die nachfolgende Zusammenstellung erkennen läßt, eine sehr erhebliche Zunahme der Druckfestigkeit infolge Anordnung der Spiralen.

	Alter des Probekörpers					
	8 Tage	14 Tage	22 Tage	23 Tage	100 Tage	
Normale Druckfestigkeit des Betonkörpers	40	50	60	60	170	kg qcm
Umschnürung, dargestellt in % des Volumens	2	3	4	2	3,4	%
Druckfestigkeit des umschnürten Betons	342	440	518	347	740	kg/qcm
Absolute Zunahme der Druckfestigkeit	302	390	458	287	570	kg qcm

Aus weiteren Versuchen, bei denen der Einfluß einer Längsarmierung der Betonsäulen gegenüber der Anordnung von Spiralen, sowie die gegenseitige Ergänzung beider zu ergründen war, zeigte sich, daß die Bruchlast (P) eines durch Längs- und Spiralarmierung verstärkten Prismas nach der Gleichung:

$$P = k_b \, . \, \alpha \, . \, F_b + \sigma_s \, (fe + 2{,}4 \; fe') \qquad (2)$$

berechnet werden kann.

Hierin bedeutet:

k_b die Bruch(Würfel)-Festigkeit des nichtarmierten Betons,

α einen Zahlenwert, der von dem Verhältnisse des Gesamt-Betonquerschnittes zu dem von der Spirale umschlossenen Querschnittsteile ($= F_b$) bedingt ist, sodaß mithin der Wert $\alpha \, F_b$ den vollkommenen Betonquerschnitt darstellt; bei praktischen Fällen wird der Wert von α nahe an 1,5 liegen und höchstens bis 1,2 herabgehen.

σ_s bezeichnet die Streckgrenze des Eisens, welche bei Handelsflußeisen zu rund 2400 kg/qcm (auch bis zu 2700 kg/qcm) angenommen werden kann. Die Gleichung setzt mithin voraus, daß die Grenze der Tragfähigkeit der armierten Säule durch die Streckgrenze des Eisens bedingt ist;

fe schließlich stellt den Querschnitt der Längsarmierung, fe′ den Querschnitt gedachter Längsstangen dar, deren Gewicht gleich demjenigen der Spirale ist. Es drückt mithin die Considèresche Gleichung aus, daß die in Form von

[1]) Vergl. u. a. Génie civil 1903, Nr. 3—6. B. u. E. 1902, Heft V, S. 2, 1903, Heft I, S. 49 und Heft II, S. 101. (Résistance à la compression du beton armé et du beton fretté, vergl. auch B. u. E. 1904, Heft III, S. 157. B. u. E. 1906, Heft I, S. 14, Heft II, S. 38 und 1907, Heft II, S. 46 47).

[2]) D. R. P. Nr. 149944 vom 10. V. 1902 von Armand Considère. Die Ausnützung des Patentes steht in Deutschland der Firma Wayß und Freytag in Neustadt a. d. H. zu.

Spiralen zur Armierung verwendete Eisenmenge eine 2,4 mal größere Vermehrung der Tragfähigkeit bewirkt, als derselbe Eisenquerschnitt als Längseinlage verwendet.

Da die erwähnten Versuche sich als Laboratoriumsversuche an mit großer Sorgfalt hergestellten Probekörpern darstellen, so erschien es der Firma Wayß und Freytag im Einverständnisse mit Considère angezeigt, die Versuche mit Körpern zu wiederholen, deren Herstellung auf der Baustelle, also ohne besondere Genauigkeit, erfolgen sollte.

Da ferner die bisher angewendeten Längsarmierungen ausschließlich Querschnitte von mindestens 1% des Betonquerschnittes und die Spiralen Ganghöhen von $^1/_7$ ihres Durchmessers aufgewiesen hatten, so lag es nahe, durch die neuen Versuche zugleich festzustellen, ob es zweckmäßig ist, den Querschnitt der Längsstangen wesentlich zu vermindern und die Ganghöhe der Spiralen erheblich zu vergrößern.

Die von v. Bach an der Materialprüfungsanstalt der Stuttgarter Technischen Hochschule durchgeführten Versuche benutzten achteckige volle Prismen[1]) — Abb. 2 — mit einem eingeschriebenen Durchmesser von rund 275 mm und einer Höhe von 1 m. Die Mischung betrug 1 Zement: 4 Kiessand, der Wasserzusatz 14 v. H., das Eisen war gewöhnliches Handelsflußeisen, das Alter des Betons 5—6 Monate. Die Querschnittsgröße sowie die Eiseneinlagen waren derart bemessen, daß sich unmittelbar ein Vergleich mit den auf S. 31 besprochenen Untersuchungen von Eisenbetonprismen mit Querarmierung (d. i. mit Bügeln) ziehen läßt.

Aus den mit verschiedenen Längsstäben (4 bezw. 8 Rundeisen von 7—14 mm Durchmesser), verschieden starken Spiraleisen (5, 7, 10, 12, 14 mm = d) und wechselnder Ganghöhe der letzteren an im ganzen 20, von einander abweichenden Probekörpern durchgeführten Versuchen sind die folgenden Ergebnisse abzuleiten[2]):

1. Das elastische Verhalten des umschnürten Betons, im besonderen die Größe der Elastizitätszahl zeigen keine erheblichen Abweichungen gegenüber dem normal armierten Eisenbeton (mit wagerechten Querverbindungen).

2. Die Probekörper mit hohen Ganghöhen der Spiralen ($^1/_2$—$^1/_3$ des inneren Durchmessers) haben nur mittlere Festigkeitsergebnisse geliefert; eine Ganghöhe von $^1/_6$—$^1/_7$ erscheint zweckmäßig[3]).

3. Bei schwacher Längsarmierung erlangt die Gesamtfestigkeit einen um so mittelmäßigeren Wert, je stärker die Spiralen sind, d. h. eine kräftige Spiralarmierung, welche (mit Rücksicht auf 2) eine nicht allzu hohe Ganghöhe verlangt, erfordert zudem einen kräftigen Querschnitt der Längsarmierung, da infolge der Spirale der Widerstand gegen Druck sich vergrößert, und hierbei die Gefahr einer seitlichen Ausweichung des Betons zwischen den Längsstangen wächst[4]).

4. Zum Vergleiche der spiral- und quer armierten Eisenbetonkörper war die Verteilung der Eisenquerschnitte so getroffen, daß einerseits die in Form von Spiralen verwendete Eisenmenge derjenigen der Bügel (in den Säulen I, II und III mit 4 Rundeisen von d =

---

[1]) Versuche, die mit spiralförmig armierten Hohlzylindern ausgeführt wurden, haben gezeigt, daß die in Frage stehende Armierung für derartige Körper nicht geeignet ist, weil diese unter Druck nach innen ausknicken.

[2]) Vergl. neben der v. Bachschen Veröffentlichung die Ausführungen in Mörsch: Der Eisenbetonbau. II. Aufl., S. 68 u. folgende.

[3]) Vergl. hierzu auch die neuesten Versuche von v. Thullie-Lemberg mit Betoneisen-Säulen. B. u. E. 1907, Heft II, S. 46. Hierbei hat die Höhe der Spiralen sich nicht von sehr erheblichem Einflusse gezeigt.

[4]) Vergl. B. u. E. 1906, Heft I, S. 14 und Heft II, S. 38.

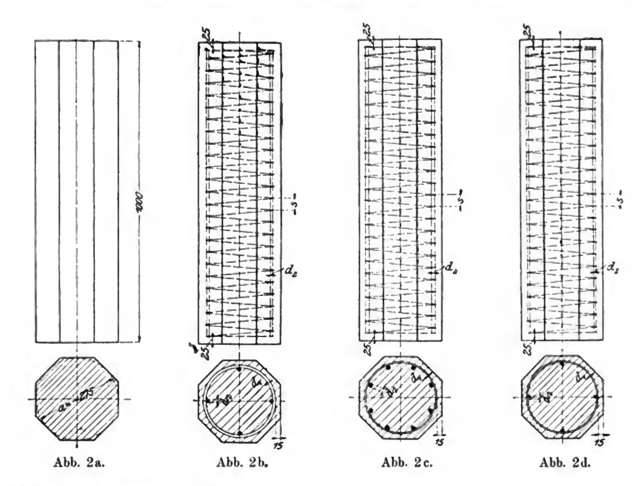


Abb. 2a. Abb. 2b. Abb. 2c. Abb. 2d.

15 mm) im Abstande von 25, 12,5 und 6,25 cm gleich war [1]), und daß andererseits das Eisen der Spirale dem der Quer- und Längsarmierung zusammengenommenen entsprach; im ersteren Falle (a) war mithin ein Vergleich zwischen der Festigkeitsvermehrung infolge der Anwendung von Spiralen gegenüber Bügeln, im letzteren (b) gegenüber Längseisen ermöglicht. Es ergab sich bei Vergleich:

a [2]).

Das Prisma ohne Eiseneinlage zeigte (bei 1, 2, 3) eine Druckfestigkeit von i. M. 141 bezw. bei 1′ 2′ 3′ von i. M. 133 kg/qcm.

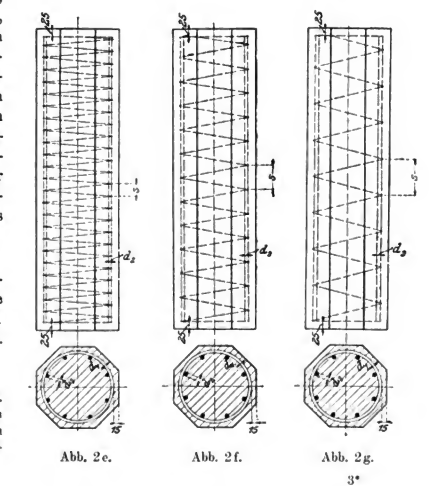


Abb. 2e. Abb. 2f. Abb. 2g.

[1]) Vergl. Seite 31.

[2]) Die mit 1 und 1′, 1″, bezw. 2 und 2′, 2″, 3 und 3′, 3″ bezeichneten Probekörper sind in Vergleich zu ziehen, da bei ihnen Quer- und Spiralarmierung je gleich sind.

Nr.	Probekörper	Bruchfestigkeit kg/qcm	Festigkeitszunahme gegenüber dem unarmierten Prisma kg/qcm	Bemerkungen
1	Prisma mit 4 (15 mm) Eisen + 7 mm Bügeleisen und 25 cm Bügelabstand	168	27	vergl. Seite 31 Probekörper I
2	desgl. mit 12,5 cm Bügelabstand	177	36	desgl. II
3	desgl. mit 6,25 cm „	205	64	desgl. III
1′	Spiralarmierung mit 5 mm Eisen [1])	159	26	Längsarmierung 4 Rundeisen von 7 mm
2′	„ „ 7 „ „	161	45	
3′	„ „ 10 „ „	170	107	
1″	„ „ 5 „ „	224	93	Längsarmierung 8 Rundeisen von 11 mm
2″	„ „ 7 „ „	230	97	
3″	„ „ 10 „ „	243	148	

Da die Probekörper 1, 2 und 3 mit je 4 Rundeisen von 15 mm Durchmesser (= 7,07 qcm) fast ebenso stark in der Längsrichtung armiert sind, wie die Probekörper 1″, 2″, 3″ (acht Rundeisen von 11 mm = 7,60 qcm), so kann aus ihrer Festigkeitszunahme unmittelbar ein Schluß auf die Wirkung der Spiralen gezogen werden; hierbei ergibt sich, daß diese allein bei den Prismen 1″, 2″, 3″ eine Tragfähigkeitsvergrößerung von:

$$93-27=66, \quad 97-36=61, \quad 148-64=84 \text{ kg/qcm}$$

bewirkt haben.

b.

Die Bruchfestigkeiten des nichtarmierten Betons sind die gleichen wie unter a, d. h. 141 bezw. 133 kg/qcm.

Nr.	Probekörper	Bruchfestigkeit kg/qcm	Festigkeitszunahme kg/qcm	Bemerkungen
1	Prisma mit 4 Rundeisen von 15 mm ø. Bügelabstand bei 7 mm ø 25 cm	168	27	vergl. Seite 31 Probekörper I
2	desgl. mit 4 Rundeisen von 20 mm ø	170	29	desgl. IV
3	desgl. mit 4 Rundeisen von 30 mm ø	190	49	desgl. V
1′	Spiralarmierung [2]) mit 7 mm Eisen	200	67	Längsarmierung mit 4 Rundeisen von 7 mm ø
2′	Spiralarmierung mit 10 mm Eisen	211	78	
3′	Spiralarmierung mit 14 mm Eisen	246	113	

Berechnet man aus dieser Zusammenstellung das Verhältnis der Festigkeitszunahme bei Anordnung einer Spiralarmierung gegenüber der Anwendung von Längseisen, so ergeben sich die Werte: $\frac{67}{27}=2{,}48$; $\frac{78}{29}=2{,}69$; $\frac{113}{49}=2{,}31$, d. h. es zeigt sich eine durchaus befriedigende Übereinstimmung mit der Angabe von Considère, daß die Eiseneinlagen in der Form von Spiralen etwa 2,4mal so gut ausgenützt werden, als in Form der Längsstäbe.

[1]) Die Ganghöhen betrugen 37—43 mm. Zum Festhalten der Spiralen dienten bei den Körpern 1′ 2′ 3′ je 4 Rundeisen von 7 mm Durchmesser, während 1″, 2″, 3″ kräftige Längsarmierungen von je 8 Rundeisen von 11 mm Durchmesser aufwiesen; vergl. oben.

[2]) Die Ganghöhe der Spiralen lag zwischen 31 und 41 mm. Die verwendeten Längseisen dienten nur zum Festhalten der Spiralarmatur. Auch hier gehören wiederum die Probekörper 1 und 1′, 2 und 2′, 3 und 3′ zusammen.

5. Schließlich ergaben die Versuche und von ihnen im besonderen diejenigen mit den Probekörpern V, VI und VII, welche den von Considère benutzten am nächsten stehen und im besonderen Ganghöhen von 1/7 des Durchmessers zeigen, eine Übereinstimmung der v. Bachschen Versuche mit der Considèreschen Gleichung[1]), vergl. die nachstehende Zusammenstellung:

Nr.	Probekörper	Beton des spiralarmierten Prismas: Querschnitt F qcm	Beton des spiralarmierten Prismas: Festigkeit 1,5 . 133 . F kg	Querschnitt der Längseisen fe qcm	Querschnitt der gedachten Längseisen fe' qcm	Festigkeit des Gesamteisens 2400 (fe + 2,4 fe')	Gesamtfestigkeit berechnete kg	Gesamtfestigkeit beobachtete kg
V	Spiraleinlage 5 mm; Ganghöhe 38 mm. Längsarmierung 8 Rundeisen v. 11 mm	452	90 100	7,60	3,90	40 700	130 800	142 000
VI	desgl. nur Spiraleinlage 7 mm; Ganghöhe 37 mm	442	88 200	7,60	7,78	63 000	151 200	144 000
VII	desgl. nur Spiraleinlage 10 mm; Ganghöhe 43 mm	432	86 200	7,60	13,49	95 900	182 100	176 200

Die Übereinstimmung zwischen der nach Considère berechneten und der tatsächlich beobachteten Gesamtfestigkeit ist eine durchaus gute und um so mehr beach-

[1]) In einer Besprechung der Considèreschen Gleichung und der Wayß-Freytagschen Versuche (B. u. E. 1906, Heft IX, S. 233: Die Formel von Considère zur Berechnung von Eisenbetonpfeilern mit spiralförmigen Eiseneinlagen) zweifelt K. Heintel die Richtigkeit der Formel an, indem er den Beobachtungsergebnissen aller Versuche von Wayß und Freytag die mit der Considèreschen Gleichung rechnerisch ermittelten Resultate gegenüberstellt und hierbei zeigt, daß eigentlich nur die vorstehend benutzten Versuche V, VI und VII übereinstimmende Werte liefern. Heintel stellt hierbei die folgende neue Beziehung auf: σ_{eb} = Beanspruchung des Eisenbetons = 120 (bezw. 175 bei ausschließlicher Berücksichtigung des innerhalb der Spirale liegenden Querschnitteiles) + 60 Fe_{lg} v. H. + 40 Fe_{spir} v. H., worin Fe_{lg} v. H. die Eisenarmierung durch Längsstäbe in Prozenten des Betonquerschnittes, Fe_{spir} v. H. desgl. durch die Spirale bezeichnet. Der Unterschied in den Größen 120 bezw. 175 erklärt sich daraus, daß der Kern fester gestampft werden kann als der äußere Querschnittsteil, der gesamte Querschnitt also auch mit einer geringeren Festigkeit in Rechnung zu stellen ist, als der innere Teil, für sich allein betrachtet. Um diese Formel mit derjenigen von Considère vergleichen zu können, wird letztere folgendermaßen abgeändert: Bruchlast = $P = 1,5\, k_b\, F_b + \sigma_s (f_e + 2,4\, f_e')$; bezeichnet man mit F_{bq} den gesamten Querschnitt des Betonkörpers, dividiert hiermit die obige Gleichung und führt für σ_s seinen Wert 2400 ein, so ergibt sich:

$$\frac{P}{F_{bq}} = \sigma_{eb} = \left(\frac{1,5 F_b}{F_{bq}} \cdot k_b + 2400 \frac{fe}{F_{bq}} + 5760 \frac{fe'}{F_{bq}}\right);$$

setzt man weiter $\frac{1,5\, F_b}{F_{bq}}$ = rund 1, k_b nach den Wayß-Freytagschen Versuchen 133 kg/qcm und führt für fe und fe' Prozentzahlen, bezogen auf den gesamten Betonquerschnitt ein, so folgt:

$$\sigma_{eb} = 133 + (24 \text{ fe v. H.} + 57,6 \text{ fe' v. H.}).$$

Bei Vergleich der von Heintel und Considère aufgestellten Gleichungen zeigt sich, daß beide im besonderen in dem Einflusse voneinander abweichen, welcher der Spiralarmierung gegenüber dem Längseisen für die Bruchfestigkeit eingeräumt wird; während Considère, wie oben ausgeführt, die Einwirkung der Spiraleisen auf die Festigkeit sehr hoch anschlägt, berücksichtigt Heintel in erhöhtem Maße die Längsarmierung. Er sucht dies damit zu erklären, daß — wie aus den Elastizitäts-Messungen an den Probekörpern hervorgehe, die Spiralarmierung die elastische Zusammendrückung vermindere. Da nun aber die Festigkeit durch die Umschnürung in höherem Maße wachse als die Elastizität abnimmt, so käme die Längsarmierung zu größerer Wirkung und vollkommener Ausnutzung; sie wirke alsdann bei genügender Spiralarmierung nicht nur tragend, sondern zugleich einschnürend, wodurch die Bruchfestigkeit des Betons weiter erhöht werde.

tenswerte, als die Probekörper der Firma Wayß und Freytag werkmäßig hergestellt waren und nicht unerhebliche Mängel und Ungenauigkeiten zeigten[1]).

Die durchschnittliche Höchstbelastung des Gesamtquerschnittes ergibt sich aus den Wayß und Freytagschen Versuchen (nach drei Monaten) zwischen 155 und 302 kg/qcm, bei den vor allen maßgebenden Reihen V, VI und VII zu 226—281; es sei jedoch erwähnt, daß Considère bei seinen Versuchen erheblich höhere Festigkeiten fand (z. B. 642,6 kg/qcm bezogen auf den ganzen Querschnitt und 892,5 kg/qcm bei ausschließlicher Berücksichtigung des von der Spirale umschlossenen Kernes)[2]) und demgemäß auch zu verhältnismäßig hoher, zulässiger Spannungszahl gelangt; für diese gestattet er bei sehr guter und genauer Herstellung 160—130, bei einem werkmäßigen Bau 77—60 kg/qcm. Unter Berücksichtigung der Wayß- und Freytagschen Versuche dürfte sich bei einer fünffachen — im Hinblicke auf die spätere, erhebliche Zunahme der Festigkeit — als ausreichend anzusehenden Sicherheit — die zulässige Druckspannung auf etwa 40 bis 60 kg/qcm stellen; es entspricht dieser Wert in seiner Vergrößerung gegenüber der betreffenden Zahl bei einfachen Beton- und querarmierten Eisenbetonsäulen (30—40 kg/qcm) um rund 33% noch nicht der prozentualen Zunahme der Festigkeit des umschnürten gegenüber dem nichtarmierten Beton bezw. dem mit Bügeln versehenen Eisenbeton.

Die **Zugfestigkeit** des Betons hat, wie schon an anderer Stelle hervorgehoben wurde, für die Berechnung der Eisenbetonbauten deswegen eine verhältnismäßig geringe Bedeutung, weil auf ihre Mitwirkung in der Regel verzichtet zu werden pflegt. Es liegen

Considère bemerkt (vergl. B. u. E. 1906, Heft IX, S. 233) den Heintelschen Ausführungen gegenüber — und mit Recht — daß nur die Versuchskörper der Reihen V, VI und VII zum Vergleiche mit seiner Formel herangezogen werden dürften, weil nur diese Körper im Sinne seines „beton fretté" hergestellt seien. Diese aber ergäben eine gute Übereinstimmung. Auch weist Considère darauf hin, daß seine Gleichung sich auf die Untersuchung von ungefähr 200 Prismen aufbaue mit einem Zementgehalte von 300 bis 1000 kg auf 1 cbm, von 4 bis 70 cm Durchmesser und 10 cm bis 4,0 m Länge, und daß die Ergebnisse aller dieser verschieden zusammengesetzten und gestalteten Körper eine durchaus gute Übereinstimmung ergeben hätten und zwar derart, daß durch eine geeignete Umschnürung eine Vergrößerung des Eigenwiderstandes des Betons um 40—60% angenommen werden könne; während die Längsarmierung mit etwa 25—35 kg/qmm Widerstand leiste, betrug der Widerstand gleichschwerer Spiralen 50—60 kg für das qmm.

Die Formeln von Considère und Heintel finden schließlich eine Vergleichung in den von v. Thullie angestellten neuesten Versuchen mit betoneisernen Säulen; vergl. B. u. E. 1907, Heft II, S. 47. Wenn auch keine der beiden Formeln eine genaue Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen zeigt, so erscheint doch der Einfluß der Längseisen in der Considèreschen Gleichung besser ausgedrückt, als in der Formel von Heintel.

Eine weitere Bestätigung der Considèreschen Annahmen über die Wirkung des umschnürten Betons findet sich in der Abhandlung: Influence des pressions latérales sur la résistance des solides à l'écrasement par A. Considère, Extrait des Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences. Vergl. B. u. E. 1904, Heft III, S. 157. Von Considère wird hier nachgewiesen, daß die Ausnützung des zur Umschnürung verwendeten Eisens, d. i. das Verhältnis der vergrößerten Druckfestigkeit zu jener Eisenmenge, die theoretisch zur Erzielung desselben Zuwachses als Längsarmierung nötig wäre, gleich dem halben Quotienten zwischen der axialen und seitlichen Druckspannung ist. Die in vorstehend genannter Abhandlung vorgeführten Versuche ergeben für diese Zahl die Größe 4,8 und bestätigen somit den früher, auf anderem Wege von Considère aufgestellten Wert von 2,4 für die Ausnutzung des Eisens, welches an Stelle einer Längsarmierung zur Umschnürung Verwendung findet.

[1]) Considère, dem die Wayß und Freytagschen Versuchsergebnisse zugänglich gemacht wurden, äußert sich in dieser Hinsicht folgendermaßen: Der Beton, mittelmäßig gestampft, war porös und hatte die geringe Festigkeit von 133 kg/qcm; die Ganghöhe der Spiralen war sehr unregelmäßig, die Längsstangenverteilung ungleichmäßig. Die Spiralen waren weder konzentrisch noch parallel zu den Mantelflächen der Versuchskörper angeordnet.

[2]) Vergl. B. und E. 1903, Heft II, S. 101.

deshalb auch verhältnismäßig wenige Versuchsreihen — und auch fast nur solche mit Zementmörtel vor. Aus ihnen allen ergibt sich, daß die gleichen Faktoren, welche als bestimmend für die Druckfestigkeit auf Seite 21 erwähnt wurden, auch hier ihre Wirkung zum Teil in verstärktem Maße ausüben, so im besonderen die Form des Probekörpers. Von Versuchsergebnissen sind erwähnenswert:

1. Versuche der Berliner Material Prüfungs-Anstalt[1]). Dieselben erstrecken sich auf normenmäßig hergestellte[2]) Mörtelmischungen von 1:3, 1:4 und 1:5, sowie auf die Zunahme der Festigkeit mit dem Alter der Probe. Die Ergebnisse sind folgende:

Mischung		Alter						
		7 Tage	28 Tage	3 Monate	6 Monate	1 Jahr	2 Jahre	3 Jahre
1:3	Zugfestigkeit in kg/qcm	—	23,5	27,5	28,5	33,1	—	37,2
1:4		17,0	22,7	28,1	—	—	28,5	29,2
1:5		12,7	16,5	19,8	—	22,6	23,6	23,3

Die aus je 10 Proben ermittelten Zugfestigkeiten zeigen fast ausschließlich eine Vergrößerung im Laufe der Zeit. Dieselbe ist in den ersten Monaten erheblich, später weniger bedeutend.

2. Versuche der Firma Wayß und Freytag. Es zeigt sich bei
einer Mischung 1:3 im Alter von 3 Monaten eine Zugfestigkeit von i. M. 12,6 kg/qcm
„ „ 1:3 „ „ „ 2 Jahren „ „ „ „ 15,5 „
„ „ 1:4 „ „ „ 3 Monaten „ „ „ „ 9,2 „

Auch sind anläßlich der auf S. 13 bereits erwähnten Bestimmung der Elastizitätszahl des Betons für Zug die bezüglichen Festigkeitszahlen bestimmt worden. Hier ergab sich bei einem Alter von:
3 Monaten, einer Mischung von 1:4 und 8% Wasser eine Zugfestigkeit von 9,2 kg/qcm
3 „ „ „ „ 1:4 „ 14% „ „ „ „ 8,8 „
3 „ „ „ „ 1:3 „ 8% „ „ „ „ 12,6 „
3 „ „ „ „ 1:3 „ 14% „ „ „ „ 10,5 „
2 Jahren „ „ „ 1:3 „ 14% „ „ „ „ 15,8 „

3. Aus der Reihe der von v. Bach gefundenen Zahlen seien — als dem Eisenbeton besonders nahestehend, die Werte erwähnt, welche er anläßlich der Druckversuche mit Eisenbetonkörpern (vergl. S. 31 und ff.) mit der dort angewendeten Mischung 1 Zement 4 Kiessand + 14% Wasser fand[3]).

Alter Tage	Zugfestigkeit in kg/qcm	Alter Tage	Zugfestigkeit in kg/qcm
112	11,9	106	10,0
110	12,1	106	11,5
109	10,0	105	12,0
109	10,3	104	11,2
107	12,1	103	11,8

Mittelwert: 11,3 kg/qcm.

[1]) Vergl. B. u. E. 1906, Heft IV, S. 102.
[2]) Nur die Mörtel 1:3 haben 1 Tag an der Luft, die übrige Zeit im Seewasser abgebunden.
[3]) Vergl. Mitteilungen über Forscherarbeiten, herausgegeben vom Verein Deutscher Ingenieure. Heft 29, S. 30.

Auch seien v. Bachs Versuche erwähnt, welche über den Einfluß der Form des Probekörpers und der Güte der Herstellung Aufschluß zu geben vermögen[1]), vergl. die folgende Zusammenstellung:

Form des Probekörpers 1:3 Alter 28 Tage	9 % Wasserzusatz Handmischung Zugfestigkeit i. M.	9,5 % Wasserzusatz Maschinenmischung Zugfestigkeit i. M.
Achterform $F_b = 5$ qcm	36,8 kg/qcm	38,5 kg/qcm
Prismenform $F_b = 50$ qcm	17,35 „	25,1 „

Auch hier zeigt sich, wie bei der Druckbeanspruchung, die Überlegenheit der Herstellung des Betons bei Verwendung von Mischmaschinen.

4. Versuche der Amsterdamer Zement-Eisenwerke, von Sanders ausgeführt[2]). Die Arbeit erstreckt sich sowohl auf die Untersuchung von Mörtel 1:2, und 1:3, als auch von Beton 1:2:2 und 1:3:3. Die Versuchskörper sind mit der Hand gut eingestampft und an der Luft erhärtet; sie lieferten die folgenden Ergebnisse:

	Mörtel		Beton	
	1:2	1:3	1:2:2	1:3:3
Alter 1 Monat Mittelwert der Zugfestigkeit in kg/qcm	36,9	15,6	27,7	7,4
Alter 3 Monate Mittelwert der Zugfestigkeit in kg/qcm	40,6	18,8	32,2	15,3

Sieht man — mit Rücksicht auf die werkmäßige Herstellung des Betons in der Praxis — von den Ergebnissen der mit besonderer Genauigkeit oder sehr fetten, nicht üblichen Mischungen durchgeführten Versuche ab, so ergibt sich, daß die Zugfestigkeit der für gewöhnlich verwendeten nassen Mörtel- bezw. Betonmischungen in den ersten Monaten der Erhärtung etwa zwischen 10 und 15 kg/qcm schwankt und demgemäß bei 10facher Sicherheit für die zulässige Zugspannung des Betons kein größerer Wert als 1—1,5 kg/qcm angenommen werden sollte. Der nicht selten in Vorschlag gebrachte Wert von 3,00 kg/qcm erscheint im allgemeinen zu hoch, da er für das meist vorliegende Material eine nur drei- bis fünffache Sicherheit in sich schließt. Dass diese Zahl bei einem besonders guten Material und hoher Güte der Herstellung — auch bei 10facher Sicherheit — erheblich erhöht werden kann, läßt die erste und letzte der oben gegebenen Zusammenstellungen erkennen. Alsdann wäre jedoch in jedem Fall der Nachweis der tatsächlich vorhandenen Zugfestigkeit durch einwandfreie Probebelastungen zu erbringen.

---

[1]) Vergl. v. Bach, Elastizität und Festigkeit 4. Aufl., 1902, S. 129.

[2]) Vergl. Tijdschrift van het k. Instituut van Ingenieurs 1896/97 u. B. u. E. 1902, Heft IV. S. 38 usw.

§ 4.

Die Biegungsfestigkeit des Betons und Eisenbetons und die zulässigen Biegungsspannungen.

In der Regel ist es üblich, die Biegungsbeanspruchung in Betonbalken unter Zugrundelegung der Navierschen Biegungsgesetze zu ermitteln. Die sich hierbei rechnerisch ergebenden Werte für die Druck- und Zugspannungen weichen jedoch stets erheblich von den durch unmittelbare Versuche abgeleiteten normalen Spannungswerten ab.

Diese Erscheinung findet ihre Erklärung einerseits in der verschiedenen Größe der Elastizitätszahlen auf Druck und Zug, andererseits darin, daß das Hookesche Gesetz für die Beton- und Eisenbetonbauten eigentlich keine Gültigkeit besitzt. Hier bleiben die Querschnitte nach der Formänderung keineswegs — auch nicht annähernd — eben: auch weist die Dehnungskurve für die Druckzone einen vollkommen verschiedenen, fast gradlinigen Verlauf gegenüber der stark nach unten gebogenen Kurve der Zugzone auf.

Über das Maß, um das bei Berechnung nach Navier die **Zugfestigkeit des Betons bei Biegung** gegenüber der Normalfestigkeit zunimmt, gibt die nachfolgende Zusammenstellung Aufschluß.

Die von Hanisch und Spitzer (in Wien) durchgeführten Versuche benutzten im Verhältnis 1:3 gemischte, auf 1,50 m frei liegende und 60 cm breite Betonplatten von rund ³/₄ Jahr Alter; aus den Bruchstücken der Platten wurden mit großer Vorsicht Probekörper für die Bestimmung der Normal-Festigkeit herausgemeißelt.

	Probe Nr.					
	1	2	3	4	5	6
Durch Versuch ermittelte (Würfel) Druckfestigkeit	296	329	256	314	352	300
Durch Versuch ermittelte Zugfestigkeit	29	24	27	23	20	29
Berechnete Biegungsfestigkeit $\sigma = \frac{6\,M}{bh^2}$	54,6	43,2	46,1	49,1	46,2	49,1

Aus der Tabelle folgt, daß die mit Hilfe der Gleichung $\sigma = \frac{M}{W}$ berechneten Biegungs-Zugfestigkeiten[1]) die auf dem Versuchswege unmittelbar gefundenen Normalzahlen um fast das Doppelte übertreffen; erstere Werte dürfen daher nicht als absolute Größen angesehen werden, sondern sind nur unter sich relativ vergleichbar. Ähnliche Verhältnisse fand Mörsch[2]) bei prismatischen, 1 m langen Probekörpern im Verhältnis von 1:3, 1:4 und 1:7 gemischt, und zwar bei verschiedenem Wasserzusatze; die Prismen waren drei Monate alt und wurden durch eine Einzellast in Balkenmitte bis zum Bruche belastet. Es zeigte sich:

[1]) Über die Berechnung der Biegungsspannungen unter Anwendung des Potenzgesetzes vergl. die Arbeit von Carling in Ö. Z. 1898; eine derartige Berechnung ist jedoch deshalb nicht einwandfrei, weil das Potenzgesetz nur für niedere und mittlere Spannungswerte Gültigkeit besitzt, beim Bruche mithin versagt. Vergl. auch die Abhandlungen von J. A. Spitzer in demselben Jahrgang der Ö. Z. über Berechnung von Trägern und Materialien mit veränderlichen Formänderungskoeffizienten.

[2]) Nach Mörsch: Der Eisenbetonbau. II. Aufl. S. 34.

Mischung:	1:3		1:4		1:7		
Wasserzusatz	8%	14%	8%	14%	8%	14%	
Berechnete Biegungszugfestigkeit	21,4	23,2	16,1	16,7	13,3	12,8	kg/qcm
Normale Zugfestigkeit	12,6	10,5	9,2	8,8	4,4	5,5	kg/qcm

Auch hier also ist die (auf unwahrscheinlicher Grundlage) berechnete Biegungsfestigkeit rund doppelt so groß wie die tatsächlich vorhandene Zugfestigkeit; da, wie vorerwähnt, die ersteren Zahlen nur relativen Wert haben, zudem aber Mörsch[1]) nachweist, daß beim Bruch infolge Biegung tatsächlich keine wesentlich andere Zugfestigkeit vorhanden ist, als bei reinen Zugversuchen, so werden auch die aus letzteren gefundenen Normalzahlen für die Beurteilung der Sicherheit ausschließlich in Frage kommen. Es wird jedoch, wenn man sich vergegenwärtigt, daß bei einer Berechnung nach Navier die Ergebnisse nur relative Gültigkeit besitzen, die zulässige Beanspruchung auf Zug bei Biegungsbelastung in diesem Sinne etwa den doppelten Wert annehmen können als er bei der Normalbeanspruchung — vergl. S. 40 angegeben wurde. Das Gleiche gilt auch bezüglich der Festigkeitsgrößen, wenn man auf Grund der Navierschen Biegungsgleichungen bestimmen will, ob ein Eintreten von Zugrissen im Beton zu erwarten stehe.

Von in hohem Grade einschneidender Bedeutung für die Bemessung der Verbundbauten ist die **Biegungs-Druckfestigkeit** des Eisenbetons. Ihr Wert wird vielfach[2]) zu einem Mehrfachen, gegenüber der Würfelfestigkeit des Betons, angegeben, schwankt aber — nicht unbedeutend — mit der Größe der im Zuggurte angebrachten Eisenarmierung. Die Erfahrung hat gezeigt, daß nur bei hoher Armierung d. i. bei einer Eiseneinlage von 1,5% des Gesamtquerschnittes und mehr, der Bruch bei Biegung von der Druckfestigkeit des Betons abhängt, daß letztere — praktisch — also nur für Fälle kräftiger Armatur in Frage kommt[3]). Die sich hierbei ergebenden Druckfestigkeiten zeigen in der Regel sehr erhebliche Werte; so fand z. B. Sanders[4]) bei Bruchbelastung von 3 Monat alten Eisenbetonbalken und einem Mörtel 1:3 bezw. einem Beton 1:3:3 die nachfolgend angegebenen Festigkeiten:

	Würfelfestigkeit		Biegungsfestigkeit		
	Grenzwerte	Mittelwert	Grenzwerte	Mittelwert	
Mörtel 1:3	87—115	78,5	170—202	190	kg/qcm
Beton 1:3:3	84—143	120,5	190—215	200	kg/qcm

Es zeigt sich mithin eine Erhöhung der Druckfestigkeit i. M. um das 2,3- bis 1,7 fache; nach v. Emperger schwankt diese Ziffer zwischen 1,1 und 2,7 und kann i. M. zu rund 2,0 angenommen werden. Die Erklärung der eigenartigen — durch mehrfache Versuche bestätigten — Erscheinung läßt sich in der Art der Kraftübertragung einerseits beim Normaldruckversuche auf den Würfel, andererseits bei Biegungsbean-

[1]) Siehe Mörsch: Der Eisenbetonbau, II. Aufl., S. 34, oberster Absatz.

[2]) Vergl. z. B. die Abhandlungen von v. Emperger in B. u. E. 1903, Heft I, S. 23. Die Zulässigkeit hoher Druckspannungen im Beton.

[3]) Schüle-Zürich sagt in der auf S. 43 in Anm. 3 aufgeführten Abhandlung: „Ist bei höheren Lasten ein Erreichen der Streckgrenze im Eisen möglich (die Armierung also schwach! — der Verf.), so wächst die Druckspannung sehr rasch mit dem Öffnen der Risse in Trägermitte, und die wirkliche Druckfestigkeit des Betons hat keinen wesentlichen Einfluß auf die Zerstörung des Balkens."

[4]) Vergl. B. u. E. 1902, Heft IV, S. 38 u. ff. Die 2 m weit gespannten, 10 cm starken, aber verschieden breiten Platten zeigten Armierungen in Höhe von 1,39, 1,59, 1,86, 2,22 und 2,78%.

spruchung auf den prismatischen Balken finden. Während beim Würfel jeder ungleichmäßige Lastangriff, jede hierdurch bedingte ungleichmäßige Zusammendrückung die Bildung sekundärer Schubspannungen, denen gegenüber der Würfel wenig widerstandsfähig ist, bedingt und somit zum Bruche führt, erscheint — wie im besonderen Untersuchungen von Schüle-Zürich erwiesen haben[1]) — bei der Biegung eine gleichmäßig ansteigende Druckübertragung gesichert, welche das Auftreten gefährlicher Nebenspannungen — wenigstens in erheblichem Maße — ausschließt[2]). Zudem ist es wahrscheinlich, daß durch die Zusammenpressung der Betonteilchen im Druckgurte, und zwar sowohl infolge des Eigengewichtes als auch durch spätere Belastung, eine größere Dichtheit, Reibung und dementsprechend eine Festigkeitsvermehrung erzeugt wird.

Jedenfalls ergibt sich, daß es nicht angängig sein kann, bei Bemessung der zulässigen Druckspannung bei Biegungsbeanspruchung von Eisenbetonbalken auf einen bestimmten Teil der Würfelfestigkeit des Betons zurückzugreifen, da alsdann die wirkliche Sicherheit gegen Bruch nahezu doppelt so groß würde. Bei einer fünffachen Sicherheit wird demgemäß im Hinblick auf die früher gegebenen Festigkeitszahlen und Darlegungen für die **zulässige Biegungs-Druckbeanspruchung** im Eisenbetonbau ein Wert von rund **40—50 kg/qcm** einzuführen sein, ein Wert, den auch die meisten der bestehenden Vorschriften, der Eigenart der Biegungsbeanspruchung Rechnung tragend, gestatten. Eine weitergehende Erhöhung dürfte sich nicht empfehlen, — es sei denn, daß eine erheblich höhere Biegungs-Druckfestigkeit des verwendeten Materials als 200 kg/qcm durch einwandfreie Versuche nachgewiesen würde; hierzu kommt, daß von Schüle-Zürich aus umfassenden und mit großer Sorgfalt durchgeführten Biegeversuchen mit Eisenbetonbalken[3]) bewiesen ist, daß die Druckspannungen im Beton während der Belastung nicht mit den nach üblichen Rechnungsverfahren ermittelten übereinzustimmen pflegen, sondern bei normalen Verhältnissen wesentlich **größer** ausfallen.

---

§ 5.

Die Scherfestigkeit des Betons und Eisenbetons und die zulässigen Scherspannungen.

Schub- oder Scherspannungen[4]) entstehen infolge der von einem Querschnitte zum andern sich ändernden Normalspannungen, sind also durch die Veränderlichkeit der

---

[1]) Vergl. u. a. B. u. E. 1903, Heft I, Abhdl. v. Schüle und Heft III und IV. Besprechung der Schüleschen Versuche von v. Emperger.

[2]) Die Biegeversuche verlaufen meist so regelmäßig, daß v. Emperger den durchaus beachtenswerten Vorschlag gemacht hat, die Güte des Eisenbetons durch eine Biegeprobe zu beurteilen, die einfach auszuführen ist, keine erheblichen Kosten bedingt und sich vor allem gegenüber der bisher ausschließlich üblichen Prüfung des Zementes dadurch auszeichnet, daß alsdann die anderen fast ebenso wichtigen Faktoren des Betons, die Wassermenge die Art der Bereitung, die Nachbehandlung usw. einer Kontrolle unterworfen werden. — Vergl. Genaueres hierüber in B. u. E. 1903, Heft I, S. 26 und 27. Bei der Probeausführung wird zu berücksichtigen sein, daß es sich bei den ermittelten Biegungsfestigkeiten um Verhältniswerte handelt.

[3]) Vergl. Mitt. der eidgen. Mater.-Prüf.-Anst. in Zürich. Heft X. Resultate der Untersuchung von armiertem Beton auf reine Zugfestigkeit und auf Biegung unter Berücksichtigung der Vorgänge beim Entlasten von F. Schüle. — Zürich 1906, E. Speidel.

[4]) Die von Prof. Mörsch in seinem Eisenbetonbau vorgeschlagene und dortselbst auch durchgeführte, scharfe Trennung der Begriffe Schub- und Scherfestigkeit ist bei der vorliegenden Arbeit — im besonderen mit Rücksicht auf die Nichtüblichkeit dieser Unterscheidung, einerseits in den meisten Werken

Momente und Querkräfte bedingt[1]); auf die Ermittelung ihrer Größe aus den letzteren wird in dem Abschnitte über die Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen ausführlich eingegangen werden. Hier handelt es sich nur um die Größe der Scherfestigkeit des Materials und der aus diesem Werte abzuleitenden zulässigen Scherspannung.

Von praktischen Versuchen sind in erster Linie erwähnenswert die Versuche von Mörsch bezw. der Firma Wayß und Freytag und zwar mit auf reine Abscherung beanspruchten Betonbalken, mit und ohne Eiseneinlage, mit geschlitzten Betonbalken und schließlich mit auf Verdrehung beanspruchten Voll- und Hohlzylindern.



Abb. 3.

Bei der erstgenannten Versuchsgruppe[2]) wurden (siehe Abb. 3) 40 cm lange, prismatische, einfache Betonbalken von 18/18 cm Querschnitt mittelst einer Martensschen Druckpresse liegend und unter Verwendung von abgehobelten Gußeisenplatten (zur Konzentrierung der Querkraft an ihren Kanten) geprobt. Bei der ersten Versuchsreihe betrug die Mischung 1 : 3, der Wassergehalt 14 %, das Alter 2 Jahre, während in Versuchsreihe II gleichgestaltete Prismen 1 : 4, mit 14 % Wasser und einer Erhärtungsdauer von 1½ Monaten zur Untersuchung gelangten. Unter Annahme einer gleichmäßigen Verteilung der Druckkraft auf die beiden, symmetrisch zur Mittelachse des Prismas gelegenen Scherflächen — a und b in Abb. 3 — ergaben die Probekörper (je drei in jeder Versuchsreihe) die folgenden Scherfestigkeiten des Betons:

über Festigkeitslehre usw., andererseits in der baulichen Praxis — nicht festgehalten. Es sei jedoch hervorgehoben, daß Mörsch infolge von Versuchsergebnissen an Betonkörpern zu der oben erwähnten Unterscheidung gelangt und zwar auf Grund voneinander abweichender Bruchercheinungen (vergleiche sein Werk, II. Auflage, S. 36). Im besonderen wird bei dem Auftreten von Schubspannungen vorausgesetzt, daß zwischen zwei benachbarten Querschnitten keine äußere konzentrierte Kraft auf den Träger einwirkt. Alsdann treten die Schubspannungen paarweise auf und in jedem Punkte ist die wagerechte gleich der senkrechten Schubspannung. Eine reine Scherspannung ist hingegen alsdann vorhanden, wenn der Querschnitt durch eine konzentrierte Last beansprucht wird, die Querkraft also theoretisch wenigtens als nur in einem Querschnitte vorhanden, angesehen werden kann.

[1]) Wie im nächsten § hervorgehoben wird, haften Beton und Eisen fest aneinander. Würde man die elastischen Verschiebungen der Haftflächen mit berücksichtigen, so wären innerhalb gewisser Strecken infolge der Haftung Schubspannungen auch bei konstantem Momente zu berücksichtigen. Wird hiervon abgesehen, so hat die obige Erklärung allgemeine Gültigkeit.

[2]) Vergl. Mörsch: Schub- und Scherfestigkeit des Betons. Schweizer Bztg. Bd. XLIV, Nr. 26, u. 27, auch als Sonderabdruck erschienen. Vergl. auch B. u. E. 1902, Heft V, S. 11. 1903, Heft V, S. 331 u. und 1905, Heft III, S. 74 usw. — Der erstgenannten Veröffentlichung sind auch die nachfolgenden Abbildungen entnommen.

Versuchsreihe I.		Versuchsreihe II.	
1. $\tau_b = 61{,}8$ kg/qcm	i. M. 65,9 kg/qcm	1. $\tau_b = 38{,}6$ kg/qcm	i. M. 37,1 kg/qcm
2. $\tau_b = 58{,}7$ "		2. $\tau_b = 41{,}7$ "	
3. $\tau_b = 72{,}2$ "		3. $\tau_b = 31{,}0$ "	

Für die Größe der Scherfestigkeit stellt Mörsch — unter der Annahme, daß der Widerstand gegenüber dem Abschieben der Querschnitte durch eine Art Verzahnung dieser — Abb. 4 — dargestellt werde und demgemäß zu seiner Überwindung sowohl die Beseitigung von Druck als auch von Zugspannungen gehöre, die Beziehung auf:

$$\tau = \tau_b = \sqrt{\sigma_d \cdot \sigma_z},$$

worin σ_d und σ_z die Normalfestigkeiten in bezug auf Druck und Zug τ_b die Schubfestigkeit des Betons darstellen [1]). Daß die Gleichung eine durchaus wahrscheinliche Funktion zwischen den genannten Festigkeitsarten darstellt, zeigt ihre Anwendung auf die vorstehenden Versuche selbst.

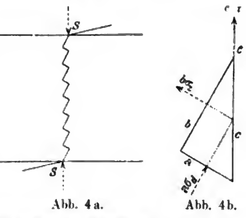


Abb. 4a. Abb. 4b.

Die bei den Versuchsreihen I und II ermittelten Normalfestigkeiten ergaben sich zu:

I. Versuchsreihe.

Zugfestigkeit $= \sigma_z = \frac{8{,}8 + 15{,}8 + 22{,}0}{3} =$ i. M. 15,5 kg/qcm;

Druckfestigkeit $= \sigma_d = \frac{350 + 342 + 233}{3} =$ i. M. 308 kg/qcm.

II. Versuchsreihe.

Zugfestigkeit $= \sigma_z =$ i. M. 8,8 kg/qcm;

Druckfestigkeit $= \sigma_d =$ i. M. 172 kg/qcm.

Rechnet man aus diesen Werten die zu erwartende Scherfestigkeit aus, so ergibt sich:

I. $\tau_b = \sqrt{15{,}5 \cdot 308} = 69$ kg/qcm bezw.

II. $\tau_b = \sqrt{8{,}1 \cdot 172} = 38{,}8$ kg/qcm.

während durch den Versuch unmittelbar i. M. gefunden waren: 65,9 bezw. 37,1 kg/qcm, Zahlen, welche den obigen Ergebnissen durchaus nahe stehen und auf die Wahrscheinlichkeit der obigen Gleichung hinweisen [2]).

Ist bei einem Material $\sigma_z = \sigma_d = \sigma$, so ergibt sich der Sonderfall der Gleichung: $\tau = \sigma$ [3]), ist hingegen wie beim Beton die Zugfestigkeit sehr erheblich kleiner als die Druckfestigkeit (etwa $= 1/20$ bis $1/15$ dieser) so wird stets der **Wert für die Scherfestigkeit größer sein als derjenige für die Zugfestigkeit**; für den Beton gilt also stets:

---

[1]) Die Entwickelung der Gleichung findet — Abb. 4a und b — folgendermaßen statt: Bei einer Trennung der unendlich nahe aneinander liegenden Scherquerschnitte wird — Abb. 4b — der Teil b der Verzahnung auf Zug, der Teil a auf Druck beansprucht und schließlich durch die Einwirkung von $\tau\tau$ der Normalwiderstand überwunden. Da 3 Kräfte nur alsdann im Gleichgewichte sein können, wenn sie sich in einem Punkte schneiden, so muß c — Ab. 4b — ihr Schnittpunkt sein; letzteres ist aber nur möglich, wenn der Verzahnungswinkel ba ein rechter ist. Hieraus folgt: 1. $c^2 \tau^2 = a^2 \sigma_d^2 + b^2 \sigma_z^2$. Die Gleichsetzung der wagerechten Seitenkräfte liefert ferner die Beziehung: 2. $b\sigma_z \cdot \frac{b}{c} = a \sigma_d \frac{a}{c}$, oder 3. $b^2 \sigma_z = a^2 \sigma_d$, mithin: $c^2 \tau^2 = b^2 \sigma_z \sigma_d + a^2 \sigma_d \sigma_z = \sigma_d \cdot \sigma_z (a^2 + b^2)$ und somit wird 4. $\tau^2 = \sigma_z \sigma_d$; $\tau = \tau_b = \sqrt{\sigma_z \cdot \sigma_d}$.

[2]) Die hier mitgeteilten Zahlen entstammen einem durchaus gleichartigen, aber 3 Monate alten, anderen Prüfungs-Material, da bei Reihe II keine gleichzeitigen Druck- und Zugversuche durchgeführt wurden; immerhin dürften die obigen Werte annähernd richtige Verhältnisse wiedergeben.

[3]) Unter Berücksichtigung der Querdehnung $\left(\text{Coeff.} = \frac{1}{m}\right)$ wäre: $\tau = \frac{\sigma}{1 + \frac{1}{m}}$.

$$\tau_b > \sigma_z \text{ [1]}.$$

Bei den Versuchen mit armierten Betonprismen sind wiederum zwei Versuchsreihen, je nach Art der Armierung, zu unterscheiden; bei Reihe I waren die Eiseneinlagen doppelt und gerade, bei II einfach aber zum Teil nach oben abgebogen, vergl. die Abb. 5a und b.

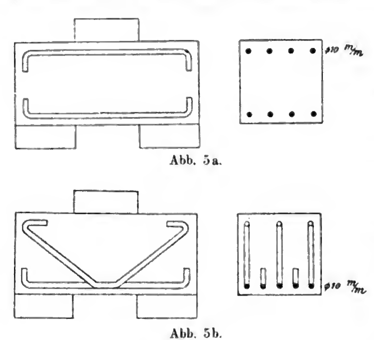


Abb. 5a.

Abb. 5b.

Die Armierung der, den einfachen Betonprismen an Größe und Mischung vollkommen entsprechenden Versuchskörper bestand bei Reihe I aus 2 × 4 Rundeisen von je 10 mm Durchmesser, während bei Reihe II nur 5 derartige Eisen im Untergurte Verwendung fanden, von denen 3 nach oben gebogen waren. Das Alter betrug durchgehend 6 Wochen.

Die Ergebnisse sind

bei Reihe I i. M. 36,7 kg/qcm

„ „ II i. M. 34,3 „ ,

d. h. die Scherfestigkeit des Betons zeigt sich — im Vergleiche zu den zuerst erwähnten Versuchen — bei den armierten Prismen nicht nennenswert verschieden gegenüber den reinen Betonbalken; bei beiden Körperarten wird bei gleicher Versuchsdurchführung der Bruch in der Betonfuge bei etwa der gleichen Querkraft zu er-

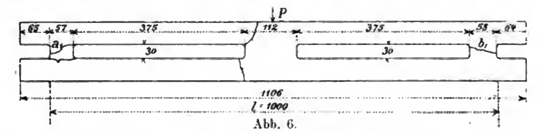


Abb. 6.

warten stehen. Nach Beseitigung des Scherwiderstandes des Betons tritt erst die Eiseneinlage in Wirkung. **Ein statisches Zusammenarbeiten beider Materialien haben die Versuche — wie auch zu erwarten steht — nicht gezeigt.**

Die in dritter Stelle genannten Mörschschen Versuche mit geschlitzten Betonprismen zeigen — Abb. 6 — Probekörper mit, der Balkenachse parallel laufenden

[1] Dasselbe Ergebnis haben auch Untersuchungen von Bauschinger, Feret, Mesnager u. a. gezeitigt; der letztere folgert aus Versuchen im Laboratorium der École des ponts et chaussées, daß τ_b um mindestens 20—30% größer sei als die Zugfestigkeit; ein Vergleichswert, der sich nach den oben erwähnten Versuchen als sehr klein erweist.

Rechnet mit $\sigma_z = \frac{1}{20}\sigma_d$ so ergibt sich:

$$\tau_b = \sqrt{\frac{1}{20}\sigma_d^2} = 0{,}223\ \sigma_d \text{ bezw. } \tau_b = \sqrt{20\ \sigma_z^2} = 4{,}472\ \sigma_z.$$

Dies entspräche bei Versuchsreihe II z. B. Werten der Scherfestigkeit von: 0,223 . 172 = 38,36 bezw. = 4,472 . 8,8 = 39,33 kg/qcm, also Größen, die von der Versuchszahl 37,1 kg/qcm unwesentlich abweichen. Von anderer Seite (französ. Forschungen) wird die Verhältniszahl zwischen τ_b und σ_d zu 0,20 bis 0,16 angegeben; dies entspräche mithin bei einer Druckfestigkeit von 180—150 kg/qcm Werten von τ_b = 36—31 bezw. 30—24 kg/qcm.

Durchbrechungen in der neutralen Achse, so daß — bei zentraler Belastung in Balkenmitte — ein Abscheren der Stege an den Auflagern zu erwarten stand [1]).

Die Versuchsergebnisse [2]) sind aus der nachfolgenden Zusammenstellung zu entnehmen; dieselbe enthält zugleich die an besonderen prismatischen Körpern ermittelten Zug- und Druckfestigkeiten.

	Mischung					
	1 : 3		1 : 4		1 : 7	
Wasserzusatz	8 %	14 %	8 %	14 %	8 %	14 %
Scherfestigkeit	36	30	31	28	26	19
Zugfestigkeit	12,6	10,5	9,2	8,8	4,4	5,5
Druckfestigkeit	280	195	220	153	127	88

Bei den in letzter Stelle genannten Drehungsversuchen mit Betonzylindern war von dem Gesichtspunkte ausgegangen, daß in der Praxis der Fall reiner Abscherung verhältnismäßig sehr selten vorkommen wird; hier werden fast stets, mit den Schubspannungen verbunden, in schrägen Ebenen wirkende Zugspannungen zur Wirkung gelangen und den Bruch bereits vor Überwindung der Scherfestigkeit herbeiführen. Deshalb gebührt auch den nachfolgend mitgeteilten Ergebnissen eine besondere praktische Bedeutung. Die Versuche selbst wurden sowohl an Voll- als auch an Hohlzylindern in Mischung 1 : 4 und bei einem Alter von drei Monaten seitens der Stuttgarter Materialprüfungsanstalt (im Auftrage von Wayß und Freytag) durchgeführt. Die nach der Gleichung

$$\tau_d = \frac{M_d}{\frac{\pi}{16} d^3} \text{ bezw.} = \frac{M_d}{\frac{\pi}{16} \frac{(d^4 - d_o^4)}{d}}$$

berechnete Drehungsfestigkeit, ergab sich bei den vollen Zylindern i. M. zu 17,1 bei den Hohlkörpern i. M. zu 19,0 kg/qcm.

Da beim Versuche keine Axialkraft wirkte, die Probekörper also auch von Normalspannungen frei und nur den parallel zur Achse und senkrecht zu dieser wirkenden — unter sich in jedem Punkte gleichen — Schubspannungen unterworfen waren, so mußte — und dies haben die Versuche auch bestätigt — der Bruch nach einer unter 45° ansteigenden Schraubenfläche erfolgen.

[1]) Vergl. u. a. B. u. E. 1902, Heft V, S. 11, sowie das Werk von Mörsch: Der Eisenbetonbau II. Aufl., S. 44, sowie den Abdruck aus der Schweizer Bauzeitung. XLIV, Nr. 26 und 27, S. 5.

[2]) Die Berechnung der beim Versuche auftretenden Schubspannungen ist auf folgende Weise durchgeführt worden: Die Schubspannung an beliebiger Stelle der neutralen Achse ist: $b \cdot \tau_b = Q \frac{S}{J} = \frac{P}{2} \cdot \frac{S}{J}$, mithin die Summe aller derartiger Spannungen in bezug auf die halbe Trägerlänge, also zwischen den Grenzen 0 und $\frac{l}{2}$, $T = \tau_b \cdot b \cdot \frac{l}{2} = \frac{P}{2} \frac{S}{J} \frac{l}{2} = \frac{P}{4} \frac{S}{J} \cdot l$; hierin bedeutet S das statische Moment der über der neutralen Achse gelegenen Querschnittsfläche in bezug auf diese, J das Trägheitsmoment des Querschnittes. Die Schubfestigkeit in der Fuge a_1 ergibt sich — vergl. die umstehende Abb. 6 — zu: $b\, d\, \tau_b = \frac{P}{4} \frac{S}{J} l$ und mithin wird schließlich $\tau_b = \frac{P}{4} \frac{S}{J} \frac{1}{b \cdot d}$, worin d die Stegdicke darstellt.

Bezüglich der oben berechneten Werte erwähnt v. Thullie in B. u. E. 1903, Heft V, S. 131, daß die Werte zu groß wären, weil die Scherkräfte nicht für die Hälfte der Trägerlänge, sondern — wie bei einem verdübelten Balken — nur für die Entfernung zwischen den Stegen der Träger zu berechnen wären; unter Berücksichtigung dieser Maße ergeben sich z. B. für die obigen Werte $\tau_b = 30$ bezw. $= 26$ die Größen: 23,5 und 17,4 kg qcm. Der von Mörsch gegebenen Berechnung dürfte der Vorzug gebühren, weil der am Auflager sich befindende Steg tatsächlich die auf den halben Träger entfallenden Scherkräfte zu tragen hat, zu deren Aufnahme kein anderer Konstruktionsteil befähigt oder vorhanden ist.

Da aus der Theorie der Hauptspannungen folgt, daß hierbei die Drehungsfestigkeit gleich der Zugfestigkeit wird, so stellen die obigen Werte zugleich Zugfestigkeitsgrößen dar; wenn diese die früher mitgeteilten Zahlen — besonders bei den Hohlkörpern — nicht unerheblich überschreiten, so hat dies nach Mörsch darin seinen Grund, daß die Hohlzylinder infolge ihrer geringen Stärke besonders sorgfältig gestampft worden sind.

Jedenfalls aber zeigen die Versuche, daß die Drehungsfestigkeit erheblich kleiner als die Scherfestigkeit ist.

Ähnliche Drehungsversuche — und zwar mit Betonzylindern von 20 cm Durchmesser liegen von van Hemert vor [1]); sie erstrecken sich zugleich auf die Vergrößerung der Festigkeit im Laufe der Zeit und führen zu den folgenden Ergebnissen:

Mischung:	300 kg Zement auf 0,5 cbm Sand und 1 cbm Kies		desgl. 450 kg Zement	
Alter:	56 Tage	213 Tage	64 Tage	213 Tage
Schubfestigkeit, aus dem Drehungsversuche abgeleitet:	17,2	20,2	21,8	24,2
	kg/qcm		kg/qcm	

Weitere — in ihren Schlüssen allerdings nicht einwandfreie — Versuche über die Scherfestigkeit der Verbundkonstruktion liegen von S. Zipkes vor, ausgeführt im Auftrage der Firma Luipold und Schneider und zwar an der Materialien-Prüfungsanstalt zu Stuttgart [2]). Von vornherein sei bemerkt, daß die Zipkesschen Folgerungen in einem wichtigen Punkte von den Mörschschen Ergebnissen abweichen und zwar in bezug auf die gemeinsame Arbeitsleistung von Beton und Eisen in ihrem Widerstande gegenüber der Schubwirkung. Während Mörsch keine derartige gemeinsame Wirkung der verbundenen Materialien beobachten konnte, bei ihm auch die Scherfestigkeiten der reinen Betonproben gegenüber den armierten nicht erheblich verschieden waren, so glaubt Zipkes gerade hier beträchtliche Abweichungen zu finden. Untersucht wurden im Verhältnis von 1:3 (1 Zement auf 3 Teile Kiessand) gemischte, 14% Wasser haltende, 50 Tage alte Probekörper, und zwar 9 an der Zahl; von ihnen waren 3 ohne Eiseneinlagen, 6 mit 10 mm starken, schlingenartig um den Kern des Probeprismas gewundenen Rundeisen armiert; die einzelnen Windungen der Spiralen waren nochmals durch 5 mm starke Querdrähte verbunden (Abb. 7). Von diesen 6 Eisenbetonprismen waren 3 mit vollem Querschnitte, 3 durch Fortlassung des Betons innerhalb der Spiralarmierung als Hohlkörper konstruiert. Die, den Mörschschen Versuchen durchaus entsprechend ausgeführten Belastungen zeitigten die folgenden Ergebnisse:

Art der Probekörper	Scherspannung beim Auftreten der ersten Risse	Scherfestigkeit beim Bruche	
1. ohne Einlagen	— [3])	25,18	kg/qcm
2. Vollkörper mit Einlagen	27,12	57,34	kg/qcm
3. Hohlkörper mit Einlagen [4])	21,70	48,80	kg/qcm

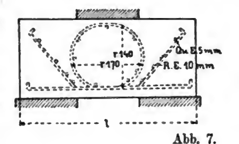
[1]) Vergl. B. u. E. 1904, Heft IV, S. 243.

[2]) Vergl.: Die Scher- und Schubfestigkeit des Eisenbetons von S. Zipkes. Berlin 1906, Ernst & Sohn; erweiterter Sonderabdruck aus B. u. E. 1906, Heft I, S. 15, II S. 40, III S. 70 und IV S. 96. Eine sehr interessante Kritik der Zipkesschen Untersuchungen gibt Prof. Mörsch in B. u. E. 1906, Heft XI, S. 289 290; auf diese sehr bemerkenswerten Ausführungen sei besonders verwiesen.

[3]) Zipkes gibt hierfür zwar den Mittelwert von 5,22 kg qcm an. Da diese Größe allen anderen bisher gefundenen Scherfestigkeitszahlen widerstreitet und es — nach den in der Zipkesschen Veröffentlichung gegebenen Skizzen — scheint, daß — vergl. auch die vorerwähnte Mörschsche Kritik — die ersten beobachteten und der Rechnung zugrunde gelegten Risse Biegerisse und keine Scherrisse waren, ist von dem oben angeführten Werte keine Verwendung gemacht worden.

[4]) Die Hohlkörper sind genau so armiert, wie die vollen Körper. Die in der Mitte liegende Aussparung ist kreisrund. Die Versuche beweisen, daß der innere Betonkern im vorliegenden Falle fast entbehrlich erscheint, wenigstens bis der gewölbten Armierung die Scherfestigkeit nicht sehr erheblich zu erhöhen imstande ist.

Aus den Zahlen der zweiten und dritten Reihe gegenüber der ersten folgert Zipkes, daß durch die Eiseneinlage die Schubfestigkeit des Betonkörpers vergrößert, mit anderen Worten die Bruchlast erhöht werde, eine Erscheinung, die ihre Erklärung nur darin finden könne, daß durch die Eiseneinlage eine gemeinsame statische Wirkung des Betons und des Eisens gegenüber den Schubkräften bewirkt wird. Einerseits erscheint jedoch die Zahl der Einzelversuche noch zu gering, um auf ihnen derartig weitgehende, allgemeine — allen bisherigen Erfahrungen zudem widersprechende — Schlüsse aufzubauen, andererseits können auch durch die verwendete Spiralarmierung, wie sich schon bei der Druckbeanspruchung gezeigt hat, die Festigkeitsverhältnisse des Verbundkörpers nicht unerheblich beeinflußt und verändert worden sein.



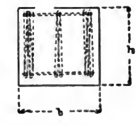


Abb. 7.

Aus den Versuchen — insbesonders denen von Mörsch (bezw. der Firma Wayß und Freytag) ergibt sich, daß die Scherfestigkeit eines Verbundkörpers von der üblichen Zusammensetzung und Herstellung nach etwa 1 Monat Erhärtungsdauer in der Regel höher als zu 25 kg/qcm gerechnet werden darf. Hieraus folgt bei einer fünf- bezw. zehnfachen Sicherheit ein zulässiger Schubspannungswert von rund 5,0 bezw. 2,5 kg/qcm [1]). In diesen Grenzen bewegen sich auch die meisten behördlicherseits oder von Verbänden vorgeschriebenen Werte; so bestimmen z. B. die vom preuß. Minister der öffentlichen Arbeiten erlassenen „Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten" (vom 16. April 1904) [2]), daß die Schubspannung das Maß von 4,5 kg/qcm nicht überschreiten darf; wird eine größere Schubfestigkeit nachgewiesen, so kann die auftretende Spannung als zu einem Fünftel dieser Festigkeit zugelassen werden. Eine fünffache Sicherheit wird hier mithin als ausreichend angesehen. In gleichem Sinne ($\tau_b = 4{,}5$ kg/qcm) sprechen sich auch die vorläufigen Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Eisenbetonbauten aus, aufgestellt vom Verbande deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine und dem Deutschen Beton-Vereine.

Überschreiten die auftretenden Scherspannungen das zulässige Maß, oder will man aus bestimmten Gründen dem Beton möglichst wenig Scherkräfte zumuten, so müssen diese durch besondere Armierungseinlagen aufgenommen werden; im besonderen ist hier — in erster Linie — das Aufwärtsbiegen und Schrägführen der Eiseneinlagen zu nennen, daneben der Anordnung senkrechter Flacheisenbügel zu gedenken, welche um die in den Gurten der Platten und Träger usw. liegenden Eiseneinlagen herumgreifen und tief in den Beton einbinden. Das Nähere über die konstruktive Ausgestaltung und Wirkung dieser Anordnungen wird an anderer Stelle besprochen werden.

[1]) Der Wert von 3 kg qcm ist durch die Vorschriften über den Gebrauch von Eisenbeton in der Stadt New-York vorgeschrieben. Vergl. u. a. B. u. E. 1903, Heft V, S. 295. Geringere Werte bringt von Thullie in Vorschlag — 1,5 bis 2 kg qcm aber auch nur bei höheren Scherkräften, während für gewöhnliche Belastungsfälle ausschließlich die Bügel und abgebogenen Stäbe zur Aufnahme der Abscherwirkungen befähigt werden sollen, so daß also der Beton selbst von Scherspannungen frei bleibt.

[2]) Abgedruckt u. a. in Z. D. B. 1904, S. 253.

§ 6.

Das Eisen, seine Festigkeitsverhältnisse und üblichen Querschnittsformen.

Das im Eisenbetonbau verwendete Eisen ist in der Regel ein gewöhnliches Handelsflußeisen. Dieses besitzt bei einer Zugfestigkeit zwischen 3700 und 4600 kg/qcm und bei einer Dehnung von über 18 v. H. eine Elastizitätszahl von rund 2200000 kg/qcm; seine — wohl niemals ausgenutzte — Scherfestigkeit kann zu etwa 3200—4000 kg/qcm gerechnet werden. Von ganz besonderer Wichtigkeit ist neben der Elastizitätsgrenze des Materials — rund 2000—2400 kg/qcm — seine vielfach der letzteren Zahl nahestehende Streckgrenze, d. h. der Spannungswert, von dem an die Dehnungen plötzlich stark zunehmen, sodaß man die Veränderungen mit bloßem Auge verfolgen kann. Dieser Grenzwert 2400—3000, i. M. 2700 kg/qcm, hat für die Eisenbetonbauten deshalb besondere Bedeutung, weil bei der meist verhältnismäßig geringen Armierungsgröße der Bruch der Konstruktion nicht selten dadurch herbeigeführt wird, daß die Streckgrenze des auf Zug beanspruchten Eisens überschritten, und dieses stark gedehnt wird; hierbei lockert sich alsdann infolge Aufhörens der Haftung zwischen Eisen und Beton der innere Zusammenhang der Verbundkonstruktion; in gleicher Weise ungünstig wirkt auch bei Druckbelastung eine Beanspruchung des Eisens über seine Quetschgrenze hinaus auf die Zusammenstauchung der einzelnen Querschnitte ein, da hierdurch im Beton Schubrisse entstehen und Teile dieses zum Absplittern gebracht werden können. Es ist mithin diese Fließ- oder Quetschgrenze auch für die Wahl der zulässigen Beanspruchung des Eisens auf Zug und Druck von maßgebendstem Einflusse. Über die Festigkeits- usw. Verhältnisse der in Deutschland im Eisenbetonbau meist verwendeten gewalzten Rundeisen gibt, nach Untersuchungen der Firma Wayß und Freytag die nachfolgende Zusammenstellung Auskunft[1]). Das geprüfte Eisen war gewöhnliche Handelsware, die Probestäbe wurden vor dem Zerreißversuche sauber abgedreht.

	Durchmesser der abgedrehten Rundeisen in mm						
	10	10	10	10	10	15	15
Streckgrenze in kg/qcm	2994	3026	3104	3117	3038	2710	2725
Zugfestigkeit in kg/qcm	4178	4182	4123	4234	4329	3810	4146
Elastizitätszahl in kg/qcm	2192000	2143000	2140000	2172000	—	2116000	2150000
Bruchdehnung in %	—	26,4	27,0	24,8	—	27,2	30,0

	Durchmesser des abgedrehten Rundeisens in mm						
	15	15	15	20	20	20	20
Streckgrenze in kg/qcm	2627	2938	3277	2650	2166	2681	2627
Zugfestigkeit in kg/qcm	3870	4124	4610	3940	3790	3991	3845
Elastizitätszahl in kg/qcm	2140000	2133000	—	2184000	2165000	2161000	2170000
Bruchdehnung in %	26,4	28,0	30,0	30,3	31,2	30,4	31,2

Bei Wahl der zulässigen Beanspruchung des Eisens ist darauf Rücksicht zu nehmen, daß keinesfalls die oben genannte Spannungsgrenze, auch nicht die Elastizitäts-

[1]) Vergl. Mörsch: Der Eisenbetonbau. II. Aufl., S. 19.

grenze — selbst bei einem nicht wahrscheinlichen Zusammentreffen aller auf die Festigkeit ungünstig einwirkenden Faktoren — erreicht werde; denn auch schon das Überschreiten des letzteren Spannungswertes kann, wie vorerwähnt, Risse im Beton im Gefolge haben, zudem die Rechnungsgrundlagen der — meist statisch unbestimmten — Konstruktion aufheben und eine Kontrolle der infolge der Formänderung auftretenden Spannungen unmöglich machen.

Bei Bemessung der Sicherheitsgröße ist auch die Art der Konstruktion von maßgebendem Einflusse; hier wirken in herabminderndem Sinne ein: ein Spannungswechsel, dynamische Wirkungen, Stöße, Temperaturänderungen, Witterungseinflüsse, ferner die immerhin nur grobe Annäherung der theoretischen Behandlung, die oft mangelhafte Erfüllung der hier gemachten Annahmen in der baulichen Praxis, endlich eine nicht an allen Stellen mustergültige Ausführung.

Rechnet man mit einem zulässigen Spannungswerte von 800—1000 kg/qcm, so ist die Sicherheit gegenüber einem Zerreißen der Eiseneinlage eine rund 6—4½ fache, gegenüber Erreichen der Streck- bezw. Elastizitätsgrenze aber nur eine rund 3½—2,7 bezw. eine 2½ fache; es erscheint deshalb durchaus geboten, den Höchstwert der zulässigen Spannung — und zwar auf Druck und Zug — wie auch von fachmännischer Seite vielfach gefordert — auf 1000 kg/qcm festzulegen, bei erheblicher dynamischer Beanspruchung des Baues aber auf 800 kg/qcm herabzugehen. In diesem Sinne spricht sich auch die zur Ausarbeitung von grundsätzlichen Vorschriften für den Eisenbetonbau eingesetzte französische Regierungs-Kommission aus[1]; ähnliches besagen ferner die Verbandsleitsätze[2] ($\sigma_{e.\,max} < 1000$ kg/qcm) sowie die vorläufigen, an der Kgl. Eisenbahndirektion zu Berlin für Ingenieurbauten erlassenen Bestimmungen, indem sie für Brückenbauten bis zu 5,0 m Stützweite, also bei stärkerer Einwirkung der Verkehrslast, eine Spannung im Eisen bis zu 800, bei größeren Brücken bis zu 1000 kg/qcm und wird in vereinzelten Fällen 1200 kg/qcm gestatten. Hingegen setzen die preußischen Bestimmungen für Hochbauten einen Spannungshöchstwert von 1200 kg/qcm fest[3].

Die — wenigstens in Deutschland — am meisten zur Armierung verwendeten Profileisen sind — wie schon erwähnt — Rundeisen; eine besondere Bearbeitung oder Glättung derselben findet nicht statt, um so mehr als die beim Walzen des Eisens auf seiner Oberfläche sich bildende Haut einerseits einen gewissen Rostschutz bildet, andererseits — wie im nachfolgenden Kapitel noch besonders hervorgehoben werden soll — die Haftfähigkeit zwischen Eisen und Beton vermehrt, also durchaus von Vorteil ist. Bei Auswahl der betreffenden Querschnitte und Bestimmung ihrer Größen kann von den nachfolgenden beiden Tabellen zweckmäßig Gebrauch gemacht werden; die erstere enthält vorwiegend Angaben über die Querschnittsgrößen von je 2, 3, 4, 5, 6, 8 und 10 einzelnen Rundeisen von Durchmessern 1—50 mm, während Zusammenstellung II die mit

[1]) Vergl. B. u. E. 1903, Heft IV, S. 227 und 1902, Heft V und 1903, Heft I. Die bezüglichen Angaben von 800—1000 kg qcm beziehen sich hier auf Konstruktionen, die Stößen ausgesetzt sind, also im besonderen auf Brückenbauten.

[2]) Unter dem Namen Verbandsleitsätze sollen in Zukunft die Leitsätze, aufgestellt vom Verbande deutscher Arch. und Ingen.-Vereine und dem deutschen Betonvereine, verstanden werden.

[3]) Schüle-Zürich schlägt vor — vergl. seine Abhandlung: Die Festigkeit und Formänderung der Verbundbalken B. u. E. 1903, Heft I, S. 33, sowie Schweizer Bztg. 1902 vom 29. XI. — die zulässige Spannung im Eisen innerhalb bestimmter Grenzen als veränderlich anzunehmen, etwa zwischen der Grenze von 800—1200 kg qcm $= \tau'$; im besonderen könne τ entsprechend der Balkenlänge sich ändern und zwar z. B. nach der Beziehung: $\tau = \tau' - \frac{l}{2}$; für den Brückenbau dürfte diese für Hochbauzwecke aufgestellte Funktion deshalb nicht einwandfrei sein, weil mit größerer Stützweite die zulässige Spannung abnehmen würde, die größere Stützweite aber eine gleichmäßigere Verteilung der Verkehrslast und eine Verringerung der Stöße dieser bewirkt.

einer Konstanten n = 15 (einem vielfach üblichen Verhältnisse der Elastizitätszahl von Eisen zu Beton) erweiterten Querschnitte angibt; für einen Wert n = 10 sind die bezüglichen Werte unmittelbar aus Tabelle I zu entnehmen.

Tabelle I.

Gewichts- und Flächentabelle für Rundeisen (Flußeisen).

Durchmesser	Gewicht	Fläche	Fläche von						
			2 Stck.	3 Stck.	4 Stck.	5 Stck.	6 Stck.	8 Stck.	10 Stck.
mm	kg/m	qcm	qcm	qcm	qcm	qcm	qcm	qcm	qcm
1	0,006	0,0079	0,016	0,024	0,031	0,039	0,047	0,063	0,079
2	0,024	0,031	0,063	0,094	0,128	0,157	0,188	0,25	0,31
3	0,055	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35	0,42	0,56	0,70
4	0,098	0,13	0,25	0,38	0,50	0,63	0,76	1,00	1,26
5	0,153	0,20	0,39	0,59	0,78	0,98	1,18	1,57	1,96
6	0,220	0,28	0,56	0,85	1,13	1,41	1,70	2,26	2,82
7	0,300	0,38	0,77	1,15	1,54	1,92	2,31	3,08	3,84
8	0,392	0,50	1,00	1,51	2,01	2,51	3,01	4,02	5,02
9	0,496	0,64	1,27	1,91	2,54	3,18	3,82	5,08	6,36
10	0,612	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	6,28	7,85
11	0,740	0,96	1,90	2,85	3,80	4,75	5,70	7,60	9,50
12	0,881	1,13	2,26	3,30	4,52	5,65	6,79	9,05	11,31
13	1,034	1,33	2,65	3,98	5,31	6,64	7,96	10,62	13,27
14	1,199	1,54	3,08	4,62	6,03	7,70	9,24	12,32	15,39
15	1,377	1,76	3,53	5,30	7,07	8,80	10,60	14,14	17,67
16	1,568	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	16,08	20,11
17	1,768	2,27	4,54	6,81	9,08	11,35	13,62	18,16	22,70
18	1,983	2,54	5,09	7,63	10,18	12,72	15,02	20,36	25,45
19	2,209	2,84	5,67	8,51	11,34	14,18	17,02	22,68	28,35
20	2,488	3,14	6,28	9,42	12,57	15,70	18,84	25,14	31,42
22	2,962	3,80	7,60	11,40	15,21	19,01	22,81	30,41	38,01
24	3,525	4,52	9,05	13,57	18,10	22,62	27,14	36,19	45,24
25	3,824	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	39,27	49,09
26	4,136	5,31	10,62	15,93	21,24	26,55	31,86	42,47	53,10
28	4,797	6,16	12,31	18,47	24,63	30,79	36,94	49,26	61,58
30	5,507	7,07	14,14	21,21	28,27	35,34	42,41	56,55	70,68
32	6,266	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,26	64,34	80,42
34	7,074	9,08	18,16	27,24	36,32	45,40	52,48	72,63	90,79
35	7,496	9,62	19,24	28,86	38,48	48,11	57,73	76,97	96,21
36	7,930	10,18	20,36	30,54	40,74	50,90	61,07	81,43	101,79
38	8,836	11,84	22,68	34,02	45,36	56,70	68,04	90,73	113,41
40	9,791	12,56	25,13	37,70	50,26	62,83	75,40	100,53	125,66
42	10,794	13,85	27,71	41,56	55,42	69,25	83,12	110,83	138,54
44	11,846	15,20	30,41	45,61	60,82	76,00	91,23	121,64	152,05
45	12,391	15,90	31,81	47,71	63,62	79,50	95,42	127,23	159,04
46	12,948	16,62	33,24	49,86	66,48	83,10	99,71	132,95	166,19
48	14,008	18,09	36,19	54,29	72,38	90,45	108,58	144,77	180,96
50	15,296	19,63	39,27	58,90	78,54	98,15	117,81	157,08	196,35

Tabelle II.

Werte: $n \cdot r^2 \pi = 15 \cdot r^2 \pi$.

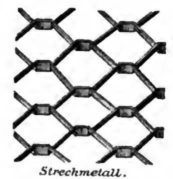
d = 2r mm	$n \cdot 1 r^2 \pi$ qcm	$n \cdot 2 r^2 \pi$ qcm	$n \cdot 3 r^2 \pi$ qcm	$n \cdot 4 r^2 \pi$ qcm	$n \cdot 5 r^2 \pi$ qcm	$n \cdot 6 r^2 \pi$ qcm	$n \cdot 8 r^2 \pi$ qcm
1	0,118	0,235	0,353	0,471	0,590	0,706	0,942
2	0,471	0,942	1,413	1,884	2,355	2,826	3,768
3	1,06	2,12	3,18	4,24	5,30	6,36	8,48
4	1,88	3,76	5,64	7,52	9,40	11,28	15,04
5	2,95	5,90	8,85	11,80	14,75	17,70	23,60
6	4,25	8,50	12,75	17,00	21,25	25,50	34,00
7	5,70	11,40	17,10	22,80	28,50	34,20	45,60
8	7,50	15,00	22,50	30,00	37,50	45,00	60,00
9	9,54	19,08	28,62	38,16	47,70	57,24	76,32
10	11,85	23,70	35,55	47,40	59,25	71,10	94,80
11	14,25	28,50	42,75	57,00	71,25	85,50	114,00
12	17,00	34,00	51,00	68,00	85,00	102,00	136,00
13	19,95	39,90	59,85	79,80	99,75	119,70	159,60
14	23,10	46,20	69,30	92,40	115,50	138,60	184,80
15	26,50	53,00	79,50	106,00	132,50	159,00	212,00
16	30,16	60,32	90,48	120,64	150,80	180,96	241,28
17	34,05	68,10	102,15	136,20	170,25	204,30	272,40
18	38,10	76,20	114,30	152,40	190,50	228,60	304,80
19	42,52	85,04	127,56	170,08	212,60	255,12	340,16
20	47,10	94,20	141,30	188,40	235,50	282,60	376,80
22	57,02	114,04	171,06	228,08	285,10	342,12	456,16
24	67,85	135,70	203,55	271,40	339,25	407,10	542,80
25	73,65	147,30	220,95	294,60	368,25	441,90	589,20
26	79,65	159,30	238,95	318,60	398,25	477,90	639,20
28	92,36	184,72	277,08	369,44	461,80	554,16	738,88
30	106,00	212,00	318,00	424,00	530,00	636,00	848,00
32	120,64	241,28	361,92	482,56	603,20	723,84	965,12
34	136,18	272,36	408,54	544,72	680,90	817,08	1089,4
35	144,31	288,62	432,93	577,24	721,55	865,86	1154,5
36	152,67	305,34	458,01	610,68	763,35	916,02	1221,4
38	170,10	340,20	510,30	680,40	850,50	1020,6	1360,8
40	188,50	377,00	565,50	754,00	942,50	1131,0	1508,0
42	207,75	415,50	623,25	831,00	1038,7	1246,5	1662,0
43	228,10	456,20	684,30	912,40	1140,5	1368,6	1824,8
45	238,50	477,00	715,50	944,00	1192,5	1431,0	1888,0
46	249,30	498,60	747,90	997,2	1246,5	1495,8	1994,4
48	271,35	542,70	814,05	1085,4	1356,7	1628,1	2170,8
50	294,52	589,04	883,56	1178,1	1472,6	1767,1	2356,2

Neben den Rundeisen finden als Walzprofile — im besonderen bei den Konstruktionen von Melanscher und Möllerscher Bauart I-Profile, Flacheisen, Blechbalken, Gitterträger u. a. m. Verwendung. Auf die Einzelheiten der hier in Frage kommenden Anordnungen wird bei der Besprechung der genannten Bauweisen in einem weiteren Fort-

schrittshefte (über die Anwendung des Eisenbetons im Brückenbau) ausführlich eingegangen werden.

Schließlich sei noch der verschiedenen Sondereisen des Eisenbetons gedacht, welche im besonderen in Amerika angewandt, z. T. auch schon bei deutschen Bauwerken — wenn auch seltener — Eingang gefunden haben. Hier sind zu nennen: Das Streckmetall, im besonderen zur Armierung von Platten herangezogen, die Thacher-, Mueser-, Johnson-, Ransome-, Golding-, Kahn- und Doucaseisen.

Das von dem Amerikaner Golding erfundene Streckmetall Abb. 8 wird aus einer Flußeisenplatte in der Art hergestellt, daß in diese Schlitze geschnitten und dann die Tafeln so gestreckt werden, daß sich ein zusammenhängendes Gitterwerk mit rautenförmigen Maschen bildet; zugleich werden hierbei die bandförmigen Blechstreifen etwas aufgebogen und somit die Gitter in wagerechter und senkrechter Richtung nicht unerheblich biegesicherer gemacht, zudem auch eine Erhöhung der Haftung im Beton bewirkt. Da die Biegungsfestigkeit in der Längsrichtung der Maschen größer als in der Quere ist, so sind die Streckenmetallplatten stets mit ihrer Längsrichtung parallel zur Haupttragachse zu verlegen. Da die Streckmetallblätter in diesem Sinne nur 2,40 m lang sind, ist mithin bei ihrer Anwendung die Spannweite der Platte auf etwa 2,20 m begrenzt. Sind größere Weiten zu überspannen, so werden die Streckmetalltafeln durch besondere in der Tragachse und zwar unter den Platten liegende Rundeisen armiert. Diese haben alsdann die Zugspannungen aufzunehmen, während das Streckmetall einer gleichmäßigen Verteilung dieser dient und somit einerseits als Verteilungsnetz wirkt, andererseits wegen der hohen Haftfestigkeit auch eine erhebliche Quersteifigkeit der Platte erzeugt.


Streckmetall.
Abb. 8.

Es ist nicht zu verkennen, daß bei der Herstellung des Streckmetalles eine starke Beanspruchung des Materials unvermeidlich ist; es kommt hinzu, daß gerade Flußeisen beim Durchstanzen leicht Haarrisse erhält, welche auf die Festigkeit des fertigen Netzes, im besonderen auf seine beim Eisenbeton vor allem in Frage kommende Zugfestigkeit, ungünstig einwirken müssen. Hierdurch dürfte es sich auch erklären, daß das Streckmaterial, wie vergleichende Versuche von Fowler und Baker ergeben haben — bei gleichem Eisenaufwande gegenüber der Anwendung von Rundeisen einerseits weniger günstige Festigkeitsverhältnisse aufwies, andererseits sich auch — bei ein und derselben Plattengattung — erhebliche Abweichungen in bezug auf die Festigkeit zeigten; auch zerrissen die armierten Probeplatten nicht selten plötzlich, ohne das Eintreten des Bruches durch die Bildung größerer Risse, starker Durchbiegungen vorher anzuzeigen.

Über die üblichen Abmessungen der Platten gibt die Zusammenstellung auf S. 55 Auskunft.

Die Thachereisen[1]) — amerikanischen Ursprunges — besitzen wie Abb. 9a zeigt, abwechselnd Abplattungen und Knoten, hervorgerufen durch Flachwalzen einzelner Stellen eines Rundeisens und zwar in warmem Zustande; die Eisen sind derart ausgebildet, daß ihr Querschnitt nirgends geschwächt wird; im besonderen zeigen sogar die kleinen Profile bis 31 mm Stärke eine Querschnittsvergrößerung an den Bunden.

Die Eisen werden in Stärken von 6 bis 51 mm Durchmesser geliefert, verhältnismäßig selten aber stärker als 38 mm verwendet; sie zeichnen sich gegenüber den

[1]) Vergl. u. a. D. B. Z. 1904, Nr. 5, S. 18. Daselbst finden sich auch Mitteilungen über die anderen bekannteren amerikanischen Sonderprofile.

Streckmetall (von Schüchtermann & Kremer, Dortmund).
Größte Länge der Platten 2,4 m.

Nr.	Maschen-weite	Steg- Länge	Steg- Stärke	Gewicht	Zug-festig-keit	Größte Breite	Wird vorzugsweise verwendet für
	mm	mm	mm	kg qm	kg m	m	
14	150	4½	3	1,45	2 340	20	Einlage in Beton, in Kunststeinen Zementplatten u. dgl.
12	150	6	3	2,04	3 110	20	
13	150	6	4½	3,12	4 550	20	
15	75	3	3	2,17	3 110	10	
16	75	3	2	1,25	2 080	10	
9	75	4½	3	3,15	5 000	10	
8	75	6	3	4,34	6 240	10	
11	75	4½	4½	5,00	7 000	10	
10	75	6	4½	6,25	9 350	10	
24	40	3	3	4,07	5 850	8	Gitter und Einfriedigungen, Belag für Laufstege, Laufbühnen usw. Einlage in Kunststeinen, Treppenstufen und dgl.
25	40	6	4½	10,00	16 900	8	
21	40	4½	3	6,38	8 750	8	
22	40	8	4½	13,00	23 400	8	
23	40	6	3	7,60	11 700	8	
5	40	2½	1⅓	1,26	1 950	8	Leichte Gitter, Schutzvorrichtungen.
6	40	3	1½	2,04	2 930	8	
3	20	2½	1	1,76	3 250	5	
4	20	2½	1½	3,00	4 850	5	
3a	20	2	0,6	0,90	1 560	5	Rabitzarbeiten, Versteifung von Stuck u. Putz, Herstellung von leichten Wänden und Decken.
4a	20	2½	2	3,75	6 500	5	
20	20	3	3	7,60	7 800	5	Einlage in starken Wänden.
2	10	2½	1¼	3,94	7 800	2,5	
1 Verputzblech	10	2½	0,6	1,60	3 900	2,5	Herstellung von Decken und Wänden, Verkleidung von Trägern und Säulen.
1a	6	2½	0,6	2,25	6 500	2	

anderen Sondereisen dadurch vorteilhaft aus, daß sie keinerlei scharfe Kanten aufweisen und demgemäß nicht leicht ein Abscheren des Betons bedingen; allerdings steht zu erwarten, daß besonders in kleineren Betonquerschnitten die Knoten eine Sprengwirkung



Abb. 9a.



Abb. 9b.

ausüben und die in der Form des Eisens begründete Vergrößerung der Haftfestigkeit somit nicht ausgenutzt werden kann. In dieser Beziehung sei auf die Ausführungen im nächsten Paragraphen (v. Bachs Versuche mit Thachereisen usw.) verwiesen.

Einen ähnlichen Querschnitt stellt das in Abb. 9b wiedergegebene Muesereisen dar[1]). Auch hier ist die Größe des Querschnittes überall gleich groß. Da die Herstellung der gewalzten Eisen keine besonderen Schwierigkeiten macht, so sind dieselben nahezu für denselben Preis erhältlich wie die gewöhnlichen Rundeisen; gegenüber den Thacherprofilen sind sie dadurch im Vorteil, daß sie weniger große Vorsprünge zeigen und demgemäß auch eine Sprengwirkung gegenüber dem umgebenden Beton weniger zu befürchten steht.

[1]) Vergl. B. u. E. 1907, Heft II, S. 55.

Die Johnson- oder Knoteneisen[1]) sind (Abb. 10a—d) darin den Thacherprofilen ähnlich, daß bei ihnen vertiefte und verstärkte Stellen miteinander abwechseln, jedoch ist hier das Quadrateisen dem Walzprozesse zugrunde gelegt. Wie aus der Abb. 10 ersichtlich, können die Verstärkungsbunde entweder im Zusammenhange um das ganze Eisen herumgreifen, oder abwechselnd die Seitenflächen desselben verstärken; üblich sind fünf Profilgrößen, von 13 bis 32 mm Seitenlänge gehend.

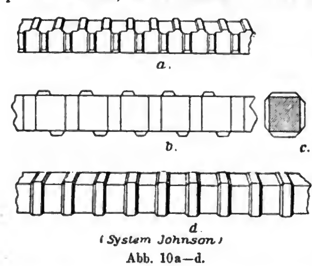


Abb. 10a—d.

Ransomeeisen — Abb. 11 — werden aus Quadrateisen (oder ähnlichen Profilen) durch Verdrehen und zwar im kalten Zustande hergestellt; auch sie bewirken eine Vergrößerung der Haftung, zeigen aber den Nachteil, daß der Beton sich nicht ohne Schwierigkeit den Schraubenflächen einfügt und daß die scharfen Profilkanten eine Abscherwirkung auf den Beton ausüben. Eine neueste Entwickelung dieses Eisens zeigt eine von der Cement-Fireproofing Co. in Joungstown O. hergestellte Eisenform, die durch Drehen eines mit Höckern gewalzten Quadrateisens gewonnen wird[2]).

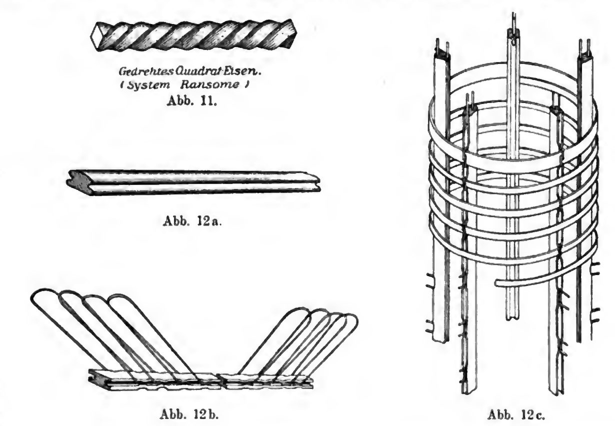


Abb. 11.

Abb. 12a.

Abb. 12b.

Abb. 12c.

Goldingeisen[3]) sind — siehe Abb. 12 — langeingekerbte Flacheisen, deren Einschnitte so tief sind, daß sie die Enden von Drahtbügeln und Schlingen aufnehmen

[1]) Vergl. u. a. Z. u. B. 1904, S. 156. In den Verkehr gebracht von der St. Louis Expanded Metal Fire Proofing Company als: Johnson Corrugated Steelbars.

[2]) Vergl. B. u. E. 1907, Heft III, S. 84.

[3]) Vergl. a. Z. u. B. 1906, Nr. 16, S. 250 251 und B. u. E. 1906, Heft VII, S. 173.

können, die dann durch Zusammenpressen der „Backen" des Profiles mit diesem fest verbunden werden. Es setzt dies aber entweder eine Zurichtung des Eisengerippes in der Werkstatt durch Schmiedearbeit oder die Verwendung eines sehr weichen Eisens voraus, welches ein Zusammenpressen der Backen ohne besondere Schwierigkeit nach Einbringung in die Schalung noch gestattet. Golding empfiehlt für letztere Arbeit eine besondere Presse, mit deren Hilfe das Einklemmen der Drähte in die Vertiefungen seines Profiles so fest erfolgen soll, daß die Drähte eher zerreissen als aus dem Eisen herausgezogen werden. Auch unter Verwendung dieser Hilfsvorrichtung dürfte das Eisen wegen der besonderen Behandlung, die es nach der Verarbeitung erfordert, sowie in Anbetracht seiner für eine Vergrößerung des Haftwiderstandes wenig günstigen Form, keine besonderen Vorteile[1]) darbieten, um so mehr, als sein Preis, gegenüber dem einfachen Rundeisen naturgemäß ein höherer ist. —

Das Kahneisen[2]) besteht in seiner Hauptsache — Abb. 13 — aus einem hochkantig gestellten Quadranteisen, an dessen seitlichen Kanten Querrippen angewalzt sind. Diese werden streckenweise aufgeschnitten und schräg nach aufwärts gebogen — im

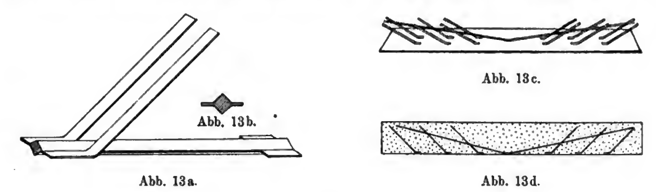


Abb. 13b.

Abb. 13c.

Abb. 13a.

Abb. 13d.

besonderen zu Aufnahme der Scherkräfte. Es entstehen so einheitliche Einlagekörper, welche alle Arten von Kräften aufnehmen, ohne daß die Anordnung besonderer Bügel oder Schrägstäbe notwendig wird; es sind also — im Gegensatze zu dem Goldingeisen — hierselbst nicht unerhebliche Montage-Vereinfachungen zu erwarten. Das Aufschneiden der Profile kann in der Werkstatt oder auf der Baustelle vor Verlegen des Eisens vorgenommen werden.

Die Ducaseisen schließlich — auch Welleneisen[3]) genannt (D. R. P. Nr. 157 837, hergestellt zu Cainsdorf in Sachsen) suchen die Haftfestigkeit des Eisens im Beton dadurch zu erhöhen, daß an ein Rundeisen seitlich flügelartige, wellenförmig gebogene Ränder angewalzt werden. Ein Nachteil des Eisens dürfte der sein, daß sie im Verhältnis zur ausgenutzten Querschnittsfläche eine sehr erhebliche Konstruktionsbreite aufweisen und somit für schmälere Balken und Rippen — besonders in Mehrzahl — wenig geeignet erscheinen.

Mit Recht sagt Mörsch[4]) von all diesen besonderen mit Ausbuchtungen, Knoten usw. versehenen Formeisen gegenüber dem Rundeisen:

„Die Knoten können wohl die erhoffte Wirkung haben, wenn die Eisen in größeren Betonmassen verankert sind, sie werden aber das Gegenteil bewirken in den schmalen

[1]) Als Vorteil wäre nur zu nennen: Die Möglichkeit eines Bügelanschlusses an beliebiger Stelle und in beliebiger Neigung und die bequeme Einteilung der anzuschließenden Verbindungsteile am Eisen selbst.

[2]) Vergl. u. a. Z. u. B. 1905, S. 287, B. u. E. 1903, Heft V, S. 329.

[3]) Vergl. Z. u. B. 1904, S. 45.

[4]) Vergl. sein Werk: Eisenbetonbau. II. Aufl., S. 20.

Rippen der Plattenbalken, indem sie auf den Beton, namentlich an der Trägerunterseite, eine sprengende Wirkung ausüben, so daß ein vorzeitiges Aufhören der Adhäsion eintreten kann. Auch reicht die Adhäsion der gewöhnlichen Rundeisen mit umgebogenen Enden vollständig hin, die auftretenden Kräfte mit Sicherheit zu übertragen, so daß keine Veranlassung besteht, sie durch die teueren Knoteneisen zu ersetzen[1])."

In vielen Fällen ist im Eisenbetonbau ein Stoßen der Eisenprofile notwendig, sei es, daß genügende Längen der letzteren von den Werken nicht zu haben oder ihrer Verwendung Transport- und Montageschwierigkeiten im Wege stehen. Der alsdann nicht zu umgehende Stoß kann durch eine Verschweißung der Eisenenden, durch eine Verschraubung derselben, endlich durch ein gegenseitiges Übergreifen dieser gebildet werden.

Es liegt auf der Hand, daß durch eine Zusammenschweißung des Eisens, auch bei einer — allerdings nicht immer vorauszusetzenden — sorgsamen Ausführung[2]) eine minder widerstandsfähige Stelle in der Konstruktion erzeugt wird, die freilich beim Eisenbetonbau von um so weniger Bedeutung sein dürfte, je mehr das Eisen an der Schweißstelle verstärkt, je höher die Haftfestigkeit des Eisens ist; auch wird man die Schweißstelle naturgemäß an diejenigen Querschnitte der Konstruktion legen, wo die Spannungen im Eisen geringe Werte besitzen. Eine Verschraubung der zu stoßenden Eisen ist naturgemäß teuer, aber in ihrer Wirkung — bei guter Herstellung der Verbindung — sicher; auch wird durch die vorstehende Schraubenmuffe das Festhaften der Einlage im Beton vergrößert, vorausgesetzt, daß die Muffe nicht der Betonaußenfläche allzu nahe liegt, also eine Sprengwirkung auf den Beton zu befürchten steht. Greifen schließlich die Eisen übereinander, so ist das geringste Maß ihrer Überdeckung aus der als zulässig erachteten Haftfestigkeit und der Spannkraft im Eisenquerschnitte zu bestimmen; zur Erhöhung der Sicherheit der Verbindung empfiehlt sich zudem ein kräftiges Aufbiegen der Eisenenden, also eine Verankerung dieser in dem umgebenden Beton[3]).

---

§ 7.

Die Haftfestigkeit zwischen Eisen und Beton.

Bei der Umschließung von Eisen mit Beton tritt eine — je nach den Umständen mehr oder weniger feste — Haftung[4]) zwischen beiden Materialien ein. Die

[1]) Auch sei das zutreffende Urteil des amerikanisches Fachmannes Kahn erwähnt: „Wether the rod be plain, twisted, corrugated or bulbed, adds very little to the strength of the concrete." Vergl. in Eng. News 1904, S. 67 den Aufsatz von Kahn: Some of the causes of recent failures of renforced concrete.

[2]) Hier dürfte sich im besonderen das Goldschmidtsche Schweißverfahren mittelst Thermit empfehlen.

[3]) Vergl. hierzu: Die Versuche über die zweckmäßigste Art der Eisenverbindungen im Beton von Prof. Guidi-Turin in Atti della Societa degli Ingenieri e degli Architetti, Turin 1906, sowie einem Auszug in B. u. E. 1907, Heft III, S. 78 (von v. Emperger). Die sehr umfassend ausgeführten Guidischen Untersuchungen haben die Frage geklärt, aber verhältnismäßig wenig Neues gebracht, das nicht die Praxis des Eisenbetonbaues schon gefunden. Die Ergebnisse besagen im wesentlichen das Gleiche wie die obigen Ausführungen.

[4]) Die Bezeichnungen für die sich bildende Kraft sind sehr verschiedenartig; so schlägt Dr. W. Michaelis in Z. u. B. 1905, S. 91 die Bezeichnung Einspann- oder Klemmfestigkeit vor, davon ausgehend, daß das Eisen im Beton in erster Linie durch den allseitigen Druck des (infolge der Wasserbindung quellenden) Mörtels festgehalten werde, also durch eine Kraft, welche vom Gehalte des Mörtels am

Frage[1]), ob diese Haftung auf einer rein mechanischen Wirkung beruht, sich also ausschließlich als eine Reibungs- oder Adhäsionsspannung darstellt, oder ob sie in den statischen Eigenschaften des Verbundes begründet ist, ist heute noch nicht geklärt. Das Vorhandensein einer Haftung folgt aus Biegeversuchen mit nichtarmierten Betonplatten gegenüber solchen mit Eiseneinlagen; während z. B. die ersteren nur Biegungsspannungen bis zu 4,7 kg/qcm aufweisen, zeigen die letzteren bei sonst vollkommen gleichen Versuchsunterlagen bei 1 % Eisenarmierung eine Biegefestigkeit von 17,8, bei 1,45 % eine solche von 24,7 kg/qcm usf. Diese Zunahme ist nur dadurch erklärlich, daß das Eisen fest im Beton haftet, zu statischer Arbeit also herangezogen wird und somit die Bruchlast der Platte zu vergrößern vermag; würde die Einlage nicht fest in den Beton einbinden, so würde sie für diesen nur eine Querschnittsschwächung bedeuten, mithin die Tragfähigkeit der Konstruktion herabsetzen. Auch zeigt die große Reihe der nachstehend erwähnten Versuche, daß es stets einer — oft sehr erheblichen — Kraft bedarf, um einen im Beton eingebetteten Stab aus diesem herauszuziehen oder herauszudrücken, daß also durch den Verbund ein Gleitwiderstand erzeugt wird. Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß für den Fall, daß die Haftkraft einen größeren Wert erlangt als die Scherkraft im Beton, die letztere gegenüber dem Herausreißen eines Eisenstabes die Grenze für die Größe der Haftung bildet, weil es alsdann möglich ist, daß der Eisenstab mit einer ihn umgebenden Mörtelhülle aus dem Beton herausgerissen, der Verbund also durch die ausschließliche Überwindung der Scherfestigkeit des Betons zerstört wird[2]). Diese grundlegende Betrachtung, welche im besonderen für die Wahl der zulässigen Haftspannung für den Fall hoher Haftung von Einfluß ist, wird durch Beobachtungen von Koenen verstärkt, welche zeigen, daß am Eisen bei Trennung des Verbundes stets eine dünne Haut von Zement hängen bleibt.

Neben den rein mechanischen Einflüssen sollen auch chemische Einwirkungen das Haften des Eisens im Beton bedingen; so fand Breuillie[3]), daß sich auf der Oberfläche des Eisens ein Salz — wahrscheinlich ein Eisensilikat — bildet, und zwar in um so größerer Menge, je länger die Einwirkung des Mörtels dauert. Es dürfte anzunehmen sein, daß für die Größe der Haftung ein derartiger Einfluß von geringerem Werte ist, als die Beschaffenheit der Eisenoberfläche.

Wasser abhängig und mit diesem in hohem Grade veränderlich ist. In der Erwägung, daß in der Regel mit „Adhäsion oder Haftung" nur eine solche Kraftwirkung bezeichnet zu werden pflegt, welche ohne einen Druck zustande kommt, gibt Michaelis der oben erwähnten Benennung den Vorzug. Ferner sei auf die von Bach vorgeschlagene Bezeichnung: Gleitwiderstand, auf den von Probst empfohlenen Ausdruck „Haftung" usw. verwiesen; vergl. die weiteren Ausführungen des Textes.

[1]) Vergl. hierzu z. B. Abhandlung von Ernst Probst im Forscherheft VI: Das Zusammenwirken von Beton und Eisen. Berlin, 1906. Hierin vertritt Probst die Meinung, daß es eine Haftfestigkeit nicht gibt und es nicht angängig sei, hierfür eine bestimmte Zahl festsetzen zu wollen. Das Zusammenwirken von Beton und Eisen beruht nach Probst nur auf einem mechanischen Nebeneinanderwirken der beiden Stoffe, das solange dauert, als die mechanische Verbindung anhält; „diese kommt daher, daß der Beton sich beim Erhärten zusammenzieht und das Eisen festklemmt, das wegen seiner großen Elastizität und der dadurch hervorgerufenen Anpassungsfähigkeit imstande ist, alle Bewegungen des Betons mitzumachen, die durch innere Verschiebungen oder durch äußere Kräfte bedingt sind."

[2]) In diesem Sinne spricht sich auch Martens aus (vergl. u. a. B. u. E. 1905, Heft VI, S. 149). „Es erscheint zweckmäßig, nicht mit der Haftfestigkeit des Bindemittels am Eisen zu rechnen, sondern mit der Überwindung der Schub- und Scherfestigkeit des umgebenden Bindemittels oder der Betonhülle. Diese allein kommt auch in Frage, wenn die durch Haftfestigkeit erzeugte Kraft so groß wird, daß diese Widerstände überwunden werden. Es wird also die Haftfestigkeit durch die Scherfestigkeit begrenzt."

[3]) Vergl. Z. u. B. 1905, S. 297.

Wie aus den nachfolgend erwähnten zahlreichen Versuchsreihen hervorgeht, wird die Größe der Haftspannung — für welche in Zukunft die Bezeichnung τ_h [1]) eingeführt werden soll — beeinflußt von einer größeren Anzahl von Faktoren, unter denen besonders zu nennen sind: Die Art des Mörtels und Betons, die Menge des Anmache-Wassers, die Querschnittsform und Größe der Eiseneinlage, die Rauhigkeit der Oberfläche, die Stablänge, die Art der Beanspruchung bezw. der Versuchsdurchführung usw. Während auf die meisten Punkte im Anschlusse an die Besprechung der einzelnen Versuchsreihen genauer eingegangen werden soll, sei hier zunächst nur der letzte Einflußfaktor, die Art der Durchführung des Versuches eingehender beleuchtet.

Die Größe der Haftung kann dadurch ermittelt werden, daß entweder die Eiseneinlage aus dem sie umgebenden Beton herausgezogen bezw. gedrückt oder ein armierter Balken einer Biegungsbelastung unterzogen wird. Da Beanspruchungen, der ersten Versuchsart entsprechend, in der baulichen Praxis seltener vorzukommen pflegen, die letztere Prüfungsart sich aber der meist vorliegenden Belastung anschließt, so werden auch die Ergebnisse aus Biegeversuchen eine erhöhte Bedeutung für die Praxis besitzen. Für die Durchführung der Versuche selbst ist es bezüglich der Größe der ermittelten Festigkeiten von erheblicher Bedeutung, ob der Versuch langsam, also mit ausreichenden Zwischenpausen zwischen den einzelnen Belastungsstufen durchgeführt ist, oder ob eine schnelle Laststeigerung Platz gegriffen hat; ist doch bekannt, daß im letzteren Falle die Ergebnisse sich stets höher stellen, weil hier schon vor Eintritt eines Beharrungs-Gleichgewichtszustandes neue Belastungen aufgebracht werden, während bei langsamer Versuchsdurchführung eingetretene Risse usw. sich allmählich erweitern und — ohne Lastvermehrung — zum Bruche führen können. In dieser Hinsicht werden — wie Martens mit Recht hervorhebt [2]), für die Praxis Ergebnisse größerer Versuchsreihen besonders wertvoll sein, die bei stufenweiser Laststeigerung, unter häufiger Ent- und Belastung ermittelt worden sind, und somit den wirklichen Vorgängen im Bauwerke Rechnung tragen.

Als wichtigere Versuche seien erwähnt:

1. Versuchsreihen von Bauschinger [3]). Aus den wenigen Parallelversuchen (3) mit in Beton eingebetteten 7 mm starken Rundeisen, wurden, bei einem Alter der 1:3 gemischten Probekörper von 3 Monat, Haftfestigkeiten von 47,40 und $>$ 42 kg/qcm abgeleitet.

2. Versuche in großem Maßstabe führte v. Bach im Jahre 1904 durch [4]). Aufbauend auf einer Anzahl Vorversuche, welche im besonderen der Festsetzung des zweckmäßigen Wassergehaltes der Eisenbetonkörper dienten, wurden hier in den Bereich

---

1) τ^h ist als Bezeichnung deshalb (im Gegensatz zu den vielfach üblichen τ_1) gewählt, weil einerseits „τ" die Art der Spannung als Schubspannung betont, andererseits der Index „h" sich auf Haftung bezieht und nicht leicht mit anderen Benennungen verwechselt werden dürfte.

2) Vergl u. a B. und E. 1905, Heft VI, S. 149.

3) Die nachstehend mitgeteilten Zahlen sind in einem, von der Firma G. A. Wayß im Jahre 1887 in den Druck gegebenen Bauschingerschen Prüfungsberichte enthalten. Mit dieser erst aus neuester Zeit stammenden Auffindung, sind auch die vielfach geäußerten Zweifel an den Bauschingerschen Zahlen gehoben. Die untersuchten Probekörper waren von der vorgenannten Firma hergestellt und Bauschinger zur Prüfung übersandt worden. Vergl. u. a. Tonind.-Ztg. 1905, S. 833 und B. u. E. 1905, Heft IV, S. 93.

4) Im Auftrage der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie. Vergl. hierzu die Abhandlung von v. Bach: Versuche über den Gleitwiderstand einbetonierten Eisens. Berlin 1905, A. W. Schade (Buchdruckerei). Vergl. auch D. B. Z. 1905, Heft 8, S. 31 (v. Mörsch).

der Untersuchungen vornehmlich gezogen: die Querschnittsform und Größe, die Stablänge, die Versuchsdurchführung (Herausziehen, Herausdrücken), schließlich die Größe der Haftung, oder wie v. Bach diese Zahl benennt, des Gleitwiderstandes[1]).

Für die Versuche wurden 3 Monate alte, mit 15% Wasser angemachte, 1:4 gemischte Probeprismen verwendet; ihr Querschnitt betrug 22,0×22,0 qcm, ihre Länge schwankte zwischen 10,0 und 30,0 cm. Das verwendete Eisen war gewöhnliches Handelsflußeisen von einer Zugfestigkeit von 3800—4000 kg/qcm und 29—32% Dehnung; verwendet wurden Rundeisen von 10—40 mm Durchmesser mit Walzhaut und sauber abgedreht, ferner Quadrat- und Flacheisen mit Walzhaut von 20 . 20 bezw. 4 . 40 und 10 . 40 mm Querschnitt.

Aus den an der Stuttgarter Versuchsanstalt durchgeführten Versuchen ergaben sich die folgenden wichtigen Gesetzmäßigkeiten und Zahlenwerte für die Haftung des Eisens in der Verbundkonstruktion:

> 1. Die Haftungsgröße hängt bei Vollkommenheit der prismatischen Form des einbetonierten Stabes von der Beschaffenheit der Oberfläche desselben ab, und bei Abweichungen von der prismatischen Form auch von letzteren. Abgedrehte Stäbe ergaben etwa die Hälfte der Haftfestigkeit, welche für Stäbe[2]) mit Walzhaut gefunden wurde. Beim Herausziehen des abgedrehten Stabes kann nach Eintritt des Gleitens eine solche Aufrauhung der Staboberfläche stattfinden, daß der Gleitwiderstand weit über die Größe hinaufsteigt, die für den Beginn der Bewegung des Eisens im Beton ermittelt wurde.
>
> 2. Die Haftungsgröße hängt in hohem Maße von der Menge Wasser ab, mit welcher der Beton angemacht wurde. Bei dem geringsten Wasserzusatze, mit dem es noch möglich war, Versuchskörper herzustellen, wurde unter sonst gleichen Verhältnissen die größte Haftung erzielt. Mit Zunahme des Wasserzusatzes nimmt diese rasch ab; so zeigt sich bei einem Wassergehalte von 12 bezw. 18% ein Wert von $\tau_h = 38{,}1$ bezw. 14,9 kg/qcm. Der Abnahme der Haftung entspricht — parallel laufend — eine Abnahme des durchschnittlichen Raumgewichtes des Betons[3]). Bei der vorliegenden Mischung und durchaus

[1]) Bezüglich dieser Bezeichnung sagt v. Bach in der in Anm. 4 S. 60 erwähnten Abhandlung S. 1: „Die Größe, um deren Ermittelung es sich hier handelt, wird erhalten, indem man die Kraft, welche zum Herausziehen oder Herausdrücken des einbetonierten Eisenstabes erforderlich ist, durch die im Beton liegende Oberfläche des Eisens dividiert. Sie ist somit der Widerstand, der sich dem Gleiten des einbetonierten Eisens entgegensetzt, bezogen auf die Einheit der Staboberfläche. Dem Gesagten entsprechend soll die zu bestimmende Größe im nachstehenden kurz als Gleitwiderstand bezeichnet und und darunter der auf das Quadratzentimeter Staboberfläche bezogene Widerstand gegen das Herausziehen oder Herausdrücken des Stabes verstanden werden." Diesen Widerstand als Adhäsionsfestigkeit zu bezeichnen, hält v. Bach nicht für richtig, auch nicht für zweckmäßig, weil man bei dieser Bezeichnung zunächst an Kräfte denken wird, welche senkrecht zur Staboberfläche wirken. Da die Einwirkung des Betons solche Klemmkräfte jedoch erzeugen dürfte, sind in der vorliegenden Bearbeitung die Bezeichnnngen: Haftung, Haftkraft, Haftfestigkeit usw. — die allgemein in der Praxis eingeführt sind und naturgemäß sowie zweckmäßig erscheinen — gewählt worden; vergl. auch Anm. 4 S. 58.

[2]) Das Gleiche ergab sich durch Versuche von G. Lieban in New-Jork. Vergl. Tonind.-Ztg. 1905, Nr. 26, sowie Z. u. B. 1905, S. 297. „Die Haftfestigkeit von Eisen im Beton."

[3]) Von Feret — vergl. Baumaterialienkunde 1906, Nr. 1 — wurde durch Versuche, welche (in Boulogne sur mer) in möglichster Übereinstimmung mit den v. Bachschen Untersuchungen durchge-

trockenen Rohmaterialien **wird ein Wasserzusatz von rund 15 v. H. als derjenige anzusehen sein, den man bei Herstellung von Eisenbeton nicht wohl unterschreiten darf.**

3. Eine Änderung des Sandzusatzes innerhalb beschränkter Grenzen beeinflußt die Haftungsgröße nicht bedeutend[1]).

4. Die Haftung ist für stärkere Eisen mit Walzhaut größer als für schwächere, gleichartige Profile; so ergab sich z. B. bei einer Länge des Probekörpers von 150 mm bei einem Durchmesser (d) des Rundeisens von

$d = 10 . \quad 20 . \quad 40$ mm

$\tau_h = 14{,}1 . \quad 18{,}5 . \quad 27{,}1$ kg/qcm.

Hierin dürfte sich der Einfluß der Elastizität des Eisens zeigen, der es zu einer gleichmäßigen Verteilung des Widerstandes gegen Herausreißen auf die Länge der Eiseneinlage nicht kommen läßt und sich — unter sonst gleichen Versuchsverhältnissen — um so mehr äußern wird, je kleiner der Durchmesser des Eisenstabes ist.

Die Verwendung einer größeren Anzahl dünnerer Drähte erscheint daher, trotz der Oberflächenvergrößerung, gegenüber stärkeren Rundeiseneinlagen nicht von Vorteil[2]).

5. **Die Haftfestigkeit nimmt in der Regel mit zunehmender Länge des einbetonierten Eisens ab**[3]), eine Erscheinung, die wiederum in erster Linie von der Elastizität des Eisens bedingt sein dürfte. Über die Größe der Abnahme geben die nachfolgenden Zahlen Auskunft:

---

führt wurden, gezeigt, daß der Zunahme des Wassergehaltes bei Anmachung des Betons ein Wachsen der Haftfestigkeit entspricht. Dieses auffallende — vielleicht durch ganz besondere Zufälligkeiten der Rohmaterialien oder der Versuchsdurchführung zu erklärende — Ergebnis, wird, soweit dem Verfasser bekannt, durch keinerlei andere Versuche gestützt; im besonderen zeigt auch die weiter unten besprochene Mörschsche Arbeit eine vollkommene Übereinstimmung mit den v. Bachschen Ergebnissen.

[1]) Das gleiche Ergebnis zeigen amerikanische Versuche (vergl. nachfolgend unter 6,ζ) und Arbeiten von Feret (vergl. 5,γ). Aus ihnen zeigt sich zudem, daß die Korngröße des Sandes einen bestimmenden Einfluß auf die Haftfestigkeit besitzt und daß letztere mit der Korngröße recht erheblich zunimmt.

[2]) Diesem Grundsatze widerspricht die Ansicht, welche E. Probst im Forscherheft Nr. VI, auf S. 55 ausspricht: „An Stelle eines starken Eisens wird es immer (?) angezeigt sein, mehrere schwächere Eisen von gleichem Querschnitte zu verwenden, weil dadurch eine größere Oberfläche und eine gute Verteilung der Zugspannungen auf die ganze Zugzone des Betons bewirkt wird. Die Grenze hierfür gibt die Scherfestigkeit des Betons an; man darf mit der Verteilung der Eisen nur so weit gehen, als dadurch nicht eine allzu große Verminderung des Betonquerschnittes eintritt.“ Abgesehen davon, daß bei dem stets sehr geringen Prozentgehalte der Eiseneinlage eine Gefährdung in letzterem Sinne praktisch kaum eintreten dürfte, wird der Anwendung kräftigerer Einlagen nach dem Obigen der Vorzug einzuräumen sein.

[3]) Dies zeigt sich u. a. auch bei einigen seitens der Dresdener Mater.-Prüfungsanstalt durchgeführten Versuchen mit Bruchstücken einer „Möller-Brücke“. Die Mischung betrug hier 1:2:4, das Alter der Proben 18 Monate. Da in den Probestücken noch die Eisen der Querarmatur saßen, so können die nachfolgend mitgeteilten Werte nur als Vergleichsgrößen in Frage kommen, um so mehr als auch mit der Anzahl der Eisenstäbe die Anzahl der Kreuzungsstellen mit der Querarmatur sich vergrößerte. Es zeigten sich bei einer Länge des einbetonierten Eisens von: 10, 20, 30, 50, 70 cm, Haftfestigkeiten von: 25,1, 27,3, 22,4, 17,9, 15,4 kg qcm.

Länge des Probekörpers und der Eiseneinlage in mm	l =	100	150	200	250	300
τ_h i. M. bei gleicher Versuchsdurchführung (Herausziehen, d = 10 mm, Wasser 15 %) in kg/qcm	τ_h =	17,1	14,1	12,2	13,6	11,3

6. Die Haftung, ermittelt durch Herausziehen des Eisens ist geringer, als wenn die Lösung durch Herausdrücken des Stabes erfolgt. Es erscheint mithin die Haftfestigkeit im gedrückten Teile eines Querschnittes größer als in der gezogenen Zone. Die oft recht erhebliche Abweichung der Werte von τ_h infolge dieser verschiedenen Beanspruchung des Verbundes läßt die nachfolgende Zusammenstellung erkennen:

	Länge des Versuchskörpers und der Eisenanlage		
	100 mm	200 mm	300 mm
τ_h ermittelt durch Herausdrücken in kg/qcm	27,4	22,3	21,2
τ_h ermittelt durch Herausziehen in kg/qcm	25,1	15,6	15,3
Unterschied	+ 2,3	+ 6,7	+ 5,9
Vergrößerung in % rd.	9 %	43 %	39 %

7. Die Haftungsgröße ergibt sich bei rascher Durchführung des Versuches, also bei schnell steigender Belastung erheblich größer, als bei langsamer Durchführung.

8. Die Größen der für Stäbe mit Walzhaut ermittelten Haftfestigkeiten ergeben sich bei einer Eisenlänge von 150 mm und bei 15% Wasserzusatz aus der nachfolgenden Tabelle; in dieser sind sowohl die Mittelwerte als auch die Größtwerte enthalten. Die geringe Verschiedenheit beider ist ein Zeichen für die Güte der Versuchsvorbereitung und -Durchführung und gestattet einen Rückschluß auf die Wahrscheinlichkeit der ermittelten Werte.

Querschnitt	Mittelwert von τ_h kg/qcm	Größtwert von τ_h kg/qcm	Unterschied kg/qcm
1. Rundeisen von 10 mm Ø	14,1	19,8	5,7
2. „ „ 20 „ „	18,5	21,0	2,5
3. „ „ 40 „ „	27,7	30,3	2,6
4. Quadrateisen, hochkant gestellt, von 20 mm Seitenlänge	26,2	31,6	5,4
5. Flacheisen 4/40	22,6	24,5	1,9
6. „ 10/40	19,6	21,7	2,1

Ähnliche Ergebnisse, wie sie die obige Zusammenstellung zeigt, lieferten auch Biegungsversuche mit Eisenbetonbalken, durchgeführt unter der Leitung von v. Bach von seiten des Eisenbetonausschusses der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie[1].

[1] Vergl. Versuche mit Eisenbetonbalken, erster Teil von C. v. Bach. Berlin 1907, Julius Springer.

Die Einzelwerte der Haftungsfestigkeit schwanken hier für gewöhnliches Rundeisen mit Walzhaut bei den 6 Monate alten Probebalken

bei Rundeisen von 18 mm Durchmesser zwischen 19,9 und 22,3 kg/qcm
„ „ „ 22 „ „ „ 17,0 „ 21,7 „
„ „ „ 25 „ „ „ 21,0 „ 22,7 „
„ „ „ 32 „ „ „ 17,0 „ 22,1 „

Ferner ergab sich — ebenfalls in Übereinstimmung mit den vorstehenden Versuchen — daß bei einem gezogenen, abgeschlichteten und geschmirgelten Rundeisen die Haftungsfestigkeit auch hier erheblich herabging; so zeigten derartige Rundeisen von 25 mm ø nach:

50 Tagen i. M. eine Haftfestigkeit von nur 10,3 kg/qcm
6 Monaten „ „ „ „ „ „ 14,5 „

Weitere gleichartige Versuche führte zur Ergänzung der vorstehenden Arbeit v. Bach unter Verwendung von Thachereisen aus[1]). Hier zeigte sich bei sämtlichen Versuchen, gleichgültig, ob die Quadratseite der prismatischen Betonkörper 200, 160 oder 100 mm betrug, daß beim Herausreißen des Thachereisens Zersprengungen des Betons eintreten. Die nachfolgende Zusammenstellung gibt die Versuchsergebnisse:

Bezeichnung des Körpers	Alter des Körpers Tage	Einbetonierte Länge des Stabes cm	Einbetonierte Oberfläche des Stabes $= O$ qcm	Belastung, unter welcher der Körper zersprengt wird $= P_{max}$ in kg	$\frac{P_{max}}{O} = \tau_h$ in kg/qcm	$\frac{P_{max}}{F_{e min}}$ Spannung im Eisen beim Zersprengen des Betons in kg/qcm
Versuchsreihe 1. Querschnitt des Probekörpers 22 . 22 = 484 qcm.						
1.	28	20,25	120,6	7000	55,7	3043
2.	28	20,27	120,7	7000	55,7	3043
3.	29	20,04	124,2	7950	64,0	3457
				im Mittel	58,5	3181
Versuchsreihe 2. Querschnitt des Probekörpers 16 . 16 = 256 qcm.						
1.	28	20,12	124,7	7000	56,1	3043
2.	29	20,10	124,6	7000	56,2	3043
3.	31	20,11	124,7	7000	56,1	3043
				im Mittel	56,1	3043
Versuchsreihe 3. Querschnitt des Probekörpers 10 . 10 = 100 qcm.						
1.	28	20,13	124,8	4000	32,1	1739
2.	29	20,09	124,6	4500	36,1	1957
3.	30	20,15	124,9	4000	32,0	1739
				im Mittel	33,4	1842

Es ist ersichtlich, daß die Größe von τ_h abnimmt mit der Verkleinerung des Betonquerschnittes, daß also die Sprengwirkung der Knoten die Haftfestigkeit um so mehr herabsetzt, je kleiner der Betonquerschnitt ist. Die bei Versuchsreihe 3 gefundene Zahl nähert sich bereits den in den v. Bachschen Hauptversuchen bei Rundeisen mit Walz-

[1]) Vergl. Versuche mit einbetonierten Thachereisen von C. v. Bach. Berlin 1907, Julius Springer.

haut gefundenen Widerstandszahlen, obwohl sich zwischen dem Thachereisen und der Außenfläche des Betonkörpers noch eine Mindestwandstärke von 37,5 mm befand. Es zeigte sich ferner, daß die Sprengwirkung bei einer Spannung im Eisen nahe seiner Streckgrenze eintrat. Da die hierdurch bedingte bleibende, nicht proportionale Dehnung sich zunächst nur auf den Stabteil zu erstrecken pflegt, der am stärksten beansprucht ist, so fällt die Aufsprengung des Betons hier mit dem Zeitpunkte zusammen, in welchem sich der untere Teil des Stabes verhältnismäßig mehr als die oberen Teile desselben gegen den Beton zu bewegen beginnt[1]).

3. Versuche der Berliner Materialien-Prüfungs-Anstalt[2].)

In Frage kommen hier zunächst Versuche, von Rudeloff ausgeführt im Anschlusse an die schon auf Seite 19 erwähnten Proben, denen die Aufgabe oblag, die Considèreschen Dehnungsgesetze nachzuprüfen. Die verwendeten, 1:3 gemischten Betonprismen waren bereits 5 Jahre alt, die Einlagen bestanden aus Rundeisen von 10 mm Stärke[3]). Das Ergebnis ist aus der nachfolgenden Zusammenstellung I zu entnehmen, während Tabelle II die Resultate einer weiteren Untersuchung mit verschiedenartigen Mischungen angibt:

I.

Länge des einbetonierten Eisens in mm	Durchmesser des Eisens in mm	Haftfläche des Eisens am Beton in qcm	Belastung	Haftfestigkeit
			beim Beginne des Rutschens des Eisens im Beton	
240	10,1	76,2	715 kg	9,4 kg/qcm
185	10,1	58,7	510 kg	8,7 kg/qcm

II.

Zusammensetzung des Probekörpers	Alter	Abmessungen in mm					Einlaßtiefe	Haftfläche	Haftfestigkeit i. M. aus je 5 Versuchen
		Beton Querschnittskanten		Eiseneinlage					
	Tage	a	b	Breite	Höhe	Querschnitt	mm	qcm	
1 Zement + 6 Elbkies	63	400	400	60	10	600	400	560	18,2 kg/qcm
1 Zement + 4 Elbkies	28	200	200	1 Rundeisen von 8 mm Ø		50	190	47,7	9,6 „
1 Zement + 3 Normalsand	28	200	200	1 Rundeisen von	5 mm Ø	19,6	190	29,8	14,5 „
					7 mm Ø	38,5		41,8	10,8 „
					10 mm Ø	78,5		59,7	12,6 „
1 Zement + 2 Normalsand + 3 Elbkies	30	100	100	10	10	100	200	80	24,5 „
		100	200						18,5 „

[1]) Vergl. hierzu auch die neuesten Versuche mit amerikanischen Spezialeisen von Prof. C. E. de Puy am Lewis-Institute zu Chicago, beschrieben von Prof. Boost in B. u. E. 1907, Heft II, S. 47.

[2]) Vergl. u. a. Berl. Mitt. 1904, Heft I u. II und 1905, Heft II. D. B. Z. 1904, Nr. 12, S. 48, B. u. E. 1905, Heft VI, S. 149, Heft XI, S. 277. D. B. Z. 1905, Nr. 10, S. 39 u. Z. D. B. 1905, Nr. 62.

[3]) Die Versuche wurden noch auf andere Durchmesser, 7 und 5 mm, ausgedehnt; die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind jedoch nicht einwandfrei, (weil die betreffenden Probekörper vorher bereits zu Dehnungsmessungen benutzt waren) und können demgemäß nicht herangezogen werden; sie ergeben auch nur Haftfestigkeiten von i. M. 3,35 kg/qcm (!).

4. Bei Versuchen der Firma Wayß und Freytag, ausgeführt von Mörsch[1]), wurde das einbetonierte Eisen aus dem Beton herausgedrückt. Die hierbei erhaltenen Ergebnisse werden mithin nach den v. Bachschen Untersuchungen zu hohe Werte für die Größe der Haftfestigkeit aufweisen; zudem erscheint eine Herabminderung der gefundenen Zahlen auch deshalb angebracht, weil bei Ausführung der Versuche die Kraft schnell gesteigert wurde und somit Beharrungszustände nicht eingetreten sein dürften. Immerhin liefern die nachfolgend mitgeteilten Größen für die Praxis wertvolle Vergleichsziffern.

Die im Verhältnis 1:4 mit verschieden hohem Wasserzusatze gemischten, vier Wochen alten Betonwürfel hatten 20 cm Seitenlänge. Während bei einer ersten Versuchsreihe eine besondere Sicherung der Würfel gegen Zerspringen nicht ausgeführt war, wurde bei einer zweiten Reihe eine 4 mm starke Drahtspirale mit 3 cm Ganghöhe und 10 cm Durchmesser um die Rundeiseneinlage herumgeführt. — Die Ergebnisse der Versuche sind die folgenden:

	Reihe I	Reihe II
Wasserzusatz:	Haftfestigkeit (τ_h) als Mittel aus je 4	Einzelversuchen in kg qcm
10%	48,8 (32,1)	50,8
12,5%	31,2 (24,8)	45,9
15%	29,1 (23,5)	54,0.

Die in Klammern beigefügten Werte zeigen die nach Aufhebung der Haftung verbleibenden Reibungsgrößen; aus den Versuchen ergibt sich, daß τ_h — wie auch von v. Bach nachgewiesen — abnimmt, mit der Größe des Wassergehaltes, und daß ferner, obwohl bei Reihe I ein Zerplatzen der Würfel nicht eingetreten, Reihe II — zum Teil erheblich — höhere Ziffern zeigt, daß also durch die Einfügung der Drahtspirale eine Umschnürung des Betonkerns eingetreten und durch diese die Haftung des zentral gelegenen Eisens — wie auch zu erwarten stand — vergrößert worden ist. Bei dem eigenartigen äußerst günstigen Verhalten, welches der umschnürte Beton überhaupt gezeigt hat — vergl. S. 36 — erscheint es angebracht, den vorstehend an letzter Stelle angeführten Versuchsergebnissen eine allgemeine Gültigkeit zuzuschreiben. Eine weitere Arbeit von Mörsch liefert, bei auf Biegung beanspruchten Plattenbalken, eine rechnerisch ermittelte Haftfestigkeit von 37,3 kg/qcm[2]).

5. Aus der großen Anzahl der französischen Forschungsarbeiten seien die nachfolgenden Versuchsreihen und Ergebnisse herausgehoben:

α) Versuche von E. Coignet und N. De Tedesco[3]). Die Eisenstäbe von 16 bis 32 mm Durchmesser wurden aus den nur 6 Tage alten Betonprismen herausgedrückt. Bei der Betonherstellung fanden 600 kg Zement auf je 1 cbm Sand und Kies Verwendung. Die Haftfestigkeiten ergaben sich — ziemlich konstant — zu 20—25 kg/qcm.

β) Versuche des Service français des phares et ballises[4]). Es wurden Rundeisen von 36—25 mm Durchmesser mittelst Portland-Zementmörtels in Steinwürfel einbetoniert und nach einmonatlicher Erhärtung (an der Luft) heraus-

---

[1]) Vergl. dessen Werk: Der Eisenbetonbau. II. Auflage. 1906, S. 48 u. 49.

[2]) Vergl. B. u. E. 1903, Heft IV, S. 273.

[3]) Vergl.: Du Calcul des ouvrages en cément avec ossature métallique par E. Coignet et N. de Tedesco; Paris 1904, sowie: Memoires de la Société des ingen. civils. 1894, B. u. E. 1903, Heft V, Seite 328.

[4]) Vergl. Annales des ponts et chaussées. 1898, III.

gezogen. Die Werte für τ_b zeigten sich zwischen 20 und 48 kg/qcm schwankend und sind um so höher, je größer der Durchmesser des Eisens und je höher dessen Elastizitätsgrenze lag.

γ) Versuche der Réunion des membres français et belges de l'Association internationale pour l'essai des matériaux de construction[1]. Die Versuche erstrecken sich sowohl auf die Art des Sandes und das Mischungsverhältnis, als auch auf die Art der Erhärtung des Betons und die Einwirkung der Zeit.

Zu den nachfolgend mitgeteilten Ergebnissen sei bemerkt, daß zunächst die Haftfestigkeit nach 12 Wochen angegeben ist, daneben deren Ab- und Zunahme bei geringerer und längerer Erhärtungsdauer mitgeteilt wird; hierbei sind zur besseren Erkennung der prozentischen Veränderungen die Festigkeiten nach 12 Wochen durchgehend mit 100 bezeichnet, und hiernach die übrigen Größen bemessen.

Mischung	Art der Abbindung	τ_b in kg/qcm nach 12 Wochen	Verhältniszahlen für τ_b nach								
			3 Tagen	1 Woche	2 Wochen	4 Wochen	9 Wochen	12 Wochen	26 Wochen	1 Jahr	4 Jahren
1 Zement + 2 feiner Sand	Normale Behandlung	13,4	—	49	—	71	—	100	147	190	—
1 „ + 2 mittelfeiner Sand	„	21,1	—	46	—	67	—	100	120	167	—
1 „ + 3 feiner Sand	„	13,8	27	33	54	71	93	100	125	149	174
1 „ + 3 grober Sand	„	19,5	49	67	92	96	108	100	118	151	168

Mischung	Art der Abbindung	τ_b in kg/qcm nach 12 Wochen	Verhältniszahlen für τ_b nach						
			1 Woche	4 Wochen	12 Wochen	26 Wochen	1 Jahr	2 Jahren	3½ Jahren
1 Zement + 4 mittelfeiner Sand	Feuchte Luft bei konstanter Temperatur	7,0	88	61	100	133	190	255	489
	Normale Luft, bedeckt	10,4	29	78	100	150	244	340	433
	Meerwasser	4,3	28	76	100	119	123	163	216
	Quellwasser	6,0	37	70	100	109	128	167	185
	Lagerung im Freien, unbedeckt	14,9	11	59	100	151	152	158	—
1 Zement + 5 feiner Sand	Meerwasser	3,2	21	68	100	92	106	168	176

Aus der Zusammenstellung folgt, daß die Haftfestigkeit zwischen Mörtel und Eisen bei stark mit Wasser angefüllter Luft geringer ist als bei verhältnismäßig trockener Luft, und noch mehr abnimmt bei Erhärtung im Wasser, Vorgänge, die ihre Erklärung in der Beeinflussung der Volumenveränderung durch die verschiedenartigen Mittel finden dürften. — Auch lassen die Versuche die natürliche Vergrößerung der Haftung im Laufe der Zeit deutlich erkennen und

[1] Vergl. u. a. B. u. E. 1905, Heft VI, S. 150/151.

zeigen, daß hier ähnliche Verhältnisse obwalten, wie bei der Druck- und Zugfestigkeit des Betons.

δ) Versuche von Feret[1]) mit verschieden geartetem Zementmörtel und Beton zeigten, daß ein Schnellbinder geringere Haftfestigkeit erzielt als ein langsam abbindender Zement, daß die Größe von τ_h stark veränderlich ist bei Schlackenzement, sowie endlich, daß das Eisen im Zementsandmörtel besser haftet als im Beton; hier nimmt die Haftung ab mit der Verminderung des beigemischten Portlandzementes.

6. Aus der Reihe der amerikanischen Arbeiten erscheinen im besonderen erwähnenswert:

α) die Untersuchungen von Ch. W. Spofford[2]), ausgeführt mit verschiedenen Eiseneinlagen, Rundeisen, Flach- und Quadrateisen, Ransome-, Thacher- und Johnson-Eisen bei 1 Monate alten, im Verhältnis von 1:3:6 gemischten Probekörpern. Die Ergebnisse sind aus der nachfolgenden Zusammenstellung zu entnehmen:

Art des Eisens	τ_h in kg/qcm
Rundeisen von 1,27 cm Durchmesser	15,4—19,0
Quadrateisen von 1,9 cm Seite . .	15,5—19,3
Flacheisen 2,9 × 1,27 cm	7,5—13,0
„ 3,8 × 1,1 „	7,8—15,8
„ 3,7 × 0,6 „	7,8—10,2
Ransomeeisen	≥ 17,3—27,9[3])
Thachereisen	≥ 16,7—35,7[3])
Johnsoneisen	≥ 18,2—32,4[3]).

Aus den Ziffern ergibt sich — wenn auch eingeschränkt durch die v. Bachschen Versuche mit Thacher-Eisen (S. 64) — eine gewisse Überlegenheit der Spezialeisen über die glatten Profile in bezug auf die Haftfestigkeit[4]).

β) Ähnliche Ergebnisse liefern auch die in Engen. News, Jahrgang 1904, Bd. 51, Nr. 10, S. 222 veröffentlichten Arbeiten; auch hier zeigt sich die größere Haftung der — Ransome-, Thacher- usw. — Profile. Für eine Mischung von 1 : 3 wurde bei Flacheisen (25,5 × 6,5 mm) als geringste Größe der Haftung der Wert von 20,5, bei Rundeisen (ø = 12,5 mm) von 35,8, bei Quadrateisen (6,0 × 6,0 bezw. 12,5 × 12,5 mm) von 25,8 bezw. 30,2 kg/qcm ermittelt. Über den Einfluß des Mischungsverhältnisses geben die nachfolgenden, an Quadrateisen (25 × 25 mm) und Betonprismen von 20 × 20 cm Querschnitt und 25 cm Höhe gefundenen Ziffern Aufschluß:

---

1) Vergl. u. a. Christophe: Der Eisenbeton und seine Anwendung im Bauwesen. Berlin 1905, Verlag der Tonindustrie Ztg. S. 351.

2) Vergl. Tests upon the bond of union between concrete and steel. B. u. E. 1903, Heft III, S. 201. Forscherarbeit vom „Boston Institute of Technology" von Professor Ch. W. Spofford.

3) Bei den Ransome-, Thacher- und Johnson-Eisen wurde der Beton abgeschert; vergl. hierzu die ein gleichartiges Ergebnis liefernden Versuche von Prof. de Puy, mitgeteilt in B. u. E. 1907, Heft II, S. 47.

4) Besonders günstig verhielt sich das Ransome-Eisen, da es infolge sehr erheblicher Reibungswiderstände auch nach Eintritt einer Gleitbewegung bald wieder festsaß. Das gleiche zeigen Versuche von Sanders (vergl. B. u. E. 1905, Heft IX, S. 227); auch hier ergibt sich, daß die Anordnung eines Dralles die Haftfestigkeit günstig beeinflußt.

Mischung					τ_h i. M. in kg/qcm
1 Zement	+ 3 Sand				28,8
1 „	+ 2 „	+ 4 Schotter			41,1
1 „	+ 3 „	+ 6 „			33,5
1 „	+ 2 „	+ 4 Kies			38,3
1 „	+ 3 „	+ 6 „			36,1

Es zeigt sich, was auch v. Bach ausgesprochen, daß ein verschieden hoher Zusatz von Sand und Schotter nicht sehr erheblich auf die Größe der Haftfestigkeit einwirkt. —

Inwieweit die in den vorstehend besprochenen Versuchen sich zeigende Überlegenheit der amerikanischen Sonderprofile bezüglich der Haftfestigkeit von Bedeutung für die bauliche Praxis ist, dürfte durch die Erörterungen auf S. 58 und 64—65 dargelegt sein.

7. Während alle die vorstehend mitgeteilten Ergebnisse — bis auf wenige[1]) — auf Versuchen beruhen, welche die Haftfestigkeit meist durch ein Herausziehen, seltener durch ein Herausdrücken der Eiseneinlagen zu ergründen suchen, und somit der Beanspruchung der Verbundkonstruktion in der Praxis nur in selteneren Fällen angepaßt erscheinen, lassen sich aus den bereits auf S. 17 ausführlich erwähnten Kleinlogelschen Biegeversuchen, wichtige Schlüsse, über das Haften des Eisens im Beton bei Biegungsbeanspruchung ziehen. Diese Schlüsse werden deshalb von besonderer Bedeutung sein, weil einerseits in den allermeisten Fällen der baulichen Anwendung des Verbundes eine Biegungsbelastung vorliegt, andererseits die Versuche Kleinlogels sich nicht als Laboratoriumsversuche darstellen, sondern mit, der Praxis entsprechend, großen Balken durchgeführt wurden.

In Frage kommen zur Bestimmung eines Grenzwertes von τ_h — und zwar vielfach eines unteren Grenzwertes — die Kleinlogelschen Versuchsreihen B, C, D, E, F und G[2]). Bei den Versuchen B, C und D wurde die Streckgrenze des Eisens überschritten, hierdurch war eine Eisenkontraktion und ein leichteres Herausreißen bedingt als in normalem Zustande; die rechnerisch ermittelten Haftspannungen sind also kleiner, als die tatsächlichen. Es zeigt sich bei:

Reihe B $\tau_h > 25{,}4$ kg/qcm; Reihe C $\tau_h > 20{,}6$ kg/qcm; Reihe D $\tau_h > 17{,}8$ kg/qcm.

Bei den Versuchen F und G traten wagerechte Risse in der Gegend der Eiseneinlage ein, also auch hier bleibt der Wert der aus den Bruchergebnissen ermittelten Haftung hinter dem tatsächlichen Werte derselben zurück. Es folgt aus:

Reihe F $\tau_h > 27{,}6$ kg/qcm; Reihe G $\tau_h > 24{,}6$ kg/qcm.

Nur bei Reihe E erfolgte der Bruch durch Überschreiten der Druckfestigkeit des Betons. Diese Versuche sind mithin, da die Eiseneinlagen nicht ungünstig beansprucht wurden, maßgebend für die Größe von τ_h. Diese ergibt sich rechnerisch zu:

$$\tau_h = 38{,}8 \text{ kg/qcm}.$$

Während dieser Wert mit dem von Mörsch[1]) gefundenen (37,3 kg/qcm) gut übereinstimmt, zeigen die v. Bachschen Biegeversuche — S. 64 — erheblich kleinere Resultate (17—22,7 kg/qcm). Der Grund hierfür dürfte darin zu suchen sein, daß bei der letzteren Arbeit die Eisen im Beton nicht verankert waren; da dies in der Praxis stets ausgeführt zu werden pflegt, erscheinen die Kleinlogelschen und Mörschschen Ergebnisse letzterer besser angepaßt.

---

[1]) Ausgenommen sind die Untersuchungen von v. Bach auf S. 63 unten (vergl. auch Anm. 1 S. 63) und von Mörsch S. 66, erwähnt unter 4 (zum Schlusse).

[2]) Vergl. u. a.: Zur Frage der Haftfestigkeit von Eisen im Beton von A. Kleinlogel. D. B. Z. 1904, Nr. 12, S. 46 u. Nr. 13, S. 49, sowie B. u. E. 1904, Heft IV, S. 257, desgl. Forscherheft I.

8. Auf die wichtigen von Empergerschen Versuche, welche sich im besonderen auf die Erzielung ausreichender Haftung auf konstruktivem Wege beziehen, wird am Ende des Paragraphen ausführlich eingegangen werden.

Die Frage der **zulässigen Haftspannung** ist heute eine noch viel umstrittene; wie einleitend hervorgehoben wurde, erscheint es durchaus notwendig, hierbei neben der Haftfestigkeit und einer ausreichenden Sicherheit auch die Scherfestigkeit des Betons als Grenzwert zu berücksichtigen, weil bei hoher Haftung eine Abschiebung der Betonfasern eintreten kann. —

Die preußischen Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten vom 16. IV. 1904, bestimmen, daß die Haftspannung die zulässige Schubspannung (4,5 kg/qcm) nicht überschreiten darf; letztere bildet somit die Grenze für den zulässigen Wert von τ_h. Einen erheblich höheren Wert und zwar $\tau_h = 7{,}5$ kg/qcm gestatten die vorläufigen Leitsätze, aufgestellt vom Verbande deutscher Architekten und Ingenieurvereine und dem Deutschen Betonvereine[1]); hierbei ist ein Beton vorausgesetzt, der nach 28 Tagen eine Druckfestigkeit $>$ 180—200 kg/qcm besitzt. Die Zahl — $\tau_h =$ 7,5 kg/qcm — wird von vielen Forschern und Praktikern als zweckmäßig und ausreichend sicher bezeichnet; so geht z. B. Mörsch[2]) davon aus, daß bei guter, einwandfreier Herstellung die Haftfestigkeit bei gebogenen Balken zu rund 38 kg/qcm — auf Grund der maßgebenden Versuche — gerechnet werden könne, und daß demgemäß die zulässige Spannung $\tau_h = 7{,}5$ eine rund fünffache Sicherheit zulasse. In ähnlicher Weise äußert sich von Thullie[3]), daß bei auf Biegung belasteten Balken Haftfestigkeiten von 24—48 kg/qcm i. d. R. erzielt würden und somit die zulässige Spannungsziffer = 7,5 kg/qcm eine drei- bis sechsfache Sicherheit biete. Diese Ansichten werden dadurch noch gestützt, daß einerseits Versuche gezeigt haben, daß bei guter Verbundkonstruktion die Überwindung der Haftfestigkeit sich nur selten als Ursache des Bruches herausstellt[4]), und daß andererseits die übliche Art der Berechnung — auf welche nachstehend eingegangen wird — höhere Werte liefert, als sie wahrscheinlich auftreten; hier kommt im besonderen in Frage, daß die Haftspannung in erster Linie von der im Eisen vorhandenen Zugkraft bezw. der Querkraft im Querschnitte abhängig ist, für beide ihre Größtwerte eingeführt zu werden pflegen und eine Mitwirkung des Betons vernachlässigt wird, — obwohl durch vielfache Versuche bewiesen worden, daß auch nach Eintritt von Rissen, der Beton sich weiter an der Kraftübertragung beteiligt. Auch ist es durchaus üblich bei Ermittelung der auftretenden Haftspannung nur die geraden Eisen zu rechnen, auf eine Mitwirkung der nach oben (oder unten) abgebogenen Einlagen oder Bügel also keinerlei Rücksicht zu nehmen; da letztere aber tatsächlich an der Kraftübermittelung nicht unerheblich beteiligt sind, liegt hierin wiederum eine Sicherheit gegenüber der Ausbildung zu hoher Haftspannungen; in welcher Weise diese

[1]) Hennebique legt bei seinen Berechnungen sogar den Wert von 15 kg/qcm als zulässige Grenze zugrunde; vergl. D. B. Z. 1904, Nr. 5, S. 20.

[2]) Vergl. das Werk v. Mörsch: Der Eisenbetonbau. II. Aufl., S. 50 u. folg., sowie den Aufsatz desselben Verfassers: Haftfestigkeit einbetonierten Eisens in B. u. E. 1905, Heft IV, S. 152 u. D. B. Z. 1905, Nr. 8, vom 19/IV.

[3]) Vergl. M. R. v. Thullie: Die Bruchresultate der geraden Träger aus Eisenbeton. B. u. E. 1905, Heft XI, S. 279.

[4]) Werden die Eisen an den Auflagern nach Länge, Zahl und Durchmesser so angeordnet, daß die Kraftübertragung auf den Beton mit Sicherheit erfolgen kann, so wird auch bei einem Bruche die Haftfestigkeit deshalb nicht vollkommen ausgenützt werden, weil der Beton — wie durch Versuche einwandfrei nachgewiesen — auch nach Ausbildung von Rissen immer noch einen Teil der Zugkraft aufnimmt, die Zugbeanspruchung am Auflager also nicht sehr hoch werden und ein Anwachsen derselben bis zur Streckengrenze nicht zu befürchten sein wird; vergl. die nachstehenden Textausführungen.

Beteiligung an der Kraftübertragung erfolgt, dürften die nachfolgenden Erörterungen klar legen.

Für eine geringere Bemessung der zulässigen Haftspannung tritt im besonderen v. Emperger auf Grund besonderer Versuche ein[1]). Durch die letzteren — denen allerdings der Nachteil anhaften dürfte, daß die Probebalken z. T. von ungeübtem Personal hergestellt wurden — zeigt er, daß man nur bei guter Durchbildung des Verbundes mit einer Haftfestigkeit $>$ 16 kg/qcm rechnen dürfe. Zur Untersuchung gelangten hier verschiedenartig armierte Rippenbalken von T-Form, 2,00 m weit freiliegend; dieselben zeigten gerade Einlagen ohne Bügel und mit Bügeln und zwar senkrechten und schrägen, sowie symmetrische und unsymmetrische Abbiegungen der Eisen. Aus den Versuchen ergeben sich die folgenden Gesetzmäßigkeiten:

1. Nur bei einer ausreichenden Anzahl von Bügeln ist es stets möglich, eine Haftfestigkeit $\geqq$ 16 kg/qcm zu erzielen; das gleiche ist auch durch symmetrisch abgebogene Eisen zu erreichen. Jedenfalls zeigt sich, daß die von vielen Seiten als niedrig bezeichnete Zahl der Haftfestigkeit von 16 kg/qcm nicht ohne weiteres angenommen werden kann, daß sie vielmehr an besondere konstruktive Vorkehrungen gebunden erscheint.

2. Ein unsymmetrisches Abbiegen von Eisen hat eine ganz unsymmetrische Kraftübertragung zur Folge, die sich in dem bald erfolgenden Herausreißen der geraden Einlagen zu erkennen gibt.

3. Die Bügel sind für eine Erhöhung der Haftfestigkeit nur alsdann wertvoll, wenn sie um die Eiseneinlagen herumgreifen und mit diesen fest durch Draht, Einkerbung usw. verbunden werden. Diese Bedeutung der Bügel ist in erster Linie auf Rippenbalken beschränkt, da bei einfachen Platten die nahe aneinanderliegenden, vielfach durch eine Querarmierung vereinigten Zugeisen die Bügelverspannung nahezu ersetzen.

Auch wirken die Bügel auf die Verstärkung der Scherfestigkeit des Betons insofern günstig, als bei großer Haftung der Bruch durch Überwindung der Scherfestigkeit nur alsdann eintritt, wenn die Zugeisen nicht unmittelbar mit den Bügeln zusammenhängen.

4. Auch ein symmetrisches Abbiegen der Eisen bleibt hinter der Anordnung gut angeschlossener Bügel im Sinne einer hohen Haftfestigkeit zurück, weil die geraden und gebogenen Eisen sich verschieden im Beton bewegen und demgemäß verschieden gespannt werden; auch fand bei Vorhandensein von Abbiegungen ein Herausreißen der geraden Einlagen statt, wenn diese ohne Bügel eingelegt waren.

5. Eine geringe Einkerbung der Haupteinlage, zum guten Anliegen und Anschlusse der Flacheisenbügel, hat auf die Festigkeit der Gesamtkonstruktion keinen nennenswerten Einfluß, um so mehr als sich diese Schwächungsstellen nahe dem Trägerende befinden, und hier die Zugkraft ihren Größtwert nicht hat; im besonderen wichtig ist das feste — satte — Anliegen der Bügel, da hierdurch eine oft sehr erhebliche Heraufsetzung der Bruchlast erzielt wird. Ein fester Anschluß der Bügel ist im besonderen geboten, wenn eine Haftspannung von 4 kg/qcm überschritten wird.

6. Die Anordnung schiefer nach außen und oben (bezw. nach unten und innen bei negativen Biegungsmomenten) gerichteter Bügel erscheint in ihrer statischen Wirkung günstiger als die senkrechter.

Auf Grund der vorstehenden Versuche und unter der Voraussetzung geeigneter konstruktiver Ausgestaltung des Verbundes spricht

[1]) Vgl. Forscherheft III, die Rolle der Haftfestigkeit im Verbundbalken, sowie Forscherheft V, die Abhängigkeit der Bruchlast vom Verbunde, von v. Emperger.

sich v. Emperger für eine zulässige Haftspannung von nur 4 kg/qcm aus, entsprechend einer Haftfestigkeit von 16 kg/qcm und einer vierfachen Sicherheit; nur für die amerikanischen, im Beton besonders festsitzenden Sondereisen gestattet er, als Festigkeitsgrenze die Scherfestigkeit von i. M. = 25 kg/qcm zugrunde legend, den Wert von 6 kg/qcm [1]).

Berücksichtigt man, daß einerseits viele Bauten, bei denen Haftungszahlen von 10 kg/qcm und mehr zugelassen wurden, sich bisher durchaus gut bewährt haben, daß andererseits, wie gerade die v. Empergerschen Forscherarbeiten zeigen, durch eine im Sinne der vorstehenden Ausführungen gute Verbundkonstruktion die Haftung von Eisen und Beton sehr erheblich vergrößert werden kann, daß schließlich die meisten der vorerwähnten Versuche, unter den in der Praxis üblichen Verhältnissen, Haftfestigkeiten ergeben haben von rund 15—35 kg/qcm also i. M. von rund 25 kg/qcm, so wird man bei einer vier- bis fünffachen Sicherheit auf einen zwischen den Vorschriften der Leitsätze und der v. Empergerschen Anschauung stehenden zulässigen Haftungswert von

6 bis 5 kg/qcm

hingewiesen.

Auch dürfte es sich, auf den Versuchsergebnissen fußend, durchaus empfehlen, hier eine Unterscheidung — ähnlich wie bei der zulässigen Druckspannung — nach der Art der Beanspruchung — auf Biegung oder reine Druckbelastung — einzuführen [2]). Da im ersteren Fall die Haftfestigkeiten sich zu rund 25—38 kg/qcm ergaben, bei Normalbeanspruchung aber nur (im besonderen nach v. Bach) den Wert von 15 bis 25 kg/qcm erreichten, so wird bei einer, als genügend anzusehenden, vier- bis fünffachen Sicherheit, mithin die zulässige Haftspannung sich ergeben bei:

Biegungsbelastung zu rund 5—9,5 i. M. = rund 7,0 kg/qcm
Normalbelastung zu rund 3—6,3 i. M. = rund 5,0 kg/qcm.

Bei Innehaltung dieser Grenzen wird auch stets verhindert werden, daß ein Ausreißen der Einlagen durch Überwindung der Scherfestigkeit an ihrem Umfange eintritt.

Vielfach werden die geraden Eisen, die im besonderen für die Berechnung der Haftbespannung in Betracht gezogen werden, an ihren Enden — also nahe dem Auflager — senkrecht nach oben umgebogen, gleichsam um das Eisen im Beton zu verankern. Hierbei ist darauf zu achten, daß diese Umbiegung nicht zu kurz ausfällt, weil sonst eine Zerstörung des Betons durch Überwindung der Druckfestigkeit dieses einzutreten vermag, und in weiterer Folge sich Scherrisse bilden können.

---

1) Vergl. Forscherheft III, S. 19, sowie D. B. Z. 1905, Nr. 8 und 1906, Nr. 12, S. 48. In dem an vorletzter Stelle genannten Aufsatze ist darauf hingewiesen, daß die Thachereisen nur den Beton auf die verläßlichere und höhere Scherfestigkeit beanspruchen. Hier zeigen sich beim Bruche auch deutlich „Zersprengungen“ des Betons, während gerade Rundeisen ohne jede äußeren Anzeichen herausgezogen werden können; vergl. auch die Ausführungen auf S. 58 und 64.

2) Durchaus richtig sagt Kleinlogel in B. u. E. 1904, Heft IV, S. 231 über diese Frage: „Die Inanspruchnahme der Haftfestigkeit ist in der Praxis in weitaus den meisten Fällen an den Fall der Biegung gebunden und wir erkennen sofort, daß bei einem durchgebogenen Balken die Kraft, welche das Eisen aus dem Beton herausziehen soll, größer sein muß, als es diejenige ist, die das Eisen beim direkten Zugtrennungsversuch im Laboratorium vom Beton trennt, indem bei dem auf Biegung beanspruchten Konstruktionsteile eben infolge der Durchbiegung eine nicht unbeträchtliche zusätzliche Reibung zugunsten der Haftung vorhanden ist. Es liegt somit die Vermutung nahe, daß zwischen Ergebnissen direkter Trennungsversuche und zwischen Ergebnissen von diesbezüglichen Biegeversuchen ein ähnlicher Unterschied auftreten wird, wie zwischen der Würfelfestigkeit und der Druckfestigkeit des Betons im armierten Balken.“

Treten nämlich bei einer auf Biegung beanspruchten Konstruktion im Beton Risse auf, so wird das Eisen einen sehr erheblichen Teil der gesamten, in der Zugzone vorhandenen Längskraft aufzunehmen haben; demgemäß wird diese Kraft auch von dem aufgebogenen Ende der Eiseneinlage auf die anliegenden Betonflächen übertragen werden. Rechnet man sicher, so wird man hierbei die größte überhaupt mögliche Zug-

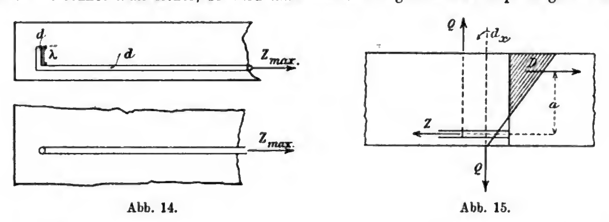


Abb. 14. Abb. 15.

kraft berücksichtigen und demgemäß die Druckbeanspruchung des Betons an der gefährdeten Stelle nach der Gleichung (vergl. Abb. 14)

$$Z_{max} = \lambda\, d \,.\, \sigma$$

beurteilen.

Die **Berechnung der Haftspannung** in einem auf Biegung belasteten Querschnitte wird i. d. R. unter der Voraussetzung durchgeführt, daß die in der Zugzone befindliche Eiseneinlage ausschließlich die auftretenden Zugkräfte aufnehme. Stellt alsdann in Abb. 15, dx die Entfernung zweier benachbarter Querschnitte, Z die Zugkraft, U den Umfang der Eiseneinlage, Q die in den Querschnitten dx wirkende Querkraft und endlich τ_h die auf den Umfang des Eisens als gleichmäßig sich verteilende Haftspannung dar, so findet die Bedingung, daß ein Herausreißen des Eisens nicht eintreten darf, in der Gleichung:

$$1. \quad \tau_h \,.\, U \,.\, dx \geqq Z$$

ihren Ausdruck; da die Gleichgewichtsbedingung für die Momente zu der Beziehung führt:

$$2. \quad Z \,.\, a = Q \,.\, dx; \quad Z = \frac{Q \,.\, dx}{a},$$

so ergibt sich schließlich:

$$3. \quad \tau_h \geqq \frac{Z}{U \,.\, dx} \geqq \frac{Q \,.\, dx}{a \,.\, U \,.\, dx} \geqq \frac{Q}{a \,.\, U}.$$

Daß man berechtigt ist, in praktischen Fällen, die Haftfestigkeit — im besonderen bei Verwendung von Rundeisen — als gleichmäßig über den Querschnitt verteilt anzunehmen, folgt (nach Ramisch) aus der Beweisführung in Anmerkung[1]).

---

[1]) Nach Ramisch ergibt sich der genauere Wert für die Haftfestigkeit, vergl. Abb. 16 zu:
$\tau_h = \frac{Q}{a \,.\, U} \left\{ \frac{y}{b_1} \left(\frac{ke}{k_1}\right)^2 + 1 \right\}$; hierin bedeutet neben den bereits oben erklärten Bezeichnungen:

y den Abstand des in Frage stehenden Umfangspunktes der Eiseneinlage von der Schwerachse dieser,

b_1 die Entfernung der Schwerachse der Einlage von der Querschnitts-Nulllinie oder neutralen Achse.

ke^2 den Wert: $\frac{Je}{Fe} = \frac{\text{Trägheitsmoment der Eiseneinlage auf deren Schwerpunkt bezogen}}{\text{Eisenquerschnitt}}$

k_1^2 „ „ $\frac{Je_1}{Ue} = \frac{\text{Trägheitsmoment der Umfangslinie des Eisenquerschnittes auf dessen Schwerpunkt bezogen}}{\text{Umfang des Eisenquerschnittes}}$

Diese gleichmäßige Verteilung der Haftfestigkeit wird praktisch um so weniger zu erreichen sein, je verwickelter die Querschnitte der Eiseneinlagen sind; im besonderen werden sich hier I-, [- und +-Formen, überhaupt Profile mit einspringenden Ecken, um so ungünstiger zeigen, je schwieriger die Ausfüllung der Querschnittsecken mit Beton ist, je weniger demgemäß der ganze Umfang des Eisens zur Haftwirkung gelangt.

Vorausgesetzt wird bei der gleichmäßigen Verteilung der Haftfestigkeit eine konstante Querkraft, die allerdings nur selten vorhanden sein dürfte. Da aber auch

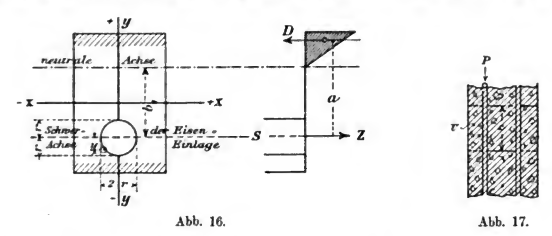


Abb. 16. Abb. 17.

hier vielfach — die am Auflager wirkende — absolut größte Querkraft in Rechnung gezogen wird, so wird der begangene nicht sehr erhebliche Fehler praktisch von keiner Bedeutung sein und nur eine Erhöhung der Sicherheit im Gefolge haben.

Liegt eine Beanspruchung auf Normalfestigkeit vor — handelt es sich also z. B. um die Berechnung der Haftfestigkeit der Eiseneinlagen in Betonpfeilern, Säulen und dergleichen, so ergibt sich die Haftspannung einer Eiseneinlage auf einer bestimmten Strecke = c aus der Beziehung — siehe Abb. 17 —:

$$c \,.\, U \,.\, \tau_h \geqq P; \quad \tau_h = \frac{P}{c \,.\, U}.$$

Bei einem Kreisquerschnitte mit dem Halbmesser = r ergibt sich: $J_e = \frac{\pi r^4}{4}$; $F_e = \pi r^2$; $J_{e_1} = \pi r^3$; $U_e = 2r\pi$; mithin ist: $k_e^2 = \frac{\frac{\pi r^4}{4}}{\pi r^2} = \frac{r^2}{4}$; $k_1^2 = \frac{\pi r^3}{2r\pi} = \frac{r^2}{2}$.

$$\tau_h = \frac{Q}{a \,.\, 2r\pi}\left\{\frac{y}{b_1}\cdot\left(\frac{\frac{r^2}{4}}{\frac{r^2}{2}}\right)+1\right\} = \frac{Q}{a \,.\, 2r\pi}\left(\frac{y}{2b_1}+1\right).$$

$\tau_{h\,max}$ tritt am unteren; $\tau_{h\,min}$ am oberen Rande ein und zwar für die Werte $y = \pm r$. Die mittlere Spannnng ergibt sich in dem seitlichen Randpunkt der Einlagen für $y = 0$.

$$\tau_{h\,max} = \frac{Q}{a \,.\, 2r\pi}\left(1 + \frac{r}{2b_1}\right)$$

$$\tau_{h\,min} = \frac{Q}{a \,.\, 2r\pi}\left(1 - \frac{r}{2b_1}\right)$$

$$\tau_{h\,mittel} = \frac{Q}{a2r\pi}.$$

Da nun die Größe von r im Vergleiche zu $2b_1$ sehr erheblich klein ist, so kann der zweite Summand in der Klammer, ohne einen nennenswerten Fehler zu machen, vernachlässigt, die Rechnung also mit $\tau_{h\,mittel}$ durchgeführt und demgemäß eine gleichmäßige Verteilung der Haftspannung über den Querschnittsumfang vorausgesetzt werden. Zu der Abb. 16 sei noch bemerkt, daß in ihr, der Deutlichkeit halber, die Eisenanlage in erheblich vergrößertem Maßstabe gezeichnet ist.

Mit dieser Gleichung auch bei auf Biegung beanspruchten Konstruktionen zu rechnen, schlägt E. Probst im Forscherheft VI vor[1]), indem er sich dahin ausspricht, daß es keine eigentliche Haftfestigkeit gibt, bedingt durch das Auftreten der Schubkräfte infolge von Querkräften; es wird also die Haftfestigkeit nicht als statische Grösse aufgefaßt, sondern das Festsitzen des Eisens in dem dieses umgebenden Beton nur durch ein mechanisches Festklemmen beim Abbinden des Zementbetons erklärt. Hierbei ist aber zu berücksichtigen, daß auch in der obigen Gleichung τ_h in erster Linie von der im Eisen wirkenden Achsenkraft abhängig ist $= P$ bezw. bei gebogenen Querschnitten $= Z$, und somit eine Funktion der wichtigsten statischen Größe ist; da nun wiederum Z bei einem auf Biegung beanspruchten Balken unmittelbar abhängig ist von der Querkraft — entsprechend der Momentenbeziehung: $Z . a = Q . c$, so folgt auch aus der Gleichung: $\tau_h = \frac{P}{c . U} = \frac{Z}{c . U} = \frac{Q . c}{c . a . U} = \frac{Q}{a . U}$, also die früher aufgestellte Beziehung; es dürfte mithin der bisher üblichen Auffassung von der Art der Haftung die Berechtigung nicht abzusprechen sein.

Im nachstehenden möge eine einfache Beziehung zwischen der Größe der Haftspannung und dem Durchmesser des Rundeisens ermittelt werden[2]); hierbei sei vorausgesetzt, daß der Prozentgehalt des Gesamtquerschnittes an Eisen sich innerhalb einer solchen Grenze bewegt, daß der Bruch vom Eisen abhängig wird, also bis etwa 1% beträgt, ein Fall, der auch in der Praxis in den meisten Fällen vorzuliegen pflegt.

Abb. 18.

Es sei — vergl. Abb. 18 —:

a) $M = F_e . \sigma_e . a . =$ dem Biegungsmomente.

b) $Q = U . a . \tau_h =$ der Querkraft.

c) $F_e = \frac{n \pi d^2}{4} =$ der Eiseneinlage, bezogen auf eine Einheitsbreite.

d) $U = n \pi d =$ dem Umfang der in c berücksichtigten Einlage.

Handelt es sich um einen l_{cm} frei aufliegenden, durch $P = p . l$ gleichmäßig belasteten Balken oder eine gleichartig gestützte und beanspruchte Platte, so wird:

e) $M = \frac{Pl}{8} = n \frac{d^2 \pi}{4} a \sigma_e$.

---

[1]) Vergl. Das Zusammenwirken von Beton und Eisen von E. Probst, Forscherheft VI. Berlin 1906, Ernst & Sohn. Aus seinen Versuchen folgert der Verfasser, daß die zwischen Beton und Eisen bestehende mechanische Verbindung bei Überwindung der Zugfestigkeit des Betons, also beim ersten Auftreten der Risse gelockert werde, eine Ansicht, die von anderen Autoren nicht geteilt und auch durch die vorstehend erwähnten Versuchsreihen nicht gestützt wird. Daß ein Bruch des Balkens alsdann noch nicht eintritt, wird — nach Meinung von Probst — dadurch bedingt, daß die Haftung auf der Strecke noch vorhanden ist, auf welcher die Zugfestigkeit des Betons noch nicht überwunden wurde. „Die Armierung wirkt in der Rißstelle als Anker und diese Wirkung wird so lange andauern, bis die Zugkraft des Eisens groß genug ist, das Eisen heraus zu ziehen; fast alle Versuche zeigen, daß mit dem Aufhören der Haftung des Eisens am Beton der Bruch eintrat.“ In erster Linie wäre demgemäß, um die Haftfestigkeit zu sichern, eine hohe Zugfestigkeit des Betons anzustreben. Die durchgeführten Versuche liefern in der geringen Haftung der Eisen und dem Eintritt des Bruches durch Überwindung der Haftfestigkeit nur allgemein einen Beweis für die Notwendigkeit der von v. Emperger verlangten Art des Verbundes, d. h. der Anordnung schräger Einlagen und festanliegender — zweckmäßig schräger — Bügel. Bei den Probstschen Versuchen zeigten die Eiseneinlagen weder Haken, noch Abbiegungen, noch Bügelarmierung. Die v. Empergerschen Thesen finden auch durch einen Sonderversuch (Nr. 16) von Probst ihre Bestätigung, indem durch eine Verankerung des Untergurteisens mit dem Betonobergurte eine bedeutende Erhöhung der Bruchlast herbeigeführt und die Bewegung des Eisens im Beton verhindert wurde.

[2]) Vergl. B. u. E. 1905, Heft 11, S. 42, eine Abhandlung des Ing. R. Thumb.

f) $Q = \frac{P}{2} = n \pi d a \tau_h$.

Durch Division der Gleichungen e und f ergibt sich in dem behandelten Sonderfalle:

g) $l = d \frac{\sigma_e}{\tau_h}$.

Nimmt man für σ_e im Bruchstadium rund 4000 kg/qcm an, so folgt:

h) $\tau_h = \frac{d}{l} 4000$; in dieser Gleichung sind d und l in derselben Einheit einzuführen. Drückt man d in mm aus, l in m — wie dies vielfach üblich, so lautet die obige Beziehung:

I. h′) $\tau_h = 4 \frac{d_{mm}}{l_m}$ für die Bruchlast und bei vierfacher Sicherheit für die Anwendung in der Praxis:
h″) $\tau_h = \frac{d_{mm}}{l_m}$

eine sehr einfache Beziehung, welche die Größe der Haftfestigkeit für **eine gleichmäßig verteilte Nutzlast** bei einem freiaufliegenden Träger darstellt. Handelt es sich um die Ermittelung einer konzentrierten Mittellast bezw. einer verschieblichen Einzellast, so ergeben sich die Gleichungen:

II. i′) $\tau_h = \frac{2 d_{mm}}{l_m}$ für die Bruchlast.
i″) $\tau_h = {}^1/_2 \frac{d_{mm}}{l_m}$ bei vierfacher Sicherheit

bezw.

III. k′) $\tau_h = \frac{4 d_{mm}}{l_m}$ für die Bruchlast.
k″) $\tau_h = \frac{d_{mm}}{l_m}$ bei vierfacher Sicherheit;

im letzteren Falle erscheinen, also dieselben Beziehungen wie bei h′ und h″.

Ist die Platte eingespannt, so lauten die Hauptgleichungen, wenn man das Moment und die Querkraft für eine gleichmäßig verteilte Last nahe der Einspannungsstelle berücksichtigt:

l) $M = \frac{P \cdot l}{12} = n \frac{d^2}{4} \pi a \sigma_e$.

m) $Q = \frac{P}{2} = n \pi d a \tau_h$

und somit ergibt sich durch Division:

IV. n) $l = 1{,}5 \cdot \frac{\sigma_e}{\tau_h}$
o′) $\tau_h = 6 \frac{d_{mm}}{l_m}$ bei der Bruchlast;
o″) $\tau_h = 1{,}5 \frac{d_{mm}}{l_m}$ bei vierfacher Sicherheit.

Ist P eine in Balkenmitte konzentrierte Einzellast, so sind die Gleichungen denen unter h′ und h″ entsprechend.

In ihrer Umkehrung gestatten diese Beziehungen zugleich eine Bestimmung des Durchmessers d bei einem der Rechnung zugrunde gelegten Werte von τ_h.

Beispiel. Wird bei einem 4,0 m weitgespannten, frei aufruhenden Träger das Höchstmaß von Haftfestigkeit, hervorgerufen durch die Nutzlast, zu 5 kg/qcm festgesetzt, so ergibt sich bei Belastungsfall I und III: $d_{mm} = \tau_h \, l_m = 5 \cdot 4 = 20$ mm bei II, $d = 2 \, \tau_h \, l_m = 2 \cdot 5 \cdot 4 = 40$ mm als der Größtwert des zur Verwendung geeigneten Rundeisens. Würde man in Fall I einen Ø von 30 mm wählen, so würde der Wert von $\tau_h = \frac{d_{mm}}{l_m} = \frac{30}{4} = 7{,}5$ kg/qcm den gestatteten Wert erheblich überschreiten.

Wie aus den auf S. 71 erwähnten v. Empergerschen Versuchsreihen hervorgeht, kann der Balken — wenn die Haftfestigkeit des geraden, glatten Rundeisens nicht hoch genug ist, zerstört werden, ehe seine Belastung die Bruchgrenze des Eisens herbeigeführt hat. Führt man — nach den v. Bachschen Versuchen — für τ_h als Mittelwert der Haftfestigkeit bei glatten Rundeisen die Spannung von 20 kg/qcm ein, so ergibt sich aus der Beziehung:

$$\tau_h = 4 \frac{d_{mm}}{l_m}; \quad 20 = 4 \frac{d_{mm}}{l_m}; \quad d_{mm} = 5 \cdot l_m.$$

Dieser Grenzwert liefert den größten, überhaupt zulässigen Rundeisendurchmesser, für den Fall, daß das Rundeisen durch keinerlei besondere Vorkehrungen im Beton festgelegt oder verankert ist. —

Schließlich möge noch die Frage erörtert werden, wie nahe eine Einlage an die Konstruktionsaußenkante oder Außenfläche gelegt werden kann, ohne daß die Gefahr des Ausreißens vorliegt[1]).

Eine Trennung des Eisens aus dem umgebenden Beton tritt — wie schon am Beginne dieses Abschnittes hervorgehoben wurde — durchaus nicht immer an der Umfangsfläche der Einlage ein; vielmehr wird die Gefahr des Herausreißens — Herausscherens — allgemein in den Flächen vorhanden sein, welche der Beanspruchung auf Haft- oder Scherfestigkeit den kleinsten Widerstand entgegensetzen. Das Herausreißen von I-, ⊏-, ⊥-, L- und + -Profile wird z. B. nicht immer am Umfange der Eisen vor sich gehen, vielmehr werden hier die Ablösungsebenen — vergl. die Abb. 19a—e — der kleinsten, umschriebenen Rechtecks- oder Dreiecksfigur entsprechen. Alsdann kommt nicht nur die Haftfestigkeit sondern in Verbindung mit ihr die Betonscherfestigkeit — gegebenenfalls diese auch allein (Abb. 19e) — in Frage. Die Untersuchung dieser Verhältnisse erscheint von besonderer Wichtigkeit in der Nähe der Außenflächen des Betonkörpers; der Sicherheit halber sei hierbei angenommen, daß die Scherfestigkeit gleich der Haftfestigkeit ist.

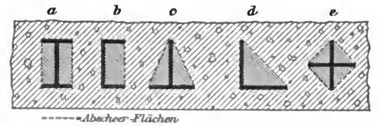


Abb. 19.

Bei einem ⊏-Eisen — Abb. 20 — kommen für die Lösung aus dem Beton vier Rechtecksseiten in Frage und zwar $2b + 2h$, jedoch nur alsdann, wenn die Abstände

[1]) Vergl. hierzu u. a.: M. Koenen: Über die gefährlichen Abscherflächen im Beton eingebetteter Eisenstäbe in B. u. E. 1905, VI, S. 148.

von den Außenflächen „c“ bezw. „a“ $\geqq \frac{h}{2}$ bezw. $\geqq \frac{b}{2}$ sind[1]); ist dieses nicht der Fall, so findet ein Abscheren nach den punktierten Graden „c“ statt; soll letzteres also ausgeschlossen bleiben, so müssen die Randabstände a und c demgemäß gewählt werden. —

In ähnlicher Weise ergibt sich bei Anordnung einer Flacheiseneinlage — vergl. Abb. 21 — $a > \frac{b}{2}$; $c > \frac{h}{2}$, sowie beim Rundeisen vom Durchmesser $= d$ — s. Abb. 22. —

$$a = c \geqq d\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) \geqq 0{,}38\,d\ ^{2)}.$$

D e r d o p p e l t e A b s t a n d $= 2a = 2c \geqq 0{,}76\,d$ würde alsdann auch den Grenzwert für den gegenseitigen lichten Abstand mehrerer, neben oder übereinander liegender Rundeisen darstellen.

Die oben angegebenen Grenzwerte verdienen um so mehr eine Berücksichtigung, als bei der Ausführung der Eisenbetonbauten — durch die Stampfarbeit im be-

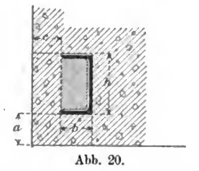


Abb. 20.

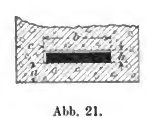


Abb. 21.

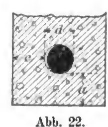


Abb. 22.

sonderen — die Stäbe leicht nach unten gedrängt oder seitlich verschoben werden können. Es empfiehlt sich deshalb auch hier eine Sicherheitszahl einzuführen und demgemäß bei einem als hierfür ausreichend anzusehenen Werte von 2 bezw. 1,5 (letzterer für den gegenseitigen Abstand der Einlagen, ersterer bei Randentfernungen) die lichten Abstände in der Praxis folgendermaßen zu begrenzen:

1. Beim Rechtecks- oder aus einem solchen abzuleitenden Querschnitte:

$$a \geqq b;\; c \geqq h \text{ als Randabstand}$$

sowie für eine gegenseitige Entfernung und zwar in der wagerechten Ebene $\lambda_{,} \geqq 1{,}5\,h$; und in der senkrechten Ebene $\lambda_{,,} \geqq 1{,}5\,b$.

---

[1]) Es folgt dies aus der Überlegung, daß bei einem Lösen nach den wagerechten Fugen c die Umfangssumme $= 2c + 2b + h$ ist; soll ein Abtrennen nach c nicht erfolgen, sondern das schraffierte Rechteck — also zum Teil die Haftung — maßgebend sein, so lautet demgemäß die Bestimmungsgleichung hierfür:

$$2c + 2b + h \geqq 2h + 2b;\ \text{hieraus folgt: } 2c \geqq h;\ c \geqq \frac{h}{2}.$$

Ebenso ergibt sich bezüglich der senkrechten Fugen:

$$2a + 2h + b > 2h + 2b; \qquad a \geqq \frac{b}{2}.$$

[2]) Hier lautet die Bedingungsgleichung, daß kein Ausreißen in der Richtung a bezw. c eintritt.

$$2\left(c + \frac{d}{2}\right) + \frac{d\pi}{2} = 2\left(a + \frac{d}{2}\right) + \frac{d\pi}{2} \geqq d\pi.$$

$$\text{Also: } c = a \geqq d\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) \geqq 0{,}38\ d.$$

Ist z. B. $d = 26$ mm, so wird $c = a \geqq 0{,}38 \,.\, 26 \geqq 9{,}88 \text{ mm} \geqq 10$ mm.

Jn der Praxis wird dies Maß in der Regel größer gemacht. Von E. Probst wird (in Forscherheft VI) eine Grenze für $a = c = d$ empfohlen; vergl. hierzu auch die weiteren Ausführungen des Textes.

2. Beim Rundeisen:
$a = c =$ Randabstand; $\geqq 0{,}76\,d \geqq$ rund $^3/_4\,d$; $\lambda =$ gegenseitiger Lichtabstand der Einlagen $= 1{,}5 \,.\, 0{,}76 =$ rund $1{,}15\,d$.

Alsdann kann man auch versichert sein, daß zwischen den einzelnen Eiseneinlagen eine ausreichende Betonmenge verbleibt, um die auftretenden Kräfte auch im Beton einwandsfrei fortzuleiten.

---

§ 8.

Die Anfangs- und Temperaturspannungen in Eisenbetonkonstruktionen.

Die Eisenbetonkörper stellen im unbelasteten Zustande nicht spannungslose Körper im Sinne der Mechanik dar, sondern zeigen — vollkommen abgesehen von den Einwirkungen des Eigengewichtes sowie der Temperatur — aus der Art der Abbindung und der diese begleitenden Umstände hervorgegangene Anfangsspannungen. Diese Erscheinung ist in den folgenden Materialeigenschaften des Betons begründet[1]).

Bindet derselbe an der Luft ab, so zeigt er das Bestreben, sich zusammenzuziehen, und zwar in einem um so höheren Grade, je fetter die Mischung ist. Die Größe dieser Längenveränderung beträgt nach Considère zwischen 1,5 und 2 mm für je 1 m bei reinem Zement, liegt bei einer Mischung von 1 : 3 zwischen den Werten 0,3 bis 0,5 mm auf je 1 m nnd nimmt — wenn auch wenig erheblich — im Laufe der Zeit zu.

Erhärtet der Beton unter Wasser, so tritt das umgekehrte ein: er dehnt sich aus, und zwar wiederum umso mehr, je fetter er ist. Man kann mit Considère — und zwar auf Grund größerer Versuchsreihen an der École des ponts et chaussées — annehmen, daß die Dehnung bei einer Mischung 1 : 3 am Schlusse des ersten Monates etwa 0,2, nach einem Jahre 0,3, nach zwei bis drei Jahren 0,5 – 0,7 mm für je 1 m beträgt, also den vorgenannten Zusammenziehungswerten durchaus entspricht. Im gleichen Sinne gibt Schumann die Verlängerung nach einem Jahr bei einem Mörtel 1 : 3 zu rund 0,33 mm, bei reinem Portlandzemente zu 1,46 mm i. M. an. Ein Unterschied der Formänderung durch Zusammenziehung oder Dehnung besteht jedoch in der Schnelligkeit des Eintrittes der Deformation; hier zeigen Arbeiten von Considère[2]), daß die Geschwindigkeit der Schwindung unter gleichen Versuchsverhältnissen erheblich größer als die der Verlängerung ist, erstere also schneller vor sich geht.

Ist der Körper aus Beton ohne Eiseneinlagen hergestellt und so gelagert, daß die auftretenden Formänderungen widerstandslos vor sich gehen können, so werden auch keine inneren — Anfangsspannungen auftreten; der Körper zieht sich alsdann zusammen oder dehnt sich entsprechend den durch chemische und physikalische Vorgänge bedingten

[1]) Vergl. u. a. K. Haberkalt: Die Anfangsspannungen in „Betoneisenträgern" B. u. E. 1903, Heft II, S. 111, sowie die Ausführungen in den Werken: Der Portlandzement und seine Anwendung im Bauwesen, 3. Auflage. Berlin 1905, Verlag d. Deutschen Bauzeitung (bearbeitet von H. Boost), S. 213 u 214, ferner: Die Festigkeit veränderlich elastischer Konstruktionen, im besonderen bei Eisenbetonbauten von Dr. Saliger. Leipzig. 1904, Baumgärtner, schließlich Forscherheft VII. Die Monolität der Betonbauten von N. A. Shitkewitsch.

[2]) Considère fand die folgenden Zahlenwerte, welche einerseits eine Vergleichung zwischen dem Verhalten des unarmierten Betons, andererseits des Betons, mit Einlage in bezug auf Schwindung und Verlängerung gestatten:



Molekularkräften. Anders liegen die Verhältnisse, wenn der Beton gehindert wird, seine Formänderung auszuführen. Derartige Hindernisse bilden die Eiseneinlagen, welche infolge ihrer festen Haftung im Beton die Deformation — wenigstens zum Teil — ausschließen, hierbei aber selbst — wegen ihrer hohen Elastizität in Mitleidenschaft gezogen, also in Spannung versetzt werden.

Bei Abbindung an der Luft werden demgemäß, da der Beton vom Eisen an der Zusammenziehung gehindert wird, im Beton Zugspannungen, im Eisen, welches der Betonbewegung zum Teil folgt, Druckspannungen hervorgerufen werden. Das entgegengesetzte wird bei Abbindung unter Wasser eintreten; hier hindert das Eisen infolge seines Anhaftens die Dehnung; es werden mithin im Beton Druck, in dem der Dehnung etwas folgenden Eisen Zugspannungen auftreten. Die beiden Vorgänge sind schematisch in den Abb. 23a und b dargestellt, und zwar zeigt in Abb. 23a AB die Begrenzungsfläche des an der Luft erhärtenden Betons, CD die Lage, in welche AB übergehen würde, wenn keine Eiseneinlage sie hieran hinderte und EF die schließliche Endlage. Gleichartig sind die Bedeutungen der Geraden A′ B′, C′ D′ und E′ F′ in Abbildung 23b bei Erhärtung unter Wasser.

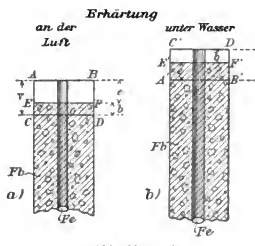


Abb. 23a u. b.

Da ausschließlich durch die besprochenen Vorgänge Längskräfte in den Querschnitten entstehen, so wird der Eintritt eines Gleichgewichtszustandes in der Ausgleichung dieser Kräfte bestehen; d. h., es wird bei Abbindung des Betons an der Luft die infolge der Verkürzung des Eisens in diesem sich bildende Druckkraft gleich der im Beton hervorgerufenen Zugkraft sein, und ebenso bei Erhärtung unter Wasser die Zugkraft im Eisen sich ebenso hoch stellen, wie die Druckkraft im Betonquerschnitte.

Im ersten Falle ergibt sich demgemäß im Hinblicke auf die Abb. 23a und unter der Annahme, daß der Eisenquerschnitt F_e, der Betonquerschnitt F_b, die auftretenden Spannungen σ_{bz} bezw. σ_{ed} endlich die betreffenden Längskräfte P_e und P_b sind, und l die in Frage gezogene Stablänge bezeichnet:

---

a) Schwindung bei Erhärtung an der Luft.

Zement-Mörtel	Schwindung nach							
	1	4	7	14	28	42	63	Tagen
1:3 ohne Einlagen	22	21	29	38	44	47	50	in $^1/_{100}$ Teilen eines mm
desgl. mit Eiseneinlagen	4	8	9	9	10	10	10	für 1 m Länge

b) Verlängerung bei Erhärtung unter Wasser.

Zement-Mörtel	Verlängerung nach							
	1	4	7	14	28	42	63	Tagen
1:3 ohne Einlagen	3	15	19	20	24	27	28	in $^1/_{100}$ Teilen eines mm
desgl. mit Eiseneinlagen	2	3	4	4	4	5	6	für 1 m Länge

a) $P_e = F_e \sigma_{ed}$;
b) $P_b = (F_b - F_e) \sigma_{bz}$.
c) $P_e = P_b = F_e \sigma_{ed} = (F_b - F_e) \sigma_{bz}$.

Ferner folgt aus Abb. 23a $e + b = v$ und nach dem Elastizitätsgesetz:

d) $e = \frac{l}{E_e} \cdot \sigma_{ed}$; $\sigma_{ed} = \frac{e}{l} E_e = \alpha E_e$.

e) $b = \frac{l}{E_{bz}} \sigma_{bz}$;

f) $v = \frac{l}{E_{bD}} \sigma_{bd}$.

Hierin bedeuten — wie mehrfach schon erwähnt — E_e die Elastizitätszahl des Eisen, E_{bz} bezw. E_{bD} dieselben Größen in bezug auf Beton und für Zug- und Druckbeanspruchung; ferner: α die spezifische Längenänderung $\left(= \frac{\Delta l}{l}\right)$; überhaupt bezieht sich der Index „D" bezw. „d" auf eine Druck-, „z" auf eine Zugwirkung. Da ferner bei Annahme ebenbleibender Querschnitte die Gleichung gilt:

$\sigma_{bz} : \sigma_{bd} = - b : v$, so folgt weiter:

g) $\sigma_{bz} = - \frac{\sigma_{bd} b}{v}$, während aus c) und d) der Wert von σ_{bz}

$$\sigma_{bz} = \frac{F_e \sigma_{bd}}{F_b - F_e} = \frac{F_e}{F_b - F_e} \cdot \alpha E_e$$

abzuleiten ist.

In gleicher Weise wäre auch die Spannung im Beton bei Erhärtung unter Wasser zu bestimmen; sie ergibt sich auch dort als eine Funktion der Querschnittsverhältnisse und der zu beobachtenden Formänderung (Gesamtverlängerung) des Stabes = e.

Beispiel[1]). Bei einem Balken quadratischen Querschnittes mit einer Seite von 10 cm aus Beton vom Mischungsverhältnisse 1 : 2 : 4 (d. i. 225 kg Zement auf 1 cbm Sand und Schotter) betrug die Eiseneinlage Fe = 1,13 qcm, und die spezifische Verkürzung beim Abbinden an der Luft: $\alpha = 0{,}00021$ d. i. 0,21 mm für 1 m. Bei einer Elastizitätszahl des verwendeten Eisens von $E_e = 2\,200000$ kg/qcm ist mithin die im Eisen auftretende Druckspannung: $\sigma_e = \alpha E_e = 0{,}00021 \cdot 2\,200\,000 = 462$ kg/qcm und die Zugspannung in der Betonfaser:

$$\sigma_{bz} = \frac{F_e}{F_b - F_e} \cdot \alpha E_e = \frac{1{,}13}{100 - 1{,}13} \cdot 462 = 5{,}27 \text{ kg/qcm.}$$

Schon dieses Beispiel läßt erkennen, wie erheblich oft die auftretenden Anfangsspannungen sind; ihre Werte können zudem vielfach noch eine bedeutende Steigerung erfahren[2]), im besonderen bei fetten Mischungen.

Diesen Anfangsspannungen kann man konstruktiv dadurch — zum Teil wenigstens — begegnen, daß man bei Erhärtung des Betons an der Luft einerseits magere Mischungen des Betons, sowie einen nur wenig Hohlräume zeigenden Sand verwendet, andererseits für eine genügende Feuchthaltung der Konstruktion Sorge trägt. Wenn hierbei auch der Beton sich ein wenig dehnt, so zieht er sich doch später

[1]) Vergl. B. u. E. 1905, Heft II, S. 111.

[2]) So gibt z. B. Boost in dem Werke „Der Portlandzement und seine Anwendung im Bauwesen" III. Aufl. auf S. 214 an, daß bei Wassererhärtung in einem Prisma von 60 . 25 mm Querschnitt aus reinem Zement, in der Achse durch ein 10,2 mm starkes Rundeisen verstärkt, nach einer Abbindungszeit von 6 Monaten innere Spannungen entstanden, die einem Druck von 60 kg/qcm im Beton und einem Zug von 1200 kg/qcm im Eisen entsprachen. Hierbei war die Spannung im Eisen gewissermaßen unmittelbar gemessen worden, insofern als man die Verkürzung des Eisenstabes maß, welche in dem Augenblick eintrat, als man den umhüllenden Beton beseitigte ($\sigma_e = \alpha E_e$).

an der Luft wieder etwas zusammen und gelangt somit schließlich annähernd in einen Spannungs-Nullzustand; jedenfalls halten sich bei Beobachtung der erwähnten Vorsichtsmaßregeln — aber auch nur alsdann — die Bewegungen der Querschnitte gegeneinander in so engen Grenzen, daß die Formänderungen in der Praxis nicht besonders berücksichtigt zu werden brauchen.

In sehr vielen Fällen ist das Auftreten von Rissen im Beton innerhalb seiner Abbindezeit auf die Wirkung der vorstehend charakterisierten Anfangsspannungen zurückzuführen. Da bei Eisenbetonbauten fast ausschließlich eine Erhärtung an der Luft in Frage kommt, hierbei aber — wie vorstehend erwähnt — ohne Anwendung besonderer Vorsichtsmaßregeln, Zugspannungen in der Betonfaser entstehen, so muß eine Biegungsbelastung der Konstruktion auf eine Vergrößerung der Anfangsspannungen in der Zugzone hinwirken und somit die Gefahr der Rissebildung vermehren. Hier sind also ganz besonders Gegenmaßregeln am Platze.

Die Gefahr der Rissebildung in Verbindung mit Anfangsspannungen wird nicht unerheblich, wenn die Eisenbetonplatte sich seitlich gegen Träger stützt[1]). Sucht sich hierbei die an der Luft abbindende Platte — in der Richtung der Träger — zusammenzuziehen, so wird sie (neben der Einwirkung der Einlagen) durch die Haftung an den Trägerflächen an einer Bewegung gehindert. Hierbei erleiden die Träger eine Zusammendrückung in ihrer Längsachse und übertragen Randscherkräfte an die Platte, die in dieser wiederum Zugspannungen hervorrufen. Diese Spannungen werden an den Trägerenden einen Nullwert zeigen und in der Trägermitte ihren Größtwert erreichen.

Wird die größte, von jedem der beiden Träger ausgeübte Kraft am Plattenrande für je 1 m Länge mit S bezeichnet, so ist bei einer Plattenlänge von l die größte von den beiden, die Platte begrenzenden Trägern in ihrer Mitte ausgeübte Kraft $2 . S \frac{l}{2} = S . l$; mithin lautet, wenn σ_{max} die Größtbeanspruchung der — eine Breite = b, und eine Stärke = δ zeigenden — Platte ist, die Gleichgewichtsbedingung zwischen den äußeren und inneren Kräften:

$$\text{a)}\quad S . l = b . d . \sigma_{max},$$

$$\text{b)}\quad \sigma_{max} = \frac{S . l}{b . d}.$$

Da nun S ohne Frage proportional dem Widerstande des Trägers gegen ein Zusammenpressen ist, so kann $S = K . F$ = Konst. $\times$ Trägerquerschnitt gesetzt werden; hieraus folgt: c) $\sigma_{max} = K . \frac{F . l}{b . d}$. Es wächst also die Zugspannung, d. h. die Neigung zur Bildung von Rissen quer zu den Trägern mit zunehmender Feldlänge, sie nimmt aber ab mit wachsender Feldbreite und zunehmender Plattenstärke. Ist $l \geqq b$, so folgt aus a) a') $S \leqq \sigma_{max} . d$.

Da nun S zugleich auch Scherspannungen von der Größe $\tau . d$ hervorruft, so folgt weiter:

d) $S . l = \tau . d . l$ oder in Verbindung mit a') $\tau . d \leqq d . \sigma_{max}$; e) $\tau \leqq \sigma_{max}$.

Es ist mithin bei Plattenlängen, welche größer sind als die Breite der Platte, die entstehende Scherspannung stets < als die größte Zugspannung σ_{max}. Da nun weiter die Scherfestigkeit größer als die Zugfestigkeit ist, so wird mithin das Abscheren der

---

[1]) Vergl. über Risse bei Betonplatten von M. Koenen. B. u. E. 1902, Heft V, S. 28.

Platte an den Trägern oder das Eintreten von Längsrissen bei einem Verhältnisse $l \gtreqless b$ nicht zu befürchten stehen.

Um die Konstante „K" zu bestimmen, sei mit α die spezifische Längenänderung der Betonplatte, mit Δ die Zusammenpressung der Längeneinheit des Trägers und mit $\frac{\lambda}{2}$ die an jedem Ende der Platten sich ergebende, bleibende Dehnung bezeichnet; alsdann:

$$\text{f)}\ \frac{\lambda}{2} = \alpha \frac{l}{2} - \Delta \frac{l}{2}; \qquad \text{g)}\ \lambda = \alpha l - \Delta l.$$

An beliebiger Stelle „x" vom Trägerende ab gerechnet, wirkt auf den Trägerquerschnitt die Druckkraft S . x ein; das Trägerstück von der Länge dx erleidet durch diesen Druck eine Verkürzung von $\Delta . dx = \frac{S . x . dx}{E . F}$, woraus die Gesamtformänderung von $\frac{l}{2}$ folgt:

$$\int_0^{\frac{l}{2}} \Delta\, dx = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{S . x . dx}{E\, F}$$

und mithin:

$$\text{h)}\ \Delta l = \frac{S . l^2}{4 . E . F}.$$

Demgemäß folgt aus Gleichung g) und a)

$$\text{i)}\ \lambda = \alpha . l - \frac{S . l^2}{4\, E . F} = l \left(\alpha - \frac{b . d . \sigma_{max}}{4 . E . F}\right)$$

Es bleibt also λ um so kleiner, je kleiner l ist. Der Klammerfaktor gibt einen weiteren Anhalt für das Auftreten von Rissen an, indem $\lambda \leqq o$ wird, wenn

$$\text{k)}\ \alpha \leqq \frac{b . d . \sigma_{max}}{4 . E . F} \text{ ist.}$$

Beispiel. Für die Träger sei ein I Normal-Profil Nr. 36, mit F = 100 qcm, gewählt. Die Platten zeigen b = 4,00 m, d = 10 cm; σ_{max} bei einer Mischung 1 : 6 sei = 20 kg/qcm, E_{bz} = 80000 kg/qcm. aus Gleichung k) folgt:

$$\alpha \leqq \frac{400 . 10 . 20}{4 . 80000 . 100} \leqq \frac{1}{4000}.$$

Alsdann sind keinerlei Risse durch die Haftung und Steifigkeit der Träger zu befürchten. Meist ist der Wert für α erheblich größer; so ist durch Versuche der Portland Zementfabrik „Stern" α bei einer Mischung von 1 : 3 zu i. M. $\frac{1}{1200}$, bei 1 : 6 zu etwa $\frac{1}{2000}$ bestimmt worden, während Considère[1]) bei 1 : 4 vor Beginn des Zerreißens einen Wert von etwa 0,266 mm für 1 m also rund $\frac{1}{4000}$ l fand.

Da mithin — wie aus den vorstehenden Ausführungen zu entnehmen ist — durch die Einwirkung der seitlichen Träger die Eisenbetonplatte in gleichem Sinne durch Anfangsspannungen beansprucht wird, wie bei der Abbindung an der Luft, beide Einwirkungen aber in der Praxis des Eisenbetonbaues nicht selten zusammenfallen, so wird hier die Innehaltung der auf Seite 81 besprochenen Vorsichtsmaßregeln von ganz be-

[1]) Vergl. Génie civil 1898/99. I. Nr. 14/17. Z. d. B. 1900 Nr. 14, sowie (neuere Considèresche Versuche über diesen Gegenstand), die Mitt. der französischen Akademie der Wissenschaften 1898/1902; in den letzteren Arbeiten wird die Formänderung bei Erhärtung an der Luft, ehe eine Rißbildung eintrat, zu rund $\frac{1}{2000}$ bis $\frac{1}{830}$ angegeben.

sonderer Bedeutung sein. Als Mittel, das Auftreten der Risse zu verhindern, kommt hier noch eine Teilung der Plattenlänge derart durch Fugen in Frage, daß die einzelne Länge > als die Plattenbreite wird.

Auch **Temperatureinflüsse** können das Auftreten von Anfangsspannungen bedingen oder zur Vergrößerung dieser beitragen. Der lineare Ausdehnungskoeffizient des Portland-Zementes und des mit diesem hergestellten Mörtels und Betons ist durch eine nicht unbeträchtliche Anzahl von Untersuchungen als in ziemlich engen Grenzen liegend bestimmt. Sie alle bestätigen zunächst die Anwendbarkeit des allgemeinen physikalischen Gesetzes auf Zement-Mörtel und Beton, daß die Wärme die Körper ausdehnt, die Kälte sie zusammenzieht. Die lineare Ausdehnungszahl für Portland-Zement-Beton selbst ist durch Versuche von Meier zu etwa 0,0000122 bis 0,0000145, von Adie zu 0,0000143, von Bouniceau[1]) zu 0,0000137, von Hyatt zu 0,0000140, im Mittel also zu rund 0,0000137 für eine Temperaturänderung von 1° C bestimmt worden. Für einen Mörtel von 1:2 fand Bouniceau den entsprechenden Wert von: 0,0000118, während Wm. D. Pence aus einer größeren Anzahl von Versuchsreihen bei einem Beton von 1 Zement + 2 Sand + 4 Kalkschotter die Größe 0,0000098 i. M. bestimmte[2]).

Es liegt auf der Hand, daß gerade für Beton diese Zahl erheblichen Schwankungen je nach seiner Dichtigkeit und den zu ihr verwendeten Rohmaterialien unterliegen wird. Jedenfalls zeigen die obigen Werte, daß einerseits eine Verminderung des Ausdehnungskoeffizienten mit Zunahme von Sand und Schotter gegenüber reinem Zemente zu erwarten ist, und daß andererseits im Vergleich mit dem Ausdehnungskoeffizienten des Eisens keine sehr erheblichen Unterschiede vorhanden sind. Berücksichtigt man hier im besonderen den Wert für das am meisten verwendete Flußeisen von 0,0000118, so wird sich eine ziemlich genaue Übereinstimmung ergeben. Legt man die als Mittelwert vorstehend gefundene Zahl von Bouniceau für Zement-Beton einerseits, andererseits den oben erwähnten Ausdehnungswert für Flußeisen zugrunde, so zeigt sich hier für je 1° C Temperaturveränderung beider Materialien nur der geringe Unterschied von $0{,}0000137 - 0{,}0000118 = 0{,}0000019$ (also für 100° C $= \Delta t$ von 0,00019); mithin wird der Beton sich relativ für eine Längeneinheit und bei einer Temperaturdifferenz $= \Delta t$ um die Größe: $0{,}0000019\ \Delta t$ verschieden gegenüber dem Eisen ändern. Bei Eisenbetonbauten wird die Folge hiervon — bei einer Temperaturerhöhung — ein schnelleres Ausdehnen des Betons sein, um so mehr als Beton — ein wenig guter Wärmeleiter — dem in seinem Inneren liegenden Eisen die Wärme nur langsam zuführt; hierbei wird, ganz ähnlich wie bei dem Vorgange des Abbindens unter Wasser, durch das Haften des Eisens am Beton im ersteren eine Zug-, im letzteren eine Druckspannung erzeugt; in gleicher Weise wird bei einer Temperaturabnahme das Eisen gedrückt, der Beton gezogen; hier werden also Spannungen ausgelöst, welche denen beim Erhärten an der Luft entsprechen. Es wird also eine Temperaturerhöhung die in der Praxis meist vorliegende Abbindung an der Luft günstig beeinflussen, indem die Druckspannungen des Betons die dort sich bildenden Zugspannungen aufheben können; ein (theoretisch) spannungsloser Zustand in den Betonfasern würde — unter Annahme einer größten Dehnung beim Erhärten von 0,4 mm (für 1 m) mithin der Bedingung: $\Delta t \,.\, 0{,}0000019 = 0{,}0004$ entsprechen, woraus

[1]) Vergl. u. a. Schumann und Büsing, der Portlandzement und seine Anwendung im Bauwesen, III. Auflage, S. 122 u. folg. sowie bezüglich der Bouniceauschen Ermittelungen: Annales des ponts et chaussées 1867, S. 178, ferner bezüglich der Angaben von Hyatt, Experiments with Portl.-Zem. S. 19.

[2]) Vergl. Transactions of the Western Society of Engineers 1901, S. 549 der Pardue-Univers. in Lafagethe, sowie B. u. E. 1902, Heft II, S. 18.

$$\Delta t = \frac{0{,}0004}{0{,}0000019} \cong 200^{\circ} \text{ C}$$

folgt. Der günstige Einfluß einer Temperaturerhöhung ist mithin erwiesen.

Hingegen wird eine Temperaturerniedrigung auf die an der Luft abbindende Eisenbetonkonstruktion ungünstig einwirken, weil hier die Betonspannungen infolge der Temperatur gleichartig wie die Anfangsspannungen ausfallen, sich also addieren und somit die Gefahr einer Rissebildung vergrößert wird. Es sei jedoch bemerkt, daß — nach Ausweis der baulichen Praxis — bei guter Ausführung die Temperaturspannungen für den Bestand der Konstruktion keine gefahrbringende Größe anzunehmen scheinen.

---

§ 9.

Die Sicherheit der Eisenbetonkonstruktionen gegenüber der Rost-, Feuer- und Blitzgefahr.

Die Erfahrungen der Praxis sowie größere Versuchsreihen haben ergeben, daß Zementmörtel und Beton — einwandfrei hergestellt — einen durchaus guten und dauernden **Rostschutz** für die eingeschlossenen Eiseneinlagen bilden. Dies gilt im besonderen von Portland-Zement-Kies- und Schotterbeton, weniger bei Zumengung von Schlacken- und Aschenrückständen; hier kann einerseits vielfach das noch vorhandene Eisenoxyd [1]), andererseits ein Gehalt an Schwefel — wie schon auf Seite 3 und 7 hervorgehoben wurde — schädlich einwirken, insbesondere dort, wo unvollkommen verbrannte Aschenteile zur Verwendung gelangt sind [2]).

In dieser Hinsicht sind Versuche bemerkenswert, welche in Hamburg anläßlich des Baues von Ladeschuppen (zur Erforschung der Feuerbeständigkeit des Eisenbetons) durchgeführt wurden und erwiesen, daß ein Aschenbeton (1 : 6) die Rostbildung begünstigen kann.

Zur Erzielung eines guten Rostschutzes bei normalem Zementbeton ist einerseits ein nicht zu geringes Mischungsverhältnis, andererseits eine ausreichende Wassermenge notwendig. Während in letzterer Beziehung im besonderen der hochplastische, einen Wassergehalt von 12—15 % zeigende, also nicht der erdfeuchte Beton in Frage kommt, ist das Mischungsverhältnis nicht geringer als 1 : 4 bis 1 : 4,5 zu nehmen; denn nur alsdann steht zu erwarten, daß Zement in genügender Menge vorhanden ist, um auf der Oberfläche der Einlage eine dünne Zement-Schicht entstehen zu lassen, auf deren Bildung im besonderen der Rostschutz beruht [3]). Diese Schicht dadurch zu verstärken, daß vor der Einbettung die Einlage mit dünner reiner Zementmilch gestrichen wird, ist als sehr zweckmäßig zu bezeichnen, um so mehr als hierdurch *auch die Haftung des Eisens erheblich erhöht wird*.

Jedenfalls hat sich die Befürchtung nicht bestätigt, daß der mehr oder weniger poröse Beton Feuchtigkeit durchlasse, und daß ferner Haarrisse in der Zugzone zum

---

[1]) Vergl. die Versuche von *Norton* über den Rostschutz der Eisenbetonbauten (Z. d. B. 1903, S. 43 und 1904 S. 28) und Report Nr. 3 von der Insurance Engineering Experiment Station Boston.

[2]) Vergl. die Versuche von *Pearson* u. a. in Baumaterialienkunde 1903. Heft 9.

[3]) Der Rostschutz wird auch auf die Entstehung eines Eisensilikats zurückgeführt; vergl. u. a. in Annales des ponts et chaussées 1902 die Abhandlung von M. *Breuillé*: Expérience sur le cément armé, attaqué du fer en présence de certaines eaux.

Verrosten der Einlagen führen können. Wie aus einer großen Anzahl besonderer Erfahrungen der Praxis, von denen einige in der Anmerkung[1]) aufgeführt sind, sich ergibt, behält das Eisen dauernd seine metallisch reine Oberfläche; noch nach vielen Jahren zeigt sich hier die bläuliche Walzhaut. Ob ein bereits vorhandener Rost schädlich wirkt, ist eine zurzeit noch offene Frage; obwohl in dieser Beziehung Beobachtungen vorliegen, welche ein Verzehren des Rostes durch die Einwirkung des Betons als wahrscheinlich erscheinen lassen, sollte man doch nie unterlassen, das Eisen von dem ihm anhaftenden Eisenroste zu befreien.

Von besonderen Versuchen über den Rostschutz des Eisens im Beton seien namentlich Arbeiten von Bauschinger[2]) sowie des Amerikaners Pearson[3]) erwähnt.

Bauschinger prüfte (i. J. 1892) einige Bruchstücke von 6–8 cm starken Monierplatten, welche etwa vier Jahre hindurch von schmutzigem Kanalwasser bespült waren. Es ergab die Abmeißelung der nur etwa 1 cm starken, deckenden Betonschicht eine vollkommene Rostfreiheit der freigelegten Drähte und zwar schon in 1 cm Entfernung vom Bruchrande an.

Pearson bettete vollkommen metallisch reine Eisenstäbe in Betonprismen ein und setzte diese alsdann in gut schließenden Zinkkästen drei Wochen hindurch der Einwirkung einer Atmosphäre von Wasserdampf, bezw. Luft, bezw. Kohlensäure aus; es zeigte sich, daß zahlreiche Roststellen, welche sowohl beim normalen Zementbeton, als auch beim Schlackenbeton auftraten, entweder mit Hohlräumen im Beton oder mit unverbrannten Aschenteilen im Zusammenhange standen, und daß — bei Vorhandensein solcher — nur in den Fällen ein guter Rostschutz eingetreten war, woselbst der Beton sich sehr naß zeigte. Auch ergab sich bei den Versuchen, daß die Verwendung runder Kiessteine gegenüber eckigem Steinschlag für die Rostfrage ohne Bedeutung ist, da im besonderen die Befürchtung, daß beim kantigen Schotter, durch Verklemmung der einzelnen Steinbrocken untereinander, keilförmige Räume frei bleiben könnten, sich — bei guter Arbeit — als nicht zutreffend erwies.

Über die **Feuersicherheit** der Eisenbetonbauten liegen einerseits reiche Erfahrungen bei Bränden, andererseits eine Anzahl Versuche vor. Die letzteren erstrecken sich so-

---

[1]) Hier seien erwähnt:

1. Beobachtungen von Bauschinger aus dem Jahre 1892, angestellt an Versuchsobjekten aus dem Jahre 1887. Bei den 5 Jahre im Freien gelagerten Eisenbetonbruchstücken zeigten sich die dünnen Eisendrähte schon dicht neben dem Bruchrande rostfrei (vgl. B. u. E. 1904, Heft IV, Seite 193).
2. Viele Monierbehälter und -Rohre, die schon jahrzehntelang im Betriebe sind, haben sich durchaus bewährt und keine Spur vom Durchrosten gezeigt. Im besonderen ergab sich dies auch bei Untersuchungen der Firma Wayß und Freytag in St. Johann; hier wurden aus einem 11 Jahre im Betriebe befindlichen Eisenbetonkanal Stücke herausgestemmt und an ihnen der ausgezeichnete Zustand des Eisens festgestellt (vergl. die obige unter 1 genannte Quelle).
3. Erfahrungen an der Probe-Eisenbetonbrücke des österr. Gewölbeausschusses zu Matzleindorf. Ein Jahr nach der Zerstörung des Bauwerkes zeigte sich noch der gute Zustand der Einlageeisen.
4. Gleiche Erfahrungen wurden mit einer Probebrücke in der Zementfabrik von Blaubeuren gemacht, erprobt von Direktor Hoch in Ehingen. Hier erwies sich das Eisen nach Schluß der durch mehrere Jahre ausgedehnten Proben als völlig rostfrei (vergl. D. B. Z. 1904, Nr. 8, S. 28) usw. usw.

[2]) Vergl. auch u. 1 der vorstehenden Anmerkung.

[3]) Vergl. Anm. 2 auf S. 85 sowie die in Anm. 1 daselbst aufgeführten Nortonschen Versuche. Da letztere in ihren Ergebnissen schon vorstehend besprochen sind, wurden sie oben nicht mehr besonders erwähnt.

wohl auf die Wärmeleitung des Betons als auch — besonders wichtig — auf die Herabminderung der Festigkeitsverhältnisse dieses infolge von hoher Erhitzung; hier erscheinen — neben den bereits auf S. 28 in Anmerkung 5 erwähnten Arbeiten des Amerikaners Woolson und denen des Berliner Materialienprüfungsamtes — besonders bemerkenswert die Untersuchungen von T. Grut und diejenigen des Laboratoriums für Tonindustrie (von Seeger & Kramer in Berlin). T. Grut[1]) benutzte zu seinen Versuchen drei Monat alte Eisenbetonhohlzylinder von 10 cm Wandstärke, 14 cm innerem Durchmesser, 51 cm Höhe und einer Mischung von 1:1,5:1,5 bezw. von 1:2:3.

In den Hohlraum der Zylinder wurde ein kleiner elektrischer Ofen eingesetzt und der Zylinder mit Betondeckeln in Asbestdichtung verschlossen. Die Temperatur wurde im Innern der Betonwandung mit Hilfe von Durchbohrungen gemessen, welche parallel den Zylindermantellinien geführt waren und zur Aufnahme von Pyrometern dienten. Die Armierungseisen lagen, der Praxis entsprechend, wenig unter der inneren Zylinderwandung.

Die Versuche lieferten zunächst bezüglich der Wärmeleitung des Betons das Ergebnis, daß eine Erwärmung des inneren Hohlraumes bis zu 600° C sich erst in etwa 4½ Stunden bis in die Mitte des Betonmantels fortpflanzt, daß also die Wärmeleitung des Betons eine recht geringe ist[2]). Nach Abschluß der bis zu 1000° C ausgedehnten Versuche wurden die Probekörper in ringförmige Stücke zerteilt und an diesen eine Druckfestigkeit — immerhin noch verhältnismäßig hoch — von 87—129 kg/qcm festgestellt. Erheblich höher war der Festigkeitsrückgang bei Anwendung der Würfelform in Mischung 1:3 und einem Alter von drei Monaten: hier ergab sich bei einer

Temperatur:	Normale Lufttemperatur:	+ 100	+ 150	+ 200	+ 300	+ 500	+ 700	+ 1000° C
Die mittlere Druckfestigkeit in kg/qcm:	374	370	425	424	379	304	171	47

Ähnliche Zahlen lieferten die Versuche des Laboratoriums für Tonindustrie zu Berlin. Hier verminderte sich die Druckfestigkeit des Zementmörtels 1:3 von 220 auf 75 kg/qcm bei einer Erwärmung auf 1000° C; auch die Zugfestigkeit ging von 22,4 auf 1,4 kg/qcm herab, betrug also nach dem Glühen nur noch den 16. Teil wie vordem. Diese Erscheinungen dürften darauf zurückzuführen sein, daß der Zementmörtel durch Glühen sein Wasser verliert und hierdurch sein Zusammenhang gelockert wird[3]).

Alle diese Versuche lassen das Verhalten des Eisenbetons bezw. des Betons bei hohen Temperaturen ungünstiger erscheinen als mit Rücksicht auf die Erfahrungen bei Brandproben und Schadenfeuern in der Praxis — und zwar mit Recht — angenommen wird. Es dürfte dies darin seine Erklärung finden, daß einerseits so hohe Temperaturen, wie bei den Versuchen, bei einem Schadenfeuer nur selten auftreten und daß andererseits die geringe Wärmeleitung des Betons — bei dem vielfach kurzen Andauern des Feuers — das Eisen vor einer Einwirkung dieses wirksamst schützt und somit der innere Zusammenhang der Konstruktion gewahrt bleibt. Auch wirkt in diesem Sinne

---

[1]) Vergl. Teknisk Forenings Tidsskrift, Kopenhagen, Januar 1904, über die Feuersicherheit von armiertem Beton.

[2]) Dasselbe ergaben die auf S. 28 bereits angeführten Woolsonschen Versuche. Hier wurden 28 Tage alte Betonprismen im Gasofen erwärmt. Es zeigte sich, daß mehrere Stunden notwendig waren, um die umgebende Temperatur von 490° C auch in das Innere der Prismen gelangen zu lassen; auch bei weiterer Temperatursteigerung war die geringe Wärmeleitung des Betons zu erkennen.

[3]) Erst wenn die Hitze so hoch steigt, daß eine Sinterung eintritt, erfolgt eine neue Verkittung; bei Schadenfeuern steigt die Temperatur nicht so hoch, daß eine solche neue Verfestigung eintreten kann.

günstig die Eigenschaft des Betons — in glühendem Zustande — unter dem Strahl der Spritze seinen Zusammenhang zu bewahren. Jedenfalls liegen, wie die Anmerkung [1]) erkennen läßt, aus der baulichen Praxis eine so große Anzahl bester Erfahrungen mit Eisenbetonbauten bei Bränden vor, daß diese Bauart — in dem in der Praxis üblichen Sinne — als durchaus feuersicher bezeichnet werden kann und muß.

Nahe verwandt mit der Feuersicherheit der Eisenbetonbauten ist die Frage **der Blitzgefahr** für diese [2]).

Ein ganz in Eisenbeton erbautes Bauwerk besitzt in seinem Baumaterial selbst — bei guter Herstellung — einen vollkommenen Blitzschutz. Die weit verzweigten, unter sich aber stets in metallischer Berührung — durch Anordnung von Bügeln, Querarmaturen, Bindung durch Draht, Umklammerung usw. — stehenden Eiseneinlagen bilden im Innern des Bauwerkes ein gut leitendes Netz, in dem ein Blitzstrahl sich vielfach zu verteilen vermag und somit an Intensität der Spannung verliert. Für die Einwirkung auf den Beton hierbei ist die Größe seines Widerstandes maßgebend, welche er dem elektrischen Strome entgegensetzt. Wenn hierüber auch erst wenige Versuche vorliegen, so lassen sie doch — wie aus den Zahlen der Anmerkung [3]) — ersichtlich, immerhin erkennen, daß Beton ein schlechter elektrischer Leiter ist und um so weniger gut leitet, je magerer derselbe und je mehr er von Hohlräumen durchsetzt ist, daß

[1]) Vergl. hierzu: Die Mitteilungen in dem Christopheschen Werke: Der Eisenbetonbau und seine Anwendung im Bauwesen. S. 540 u. 541; dortselbst sind eine große Reihe von Beobachtungen bei Bränden von Eisenbetonbauten mitgeteilt; ferner die Ausführungen in B. u. E. 1905, Heft IV, S. 77 (Brand der Pacific Cost Borax Co. in Bayonne N. J., sowie die Feuersbrunst in Baltimore), weiter B. u. E. 1903, Heft II, S. 78 (allgemeiner Aufsatz); B. u. E. 1904, Heft I, S. 51, Heft II, S. 77 78 (Baltimore), Heft IV, S. 213 (Brandprobe mit Visintiniträgern), Zeitschr. des österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1903, Nr. 7 (Brand in Wien) usw. Im besonderen verdienen noch die Versuche in New York Erwähnung, welche zum Vergleiche der Ziegel- und Monierbauweise durchgeführt wurden und die außerordentliche Überlegenheit des Eisenbetonbaues in bezug auf die Feuersicherheit zeigten; hier wurden Monierplatten durch 3 Stunden hindurch auf 1100—1500° C erhitzt, ohne zerstört zu werden.

[2]) Vergl. hierzu: A. Kleinlogel, Blitzschutz von Eisenbetonbauten. B. u. E. 1906, Heft IV, S. 84, desgl. von O. Rappold in B. u. E. 1905, Heft VI, S. 139 und Dr. D. v. Gulik in B. u. E. 1905, Heft XI, S. 269.

[3]) Vergl. elektrotechn. Zeitschrift 1896. Versuche über die Leitungsfähigkeit des Betons von Dr. Lindeck. Hier wird für vier verschiedene Mischungen an lufttrockenen, feuchten und künstlich erhitzten Betonblöcken von 40 cm Länge und 100 qcm Querschnitt der Leitungswiderstand für je 1 qcm Fläche bestimmt. In der nachfolgenden Tabelle bedeutet die Größe 1 den Leitungswiderstand von 450 Ohm für 1 qcm, wie ihn reiner Zement ohne Sandzusatz und in lufttrockenem Zustande zeigt. Die Versuchsergebnisse sind nachfolgend tabellarisch zusammengestellt. Wenn sie auch nicht genügen dürften, um exakte Gesetze aus ihnen abzuleiten, so reichen sie doch immerhin aus, um die Art der Gesetzmäßigkeit wenigstens zu erkennen.

Tabelle.

Mischung	Leitungswiderstand					
	lufttrocken	nach 1 Stunden unter Wasser	nach 2 Stunden unter Wasser	nach 22 Stunden unter Wasser	nach 45 Stunden unter Wasser	nach 4½ bis 5½ Std. Erhitzung auf 100° C
Reiner Zement-Mörtel .	1	0,5	—	0,33	—	2
1:3 Sand	3	—	0,33	—	—	250
1:5 Kiessand	9	—	0,50	—	—	3333
5:7 Kiessand	11	—	1,33	—	0,5	3700

jedoch sein Widerstand — zum Teil sehr erheblich — bei Durchfeuchtung abnimmt, und stark bei Erwärmung steigt. Es wird mithin auch der Blitzstrahl, zumal er — wie vorerwähnt, sich stark zu verteilen vermag — durch die dauernd feuchten Bauwerksfundamente in die Erde gelangen können, ohne eine Zerstörung des Betons zu bedingen. Der Blitz wird hierbei um so weniger Widerstand finden, je näher die Eiseneinlagen der Fundamentsohle liegen; sind sie zudem parallel zu dieser nach dem Rande zu abgebogen, so wird auch eine seitliche Ableitung gesichert sein. Es wird mithin die Anordnung besonderer Erdleitungen[1]) sich erübrigen.

Auch muß die schlechte Leitfähigkeit des (meist trockenen) Betons insofern günstig einwirken, als auf seiner Oberfläche sich keine bedeutenden Elektrizitätsmengen ansammeln und so zu Ausgleichungen Veranlassung bieten werden.

---

§ 10.

Die Dichtheit der Eisenbetonbauten und die Mittel zu ihrer Vergrößerung.

Beton ist je nach seiner Zusammensetzung und seinen Mischungsverhältnissen mehr oder weniger undicht; erst im Laufe der Zeit schließen sich — wenn auch nie vollkommen — seine Poren durch Ablagerung kalkhaltiger Salze, und zwar um so eher und wirksamer, je größer der Zementgehalt des Betons ist; es sei jedoch darauf hingewiesen, daß dort, wo eine größere Dichtheit des Betons erforderlich ist, die fettere Mischung in der Regel nur als obere Putz- oder Verkleidungsschicht aufgebracht zu werden pflegt. Hierbei spricht auch die Einwirkung der Kohlensäure der Luft auf ungeschützten Portlandzementbeton mit; wie Wolle-Leipzig nachweist[2]), wird durch diese der magere Beton mehr angegriffen als der fette, der rauhe mehr als der glatte. Neben dem Zementgehalte vermehrt auch ein größerer Wasserzusatz — in den üblichen Grenzen gehalten — die Dichtheit des Betons; in demselben Sinne günstig wirkt die Güte der Stampfarbeit ein, auch ist hier die Korngröße des Mörtelsandes von Bedeutung. Sehr feiner Sand liefert — insbesondere wegen seines meist runden Kornes und der hierdurch bedingten feinen Hohlräume im Innern des Betons — ein im Vergleiche zu gemischtem oder grobkörnigem Sande verhältnismäßig weniger dichtes Enderzeugnis.

Über die Zunahme der Wasserdurchlässigkeit des Betons als Funktion der Dauer der Wasserzuführung geben amerikanische Versuche[3]) einigen Aufschluß; aus ihnen zeigt sich, daß der Wasserdurchtritt bei gleichbleibendem Drucke ziemlich umgekehrt propor-

---

[1]) Für diese tritt Dr. D. v. Gulik in seinen Ausführungen in B. u. E. 1905, Heft XI, S. 209 ein; seiner Meinung nach stellen Baulichkeiten aus Eisenbeton zwar einen guten Blitzschutz dar, der aber an und für sich nicht ausreicht und somit einer Ergänzung bedarf, die während des Aufbaues bequem auszuführen ist.

[2]) Vergl. D. B. Z. 1905, Nr. 7, S. 28.

[3]) Vergl. die Dauerversuche über die Wasserdurchlässigkeit von Beton in Excerpt Minutes of Proceed. of the Inst. of. Civ. Ing. Bd. 163, 1905/06, Teil I; die Versuche wurden im Jahre 1904 im Ingen.-Labor. der Harley Univers. in Southampton ausgeführt. Bei ihnen wurden die zylindrischen Hohlkörper von 33 cm Durchmesser, 15 cm Höhe und einer Mischung von 1:4 unten fest abgeschlossen, mit Wasser gefüllt, und dieses von oben aus durch einen genau eingepaßten Preßkolben belastet. Es war somit Sorge getragen, daß das Wasser ausschließlich durch den Beton der Zylinderwandung entweichen mußte. Die hierdurch bedingte Senkung des Kolbens wurde an einer feinen Teilung abgelesen und aus ihr die Menge des durchgesickerten Wassers berechnet.

tional ist der seit Beginn des Versuches verflossenen Zeit, und daß — bei plötzlicher Drucksteigerung — die durchsickernde Wassermenge zwar für kurze Zeit sich vergrößert, dann aber bald wieder — und zwar unter das Maß vor der Steigerung zurücksinkt.

Als Mittel, die Dichtheit des Betons künstlich zu vergrößern, sind zu nennen: ein Verputzen mit fettem Portlandzement oder ähnlichen Stoffen, ein Fluatieren der Oberfläche, die Aufbringung besonderer Dichtungsmittel oder Dichtungsanstriche, schließlich Beimengungen zum Zementmörtel selbst.

Ein die Dichtheit vergrößernder Putz von Portlandzement ist sobald als möglich nach Entfernung der Verschalung bezw. nach Erhärten der zu dichtenden Oberfläche aufzubringen, und zwar in fetterer Mischung als der Baukörper, aber auch, mit Rücksicht auf die unvermeidlichen Formänderungen, nicht allzu fett. In der Regel genügt ein Mischungsverhältnis von 1 : 2 oder 2 : 3; nur in die alleroberste Schicht empfiehlt es sich schließlich reinen Zementmörtel hinein zu reiben. Der zum Putzmörtel zu verwendende Sand soll nicht zu grob sein, aber auch nicht allzuviel feine Teile enthalten. Ein schnelles Abbinden ist notwendigen Falles durch Hinzufügung eines Teiles von schnellbindendem Portlandzement zu sichern; besonders bewährt hat sich ein scharf gebranntes Material, das einen sehr dichten und besonders gegen Abnützung sehr widerstandsfähigen Putz liefert, nach Angabe von Wolle-Leipzig[1]) auch ein Gemisch von Portland- und Romanzement, auch letzterer allein, aber in geglättetem Zustande.

Der kräftig anzuwerfende und mit Reibebrettern sorgfältigst zu glättende, meist etwa 5—10 mm — bei Abdeckung von Brückengewölben bis zu 30 mm[2]) — starke Verputz ist gegen Sonnenbestrahlung, Austrocknung durch Wind usw. zu schützen. Da ein solcher Putz nicht als einheitlich mit dem Beton verbunden angesehen werden kann, ist er bei der Tragfähigkeitsberechnung der Konstruktion auch nicht in Ansatz zu bringen.

Als ein besonderer Dichtungsputz wird der „wasserdichte imprägnierte Lieboldsche Zement“ empfohlen[3]); dieser wird dadurch gewonnen, daß dem noch halbwarmen Portlandzementstein fettige Substanzen — wie Paraffin, Stearin, Kolophonium, Wachs oder dergleichen — zugesetzt werden[4]); diese sollen die Poren des Betons verstopfen und ihn somit wasserdicht machen und zwar nach Mitteilungen der Herstellerin noch bei einer Mischung 1 : 6. Wenn auch eine größere Anzahl von Einzelversuchen des Berliner Materialienprüfungsamtes mit sehr flachen Näpfen und demgemäß bei einem sehr geringen Wasserdrucke die ausreichende Dichtheit des imprägnierten Zementes gezeigt haben, so sind doch auf Grund anderer Versuche — bei höherem Drucke — erhebliche Bedenken über die dauernde Dichtheit des Mörtels erhoben: im besonderen haben Versuche mit Probekörpern in Becherform — von Dr. Goslich-Züllichow ergeben, daß zwar bei einer Mischung 1 : 6 das Wasser erheblich länger als bei gewöhnlichem Zementbeton zur Durchsickerung braucht, daß aber eine Wasserdichtheit nicht zu erzielen war. Ähnliche ungünstige Ergebnisse lieferten Versuche von Dr. A. Dyckerhoff, bei einer Mischung von 1 : 3 und einem Wasserdruck bis zu 5,00 m Höhe; hier wurden für

---

[1]) Vergl. D. B. Z. 1904, Nr. 7, S. 28.

[2]) Alsdann ist der Verputz zweckmäßig in 2 Schichten aufzutragen.

[3]) Hergestellt von der Firma Liebold u. Co. in Weimar. Vgl. hierzu: B. u. E. 1905, Heft III, S. 61 (Untersuchungen des Materialprüfungsamtes zu Berlin) sowie B. u. E. 1905, Heft V, S. 126, D. B. Z. 1905, Nr. 6, S. 24.

[4]) Vergl. D. B. Z. 1905, Nr. 6, S. 24. Mitt. von Dr. Goslish-Züllchow nebst Untersuchungen von Dr. A. Dyckerhoff und Töpffer-Stettin. Letzterer bezeichnet die von ihm angestellten Proben als zufriedenstellend.

imprägnierten und gewöhnlichen Zement annähernd die gleichen Zahlen für deren Durchlässigkeit erhalten; auch zeigten Würfelproben aus beiden Vergleichsmaterialien im Laufe der Zeit etwa die gleiche Wasseraufnahme, also Gewichtsvermehrung — nur mit dem Unterschiede, daß die nichtimprägnierten Würfel das Wasser schneller als die aus Lieboldzement hergestellten aufnahmen. Da andererseits aber auch befriedigende Ergebnisse mit dem Material erzielt wurden, möge die Frage seiner Bewährung als zurzeit noch nicht entschieden angesehen werden; hier werden erst größere Versuchsreihen unter Verwendung sehr verschiedener Mischungen und steigendem Wasserdrucke eine endgültige Aufklärung zu geben vermögen.

Von den bekannten Keßlerschen Fluaten findet zur Dichtung von Beton (zugleich auch zur künstlichen Härtung desselben) im besonderen Magnesiafluat Anwendung[1]), und zwar in einem drei- bis vierfachen Anstriche. Hierbei wird zweckmäßig die Lösung immer stärker genommen, und zwar 1 kg Magnesia-Fluat-Salz auf 10 bezw. 6 bezw. 4 Liter Wasser bezw. in gesättigtem Zustande verwendet; bei der Ausführung der in 20 bis 24 Stunden sich folgenden Aufstriche, ist dafür Sorge zu tragen, daß zunächst von 1 qm der Betonfläche etwa 400, zum Schlusse mindestens 200 g aufgenommen werden. Ist der letzte Anstrich vollkommen eingezogen, so wäscht man zur Beseitigung der überflüssigen Säure so lange die Flächen mit klarem Wasser nach, bis dieses nur noch geringe Spuren von Säure aufweist. Über die Bewährung auch dieses Mittels sind die Meinungen der Praxis geteilt[2]).

Als eigentliches Dichtungsmittel kommt in erster Linie Asphalt — in sehr verschiedener Anwendungsform — in Frage.

Im besonderen haben sich für den Brückenbau zur Abdeckung der Gewölbe, Fahrbahnplatten usw. Gusasphalt, unter starkem Drucke gepreßte Asphaltplatten, Asphaltfilzplatten, Tectolit und dergl. bewährt; da heißer Asphalt schwer auf dem trockenen Beton haftet, wird zweckmäßig die zu dichtende Fläche — wie dies im besonderen in Amerika üblich[3]) — zuerst mit einer Lösung von Asphalt in Steinöl gestrichen.

Von Anstrichmitteln zum Zwecke der Dichtung seien hervorgehoben: Tränkung des Betons bis zur Sättigung mit gekochtem Leinöl, Anstrich mit „Vera Solution“ der Firma J. Jeserich[4]), mit Lithosot von A. F. Malchow in Leopoldshall-Staßfurt, Aiodon und Neutralit von Reh & Co. Berlin, mit „Mauerschutz“ von Schliemann & Co. in Hannover-Linden, mit einem Asphalt-Isolier-Lack der Firma Lindenberg in Stettin, mit Durabol-Gelatose von Hoppe und Röhming in Halle a. S. usw.; auch verdient das von Hennebique ausgeführte Durchtränken von Spundbohlen aus Eisenbeton mit Kohlenwasserstoffen deshalb Erwähnung, weil hierbei nicht nur eine vollkommene Dichtheit des Betons erzeugt, sondern auch dessen Oberfläche wirksamst gegen die Zerstörung durch Meerwasser geschützt worden sein soll; schließlich wird von vielen Seiten ein Anstrich von Siderosthen-Lubrose als vorzüglich bewährt empfohlen, im besonderen auf einer Putzschicht aus Portland- und

---

[1]) Vergl. u. a. Z. u. B. 1904, S. 172, desgl. 1905, S. 31 und S. 188.

[2]) Vergl. die Mitteilungen von Wolle-Leipzig D. B. Z. 1904 Nr. 7, S. 28. dahingehend, daß Fluatanstriche nicht viel zu nützen scheinen.

[3]) Vergl. B. u. E. 1905, Heft VIII, S. 199. Der hier zur Anwendung kommende Asphalt soll frei von jeglichen Teerprodukten sein; 10 Stunden hindurch einer Temperatur von 180° C ausgesetzt, soll seine Verflüchtigung weniger als 1/2 % betragen; auch soll er nicht angegriffen werden von 20 %iger Ammoniaklösung, 30 %iger Salzsäure, 20 %iger Schwefelsäure oder einer gesättigten Kochsalzlösung.

[4]) Vergl. B. u. E. 1906, Heft III, S. 79 und Heft IV, S. 105. Hierselbst sind die weiter genannten Anstrichmittel mitgeteilt, und auch — wenigstens zum Teil — in ihrer Wirkungsweise besprochen.

Roman-Zement, oder letzterem allein. Da Siderosthen die Poren im Putz schließt, ist es nicht erforderlich, daß letzterer mit einer Glätteschicht versehen wird; aus dem gleichen Grunde ist Siderosthen auch dort mit Vorteil zu verwenden, wo es wegen besonderer Verhältnisse nicht möglich war, den Putz mit ausreichender Sorgfalt zu glätten [1]).

Um Beton durch Zusätze zum Mörtel dicht zu machen, ist — im besonderen von amerikanischer Seite [2]) — vorgeschlagen worden, der trockenen Mischung von Zement und Sand 1 % bis 5 % Alaun zuzufügen und die gleiche Menge an gewöhnlicher Kaliseife in dem Anmache-Wasser aufzulösen.

Ausblühungen [3]) auf der Oberfläche von Betonbauten pflegen sich im besonderen an denjenigen Stellen zu bilden, welche — wegen Arbeitsunterbrechung — eine gewisse Schichtung zeigen und zum Zwecke guten Zusammenbindens eine Anreicherung von Zement aufweisen. Hierselbst — daneben auch an anderen Stellen — wird durch die Einwirkung des Abbindewassers, durch feuchte Witterung usf. eine Ausscheidung der löslichen Salze auf der Betonaußenfläche hervorgerufen; es wird mithin (im besonderen für die Schauseiten) zur Vermeidung solcher Ablagerungen zweckmäßig sein — neben der Vermeidung von „Stoßstellen" — Zemente zu wählen, welche möglichst arm an löslichen Salzen sind. Um die Ausblühungen zu verhindern, werden (in den Vereinigten Staaten) verschiedenartige Mittel empfohlen, bei denen meist Aluminiumsalze und Schmierseife die wirksamsten Bestandteile bilden; auch wird geraten, den einzelnen Betonschichten eine solche Neigung zu geben, daß ein Heraustreten des Wassers — mit Salzen gesättigt — an den Trennungsfugen verhindert wird.

Ganz anders geartet als die vorstehend beschriebenen Ausscheidungen sind Ausblühungen, hervorgerufen durch die Einwirkung der stets in der Luft von Industriestädten vorhandenen schwefligen Säure. Durch atmosphärische Vorgänge auf dem Bauwerke niedergeschlagen, dringt diese Säure in den Beton ein, verbindet sich mit dem Kalke und der Magnesia des Zementes und erzeugt so auf unmittelbarem Wege auf der Oberfläche des Betons Auswitterungen. Hier kann nur eine mechanische Entfernung das Übel beseitigen.

---

§ 11.

Das Raumgewicht der Eisenbetonbauten und die überschlägliche Ermittelung der Kosten.

Das Gewicht eines cbm Zement-Mörtels beträgt je nach dem geringeren oder größeren Gehalt an Sand 2,1 bis 1,9 t, das des normalen Kies- oder Schotter-Betons 2,4 bis 2,2 t; dieser Wert geht bei Verwendung von Schlacken, Bimskies und dergl. leichteren Zuschlagstoffen bis auf 1,3 — in manchen Fällen auch bis auf 1,2 — herab. Rechnet man das Raumgewicht des für gewöhnlich verwendeten Flußeisens zu 7,8, so ergibt sich — bei Annahme eines mittleren Betongewichtes = 2,3 t/cbm. die Gewichtserhöhung eines cbm Betons infolge der Eiseneinlage, und zwar für ein jedes % dieser zu:

---

1) Vergl. hierzu B. u. E. 1905, S. 309.

2) Vergl. Eng. News Vol. 57, S. 517.

3) Vergl. u. a. Z. u. B. 1905, S. 54.

$$\frac{7800 - 2300}{100} = 55 \text{ kg/cbm.}$$

Da die Einlagen selten mehr als 3—4 v. H. betragen, meist sogar erheblich unter diesen Werten bleiben, so wird man — jedenfalls sicher — aber auch mit Rücksicht auf die stark veränderlichen Betongewichte genau genug rechnen, wenn man für das Raumgewicht der Verbundkonstruktion eine konstante Zahl einführt und diese auf: rd. **2,4** festsetzt.

Berücksichtigt man, daß die Hinzufügung von 1 % Eisen, also $^1/_{100}$ cbm einem Eisengewichte von $^{7800}/_{100}$ = 78 oder rd. = 80 kg entspricht, und nimmt man an, daß die Tonne = 1000 kg gewalztes Flußeisen β Mark kostet, so kostet eine Eiseneinanlage von n%

$$k = n \cdot 80 \cdot \frac{\beta}{1000} \text{ Mark.}$$

Nimmt man β zu 250 bezw. 300 und 400 M. an, so bedingen die nachfolgend angegebenen Eisen-Prozente die nebenstehend berechneten Kosten, welche zu denen des Betons — einschließlich der Ausführung des Baues — hinzutreten.

n =		k bei	
	β = 250	β = 300 in Mark:	β = 400
0,3 %	6,0	7,2	9,6
0,35 „	7,0	8,4	11,2
0,4 „	8,0	9,6	12,8
0,45 „	9,0	10,8	14,4
0,50 „	10,0	12,0	16,0
0,8 „	16,0	19,2	25,6
1,0 „	20,0	24,0	32,0
1,5 „	30,0	36,0	48,0
2,0 „	40,0	48,0	64,0
2,5 „	50,0	60,0	76,0
3,0 „	60,0	72,0	96,0
3,5 „	70,0	84,0	112,0
4,0 „	80,0	96,0	128,0

Bezeichnet man die Kosten eines cbm Beton mit α, die der Schalung — bezogen auf 1 cbm fertigen Bauwerkes — mit γ Mark, so kann man annähernd rechnen, daß γ etwa $^1/_4\ \alpha$ beträgt. Es setzen sich mithin die Kosten = Σk eines cbm der Verbundkonstruktion aus der folgenden Summation zusammen:

$$\Sigma k = 1{,}25\ \alpha + \frac{80 \cdot n\ \beta}{1000} = (1{,}25\ \alpha + 0{,}08\ n \cdot \beta) \text{ Mark.}$$

Rechnet man für α mit einem Mittelwerte von 32, für β mit 300 Mark, so erhält man

$$\Sigma k = (40 + 0{,}08\ n\ \beta) = (40 + 3{,}2\ n) \text{ Mark.}$$

Diese Gleichung gestattet zugleich — wenigstens in einfachen Fällen und im besonderen bei auf Druck beanspruchten Pfeilern, Säulen usw., — die Aufstellung eines Kostenvergleiches zwischen Eisenbeton und Eisen allein. Handelt es sich z. B. um einen Pfeiler aus den genannten Materialien, so wird bei einer Annahme des Verhältnisses der Elastizitätszahlen $\frac{E_e}{E_b} = 10$, wie später bewiesen werden soll, die Tragfähigkeit des Pfeilers aus Eisenbeton

$$P = F_b \cdot \sigma_b + F_e \cdot \sigma_e = (F_b \cdot \sigma_b + \frac{E_e}{E_b} F_e \cdot \sigma_b) =$$

$$(F_b \cdot \sigma_b + \frac{E_e}{E_b} \frac{n}{100} F_b \sigma_b) = F_b (\sigma_b + 10 \cdot \frac{n}{100} \sigma_b) = F_b (\sigma_b + \frac{n}{10} \sigma_b)$$

werden, während für Eisen ausschließlich sich:

$$P = F_e' \cdot \sigma_e$$

ergeben würde. Es werden mithin die Rauminhalte beider zu vergleichenden Pfeiler bei gleicher Tragfähigkeit auf Druck sich verhalten wie rund:

$$\frac{F_b}{F_e'} = \frac{\frac{P}{(\sigma_b + \frac{n}{10} \sigma_b)}}{\frac{P}{\sigma_e}} = \frac{\sigma_e}{(\sigma_b + \frac{n}{10} \sigma_b)} = \frac{\sigma_e}{\sigma_b \left(1 + \frac{n}{10}\right)} = \varphi$$

und demgemäß werden die Kosten von Eisen und Eisenbeton unter Benützung der vorstehend verwendeten Bezeichnungen sich zueinander stellen:

$$\frac{\Sigma k'}{\Sigma k} = \frac{\text{Kostensumme der Eisenkonstruktion für 1 cbm}}{\text{Kostensumme des Eisenbetonbaus für 1 cbm} \times \varphi} = \frac{7{,}8\ \beta}{(1{,}25\ \alpha + 0{,}08\ n\ \beta) \cdot \varphi} = r$$ [1])

Beispiel. Es sei: $\sigma_b = 40$; $\sigma_e = 1000$; n = dem Prozentsatze des Eisens in der Verbundkonstruktion = 0,5 %; $\frac{E_e}{E_b} = 10$; $\beta = 300$ Mark; $\alpha = 32$ Mark.

Alsdann ergibt sich:

$$\varphi = \frac{\sigma_e}{\left(\sigma_b + \frac{n}{10} \sigma_b\right)} = \frac{1000}{40 + \frac{0{,}5}{10} \cdot 40}$$

$$\varphi = \frac{1000}{40 + 2} = \frac{1000}{42} = \text{rund } 23,$$

d. h. die Eisenbetonkonstruktion verlangt einen etwa 23mal so großen Raum als ein gleichwertiger Bau in Eisen allein.

Es folgt weiter:

$$r = \frac{7{,}8\ \beta}{(1{,}25\ \alpha + 0{,}08\ n \cdot \beta) \cdot \varphi} = \frac{7{,}8 \cdot 300}{\left(40 + \frac{8}{100} \cdot \frac{5}{10} \cdot 300\right) 23} = \frac{2340}{(40 + 12) 23} = \text{rund } 2$$ [2]).

Es würde also in diesem Falle die Eisenkonstruktion nicht unerheblich mehr kosten, und zwar etwa 2mal soviel, als eine gleichwertige Ausführung in Eisenbeton.

Verwendet man bei vorliegendem Beispiele n = 2 %, so würde sich ergeben:

$$\varphi = \frac{1000}{40 + \frac{2{,}0}{10} \cdot 40} = \frac{1000}{40 + 8} = \text{rund } 21.$$

$$r = \frac{2340}{\left(40 + \frac{8}{100} \cdot 2{,}0 \cdot 300\right) \cdot 21}$$

$$r = \frac{2340}{(40 + 48) \cdot 21} = \frac{2340}{88 \cdot 21}$$

$$r = \frac{2340}{1848} = 1{,}27, = \text{rund } 1{,}3$$

Wäre schließlich n = 5 %, so folgen die Werte:

$$\varphi = \frac{1000}{40 + \frac{5{,}0}{10} 40} = \frac{1000}{60} = \text{rund } 16$$ [2])

[1]) Also unter der Annahme des Raumgewichtes des Flußeisens = 7,8. Bei einer Kostensumme von 1 t Eisen = β, kostet mithin 1 cbm (= 7,8 t) = 7,8 β Mark.

[2]) Es genügt vollkommen bei dieser Vergleichsrechnung mit annähernden Werten zu arbeiten.

$$r = \frac{2340}{\left(40 + \frac{8}{100} \cdot 5{,}0 \cdot 300\right) \cdot 16} = \frac{2340}{(40 + 120) \cdot 16}$$

$$r = \frac{2340}{160 \cdot 16} = \frac{2340}{2560} = \text{rund } 0{,}9,$$

d. h. alsdann wird die Eisenkonstruktion bereits billiger werden als der Verbundbau. Die Grenze gleicher Wohlfeilheit ist durch Probieren in einfacher Weise zu bestimmen.

Aus dem obigen Beispiele folgt, daß — wie auch selbstverständlich — eine Erhöhung der Eisenprozente der Verbundkonstruktion in Fällen, wie den vorstehend behandelten — eine erhebliche Preiserhöhung und eine Annäherung an die Kosten des reinen Eisenbaues zur Folge hat. Auch liegt auf der Hand, daß ein hoher Einheitspreis für die Tonne Eisen in wirtschaftlichem Sinne auf die Wahl einer Verbundkonstruktion, ein hoher Betonpreis auf den reinen Eisenbau hinweisen wird.

Teil II.

Die statische Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen.

§ 12.

Die Grundzüge der statischen Berechnung.

Die statische Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen setzt, auf den in Teil I beschriebenen Versuchen und theoretischen Ermittelungen fußend, in erster Linie ein inniges Zusammenwirken von Beton und Eisen, alsdann ein Ebenbleiben der Querschnitte — im besonderen bei Biegungsbeanspruchung — ferner gleichbleibende Werte für die Elastizitätszahl des Betons bei Druck- und Zug-Beanspruchung, endlich — wenigstens in der Regel — eine Außerachtlassung der Zugspannungen im Beton und der beim Erhärten des Verbundkörpers sich in diesem ausbildenden Anfangsspannungen voraus.

Die statische Berechnung ist somit eine nur angenäherte, in welchem — recht erheblichen — Maße, zeigt sich durch die weiter unten mitgeteilten Versuchsergebnisse; trotzdessen aber hat diese Annäherungsberechnung in der Praxis des Eisenbetonbaues sich als zulässig gezeigt und als brauchbar erwiesen; namentlich gewährt sie auch, wie dies die vornehmste Aufgabe einer jeden statischen Ermittelung ist, ausreichende Sicherheit und ermöglicht es, den Verlauf der Kräfte und die Größe der auftretenden Spannungen in praktisch ausreichender Weise zu verfolgen. Es kommt hinzu, daß die meisten der ausgeführten Verbundkonstruktionen infolge ihrer festen Anschlüsse, der mehr oder weniger unwandelbaren Einspannung u. dergl. statisch unbestimmter Art sind. Da die Berechnung derartiger Bauten vorwiegend auf der Proportionalität von Kraft und Formänderung beruht, also auf Grundlagen sich aufbaut, welche für die aus verschieden elastischen Materialien zusammengesetzten Eisenbetonbauten auch nicht annähernd anwendbar erscheinen, so wird mithin eine genaue Bestimmung der Spannungen schon durch die Unmöglichkeit ausgeschlossen, die äußeren Kräfte oder Formänderungsgrößen einwandfrei zu bestimmen. Eine Ausnahme macht hierbei höchstens das Gewölbe aus Eisenbeton, das

wie ein konstant elastischer Bogen nach den üblichen Methoden berechnet werden darf, ohne daß eine allzu große Abweichung von den wahrscheinlichen Verhältnissen zu erwarten stünde.

Auf die Sicherheit der Eisenbetonbauten[1]) wirken in mehr oder weniger hohem Maße vermindernd ein: ein Spannungswechsel, dynamische Beanspruchungen aller Art, Temperaturwechsel, Witterungseinflüsse, Abweichung der Ausführung von den Grundlagen der Rechnung, schwache Materialstellen und dergleichen, alles Verhältnisse, die schwer zu übersehen und zu beurteilen sind, die demgemäß aber auch eine erhöhte Sicherheit verlangen. Die hier in Frage kommenden zulässigen Spannungszahlen sind im Teil I abgeleitet, sie seien des Zusammenhanges halber hier nochmals kurz zusammengestellt; zugleich sind hierbei auch die bezüglichen Zahlen angegeben, welche:

α) Die vorläufigen Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Eisenbetonbauten, aufgestellt vom Verbande deutscher Architekten und Ingenieurvereine und dem deutschen Betonverein empfehlen, bezw.

β) durch die Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten vom Preußischen Arbeitsministerium eingeführt sind. Unter

γ) sind schließlich die betreffenden Zahlen, für Ingenieurbauten seitens der Kgl. Eisenbahndirektion zu Berlin in Vorschlag gebracht, mitgeteilt.

Auf weitere Bestimmungen, im besonderen ausländische, ist in der Anmerkung genauer eingegangen[2]).

---

[1]) Vergl. zur Frage der Sicherheit der Eisenbetonbauten von E. Elwitz. D. B. Z. 1905, Nr. 18, S. 71.

[2]) Als besondere ausländische Bestimmungen für die Größe der zulässigen Beanspruchungen bezw. als Vorschläge in dieser Hinsicht seien erwähnt:

1. Bestimmungen der österr. Eisenbahnbaudirektion für die Berechnung und Ausführung von Eisenbetontragwerken. Vergl. u. a. B. u. E. 1904, I. S. 27. Hierselbst ist bestimmt, daß bei Biegungsbeanspruchung die Druckkräfte vom Beton allein, die Zug- und Scherkräfte vom Eisen allein zu übernehmen sind. Als zulässige Spannungen können angenommen werden:

   bei Martinflußeisen und reinem Zug: 750 + 4 L, (L = Lichtw. in m)
   bei Abscherung und allen Lichtweiten 600.
   bei reinem Druck und Beton bis zu 2,0 m Lichtweite: 35
   desgl. bis zu 5,0 m „ 30
   desgl. über 5,00 m „ 25.
   } kg qcm.

   Auch ist anzunehmen, daß bei Berechnung der Scherspannungen im Eisen die Querschnittsflächen aller Eiseneinlagen zu berücksichtigen sind, welche in dem (im betreffenden Punkte) unter 45° geführten Schnitte liegen.

2. Provisorische Normen für Bauten in Eisenbeton, aufgestellt vom Schweizer Ingenieur- und Architektenverein. B. u. E. 1904, I, S. 29 u. D. B. Z. 1904, Nr. 2, S. 7 8. Hier betragen die zulässigen Beanspruchungen:

   bei Beton auf Druck: 35
   „ „ „ Abscherung 4
   bei Eisen auf Zug $1300 - 5\,\sigma_{b.z.}$
   } kg qcm, wobei σ_{bz} die ermittelte theoretische Zugspannung des Betons, unter Annahme eines homogenen Materials bedeutet.

   Bei überschläglichen Berechnungen kann bei Eisen σ_e = 1000 kg qcm für Balken, = 1200 kg qcm für Platten eingeführt werden; Eisen auf Druck ist nur mit 700 kg qcm zu belasten. Gegen Ausknicken ist eine vierfache Sicherheit — unter Annahme des halben Abstandes der Querverbindungen als Knicklänge — gefordert. Überschreitet die Schubspannung im Beton die Größe von 4 kg qcm, so ist die Scherkraft mittelst geeigneter Form der Armierungsstangen oder besonderer Einlagen zu übertragen.

3. Provisorische, technische Bedingungen des Steiermärkischen Landesbauamtes für die Projektierung, Ausführung und Übernahme von Eisenbetonbauten.

(Fortsetzung dieser Anm. S. 98.)

Zusammenstellung der als zulässig erachteten Spannungszahlen.

Art der Spannung	Bezeichnung der Spannung	In Teil I begründet kg/qcm	α kg/qcm	β kg/qcm	γ kg/qcm	Größe der Sicherheit etwa: I	α	β	γ	Bemerkungen
Druckspannung im Beton bei Normalbeanspruchung.	σ_{bd}	30–35	35	15–20	vergl. die verlangten Sicherheitsgrade, welche z. T. denen unter β entsprechen	5	5	10	wie unter β	Vorausgesetzt ist bei I eine Würfelfestigkeit von 150–180 kg/qcm nach 28 Tagen [2]).
Zugspannung im Beton bei Normalbeanspruchung.	σ_{bz}	1–1,5	—	—		10	—	—	—	Eine derartige Beanspruchung kommt in der Praxis selten vor.
Druck-Biegungsspannung im Beton.	σ_{bd} / σ_b	40–50	40	35–40		8 [3])	8	5	3–5	Bei den Bestimmungen „γ" ist je nach der Überschüttungshöhe und Spannweite die Sicherheit
Zug-Biegungsspannung im Beton.	σ_z	2–3 (25) [1])	—	—		10	—	—	1,5–2,5 [5])	bei Biegung für Druck eine 3 bis 5 fache, für Zug eine 1,5 bis 2,5 fache.
Schubfestigkeit im Beton.	τ_b	2,5–5,0	4,5	4,5		10–5	5	5	wie unter β	Die Schubfestigkeit ist zu 25 kg/qcm i. M. gerechnet.
Druck- und Zugfestigkeit im Eisen.	σ_e	800–1000	1000	1200	800–1000	3–(4) [4])	2,7–4 [4])	2–3,5 [4])	3–4 [4])	Die Zahl 1200 bei „γ" ist nur bei Fußgänger-Brücken und leicht befahrenen Straßenbrücken sowie wenig erschütterten Bauteilen zugelassen.
Schubfestigkeit im Eisen.	τ_e	600–800	—	—	—	4	—	—	—	Über die Grösse von τ_e sind keine besonderen Bestimmungen getroffen; es ist zu 4/5 σ_e gerechnet.
Haftfestigkeit zwischen Beton und Eisen.	τ_h	4,5* 7,0**	7,5	4,5	—	5	3,5 bezw. 4,5	5–8	wie unter β	Die Haftfestigkeit ist zu 25 bezw. 35 kg/qcm i. M. gerechnet. * bei Normalbeanspruchung. ** bei Biegungsbeanspruchung.

[1]) Zu 25 kg/qcm kann etwa die nach Navier sich ergebende Zugfestigkeit bei Biegungsbeanspruchung gerechnet werden; dieselbe ist innezuhalten, wenn das Auftreten von Rissen — bei Berücksichtigung der Zugwirkung des Betons — nicht zu befürchten stehen soll; vergl. hierzu die später gegebene Rittersche Berechnungsmethode.

[2]) Bei einer Druckfestigkeit des Eisenbetons von 180–200 kg/qcm — wie dies bei α vorausgesetzt ist — ergibt sich bei 5facher Sicherheit σ_b zu 35–40 kg/qcm. Für Beton von höherer Druckfestigkeit (28 tägiger Erhärtung) als 180–200 kg/qcm sind entsprechend höhere Spannungszahlen zulässig, desgl. vom Eisen mit höherer Zugfestigkeit als 3800–4000 kg/qcm.

[3]) Vergl. die Ausführungen auf S. 42/43.

[4]) Je nachdem die Fließ- oder Bruchgrenze Berücksichtigung findet.

[5]) Eine 1,3 fache Sicherheit ist bei Fußgängerbrücken und leicht befahrenen Straßenbrücken gestattet.

Aus der Tabelle ergibt sich, daß die in Deutschland üblichen, zulässigen Spannungsgrößen eine ziemliche Übereinstimmung aufweisen; über die Abweichungen der Meinungen betreffend den höchsten zulässigen Wert für τ_h ist bereits auf den Seiten 70—72 das Wichtigste mitgeteilt worden. Bezüglich der Wahl von σ sei noch besonders im Anschlusse an die Ausführungen auf S. 51 hervorgehoben [1]), daß die Fließgrenze des Eisens für die Bemessung der vorhandenen Sicherheit maßgebend sein sollte, weil nach Überschreitung dieser Grenze die hohen Dehnungen des Eisens eine beträchtliche Erhöhung der Spannungen in diesem nicht mehr zulassen, hingegen eine schnelle Steigerung der Druckspannungen im Beton verursachen, oder zum Aufhören der Haftfestigkeit führen. Es erscheint also nicht angebracht, die Sicherheit der Eisenbetonkonstruktionen auf der Zugfestigkeit des Eisens aufzubauen; an ihre Stelle hat die Fließgrenze zu treten [2]), um so mehr als die Zerdrückung des Betons nach Erreichung dieser Grenze nur bei sehr starker, in der Praxis selten vorkommender Armierung — etwa über 1,5 v. H. — einzutreten pflegt.

Die Grenze der zulässigen Druckspannungen im Beton, gegenüber den Tabellenwerten heraufzusetzen stößt deshalb auf Bedenken, weil — wie Schüle [3]) nachgewiesen —

Es ist σ_{bd} bei Biegung und 300 kg Zement auf 1 cbm Beton bis zu 30 kg/qcm, bei Normalbeanspruchung bis zu 25 kg/qcm für ruhende, bis zu 20 kg/qcm für bewegliche Last zugelassen. Bei Anwendung umschnürten Betons können die letzteren Zahlen bis zu 50 bezw. 40 kg/qcm erhöht werden. Die Schubfestigkeit des Betons, desgl. die Haftfestigkeit sind ohne Unterschied der Konstruktionsart zu 2,5 kg/qcm anzunehmen. Vergl. hierzu: B. u. E. 1904, Heft III, S. 155.

4. Vorschriften für Gebäude aus Eisenbeton im Staate New-York (vergl. B. u. E. 1905, V, S. 293 u. D. B. Z. 1904, Nr. 3, S. 11). Der naß angemengte, 1 : 2 : 4 gemischte Beton soll nach 28 Tagen eine größere Würfeldruckfestigkeit als 141 kg/qcm aufweisen. Als zulässige Spannungen sind vorgeschrieben: Bei Biegung: $\sigma_{bd} = 35$, $\sigma_{bz} = 0$, $\tau_b = 3{,}5$, bei Normalbelastung: $\sigma_{bd} = 25$, $\sigma_e = 1120$, $\tau_e = 700$ kg/qcm.
5. Italienische Vorschriften für die Provinzen Ravenna und Ferrara. (Vgl. B. u. E. 1904, II, Seite 88.)

   Verlangt wird: $\sigma_e < 1000$ kg/qcm; $\tau_e < 800$ kg/qcm. Für den Beton ist eine fünffache Sicherheit gegenüber der Festigkeit nach 28 Tagen allgemein verlangt.
6. Vorschläge einer französischen Regierungskommission (vgl. B. u. E. 1903, IV, S. 227, desgl. 1903, I und 1902, II).

   Es wird empfohlen: $\sigma_e = 1000$ bis 1200 kg/qcm; bei Auftreten von Stößen ist eine Herabminderung auf 800 bis 1000 kg/qcm ratsam; $\sigma_{bd} < 25$ bezw. 30 kg/qcm, $\tau_b < 8$ kg/qcm.

[1]) Vergl. B. u. E. 1905, II, S. 41, Besprechung der deutschen Leitsätze.

[2]) Vergl. hierzu auch die Ausführungen von Schüle-Zürich im 10. Heft der Mitt. der eidgenoss. Materialprüfungsanstalt zu Zürich. S. 141.

„Die zulässigen Beanspruchungen im Eisen sind in bezug auf den erreichbaren Sicherheitsgrad in ihrem Verhältnisse zur Streckgrenze dieses Materials zu bemessen; bei den vorkommenden Werten von σ_e zwischen 1000 und 1200 kg/qcm und Streckgrenzen zwischen 2,7 und 3,2 t bei Flußeisen ist die größterreichbare Sicherheit die 2,2—3,2fache für die volle Totalbelastung. Beträgt das Eigengewicht beispielsweise die Hälfte der Totalbelastung, so wäre es möglich, die Nutzlast vor Eintreten des Bruches 3,4 bis 5,4 mal höher anzunehmen.

Diese Verhältnisse treten nur bei günstigerer Ausführung auf und werden bedeutend beeinträchtigt durch Belastung des Betons in noch ungenügend erhärtetem Zustand, ferner bei Verwendung ärmerer Mischungen dieses Materiales, durch oftmalige Wiederholungen von Belastungen und durch ungenügende Verankerung der Enden der Armierungsstangen. Nicht die Biegungsmomente in Balkenmitte sind dann für die definitive Zerstörung der Balken und Konstruktionsteile maßgebend, sondern die Scherkräfte. Der Sicherheitsgrad gegenüber der Totalbelastung für die angenommene, zulässige Beanspruchung im Eisen von 1000—1200 kg/qcm kann in solchen Fällen leicht auf 2 oder weniger herabsinken.

[3]) Vergl. die in Anm. 2 erwähnte Veröffentlichung.

die Druckspannungen im Beton während der Belastung nur wenig mit den nach den üblichen Verfahren ermittelten übereinstimmen, und ferner bleibende Formänderungen im Betonzuggurte, auch noch innerhalb der Streckgrenze, eine Zunahme der Druckspannungen im Druckgurte bewirken, welche bisher unberücksichtigt geblieben sind; schließlich zeigt Schüle, daß auch eine oftmalige Wiederholung der Belastung eine weitere Erhöhung der Druckspannung im Beton zur Folge hat.

Bei den Brucherscheinungen einer Eisenbetonkonstruktion pflegt man die folgenden 4 (oder 3[1]) Phasen zu unterscheiden, vor allem wichtig für die, den einzelnen Stadien entsprechende, Bemessung des Verhältnisses der Elastizitätszahlen $n = \frac{E_e}{E_{bd}}$.

In der ersten Phase — I — mit der ersten Beanspruchung des Verbundes beginnend, kann man bei geringer Spannung und zwar sowohl in der gezogenen als in der gedrückten Faser eine annähernde Gleichheit der Werte von E_{bd} und E_{bz} voraussetzen; hierbei tritt der volle Betonquerschnitt zur Wirkung. Erreicht die Zugspannung im Beton die Grenze von 15 bis 20 kg/qcm, so gelangt man zu Phase IIa, innerhalb welcher bei größerer Zugbeanspruchung der Wert von E_{bz} bis auf 0 herabfällt. Entstehen weiter im gezogenen Teile des Querschnittes die ersten Risse im Beton, so gelangt man zu Phase IIb. Hier kann die Zugfestigkeit des Betons nicht mehr ausgenützt werden, wenn auch der Beton — wie Versuche gezeigt haben — trotz der Risse, sich noch an der Kraftübertragung beteiligt.

Steigt die Spannung im Eisen weiter und erreicht hier die Fließgrenze, so beginnt das Stadium III, welches in der Folge zur Bruchphase IV führt.

Wie schon vorerwähnt, steigt mit Erreichung der Fließgrenze die Spannung im Eisen in der Regel sehr wenig, im Beton sehr erheblich.

Als grundlegend für die statische Berechnung wird in der Regel die Phase IIb angenommen, also davon ausgegangen, daß der Beton, in der Zugzone bereits überanstrengt und spannungslos sei, also keine statische Arbeit mehr verrichten könne. Daneben wird aber auch Phase IIa — z. B. von Ritter — als maßgebend betrachtet, und der Betonquerschnitt in der Zugzone so bemessen, daß die hier auftretenden Spannungen eine Rissebildung noch nicht befürchten lassen; weiter wird alsdann — der Sicherheit halber — auch die Spannung im Eisen, unter der Voraussetzung ermittelt, daß letzteres allein die gesamte Zugkraft aufzunehmen hat. In diesem Sinne sind auch die neuen Bestimmungen der Kgl. Eisenbahndirektion zu Berlin erlassen.

Abhängig von der Größe der Spannungen und demgemäß auch der Phase ist der Wert des Verhältnisses:

$$\frac{E_e}{E_{bd}}.$$

Wie im Teil I (S. 13) hervorgehoben, ist bei geringer Betonspannung, wie sie in Phase I, meist auch in Phase II noch vorhanden, die Größe von E_{bd} — im allgemeinen abhängig von der Beschaffenheit und dem Alter des Betons — für den Gesamtquerschnitt i. M. zu etwa 220000 kg/qcm anzunehmen; es ergibt sich mithin hieraus unter Einführung des Wertes von E_e bei Flußeisen von rund 2200000 kg/qcm eine Größe von

[1]) Vergl. u. a. die Durchbiegung und Einspannung von armierten Betonbalken von v. Emperger. B. u. E. 1902, IV. Teil. Hier werden die Phasen III u. IV zu einer, der des Bruchstadiums zusammengefaßt.

$$n=\frac{E_e}{E_{bd}}=\frac{2\,200\,000}{220\,000}=\text{rd. } 10^{1)}$$

maßgebend für den Druckgurt bezw. den normal auf Druck belasteten Gesamtquerschnitt. Für größere Spannungen wird E_{bd} immer kleiner, um nahe dem Bruche bis auf etwa 100000 kg/qcm herabzusinken. Hier ist mithin der Wert von

$$n=\frac{E_e}{E_{bd}}=\frac{2\,200\,000}{100\,000}=\text{rd. } 20$$

einzuführen [2]).

Von den in Deutschland erlassenen Vorschriften geben die preußischen Bestimmungen für den Hochbau n zu 15 an [3]). Diesem Vorgange schließen sich auch die Verbandsleitsätze an, indem sie besagen, daß der Elastizitätsmodul des Betons auf Druck als konstant derart anzunehmen sei, daß das Verhältnis von E_e und $E_{bd}=n=15$ wird, so daß demgemäß die Eisenquerschnitte mit dem 15fachen ihres wirklichen Wertes in Rechnung zu stellen sind. Rechnet man E_e zu rund 2200000 kg/qcm, so ergibt sich mithin die als feststehend zu betrachtende Größe von

$$E_{bd}=\frac{2\,200\,000}{15}=\text{rd. } 147000 \text{ kg/qcm.}$$

Vergleicht man diesen Wert mit den auf S. 11 mitgeteilten Mörschschen, für den Eisenbetonbau besonders bedeutsamen und angepaßten Zahlen für E_{bd} als Funktion der Spannung, so wird man erkennen, daß eine Größe $E_{bd}=147000$ kg/qcm. erst bei sehr hoher Druckbeanspruchung (über 60 kg/qcm.) eintritt, wie sie in der Praxis nicht üblich ist; ein ähnliches Ergebnis liefern auch die Probstschen Zahlen S. 12, bei denen ein E_{bd} von 147000 kg/qcm. einem Werte von $\sigma_{bd}=54$ kg/qcm entsprechend gefunden wurde. Da dem Mittelwerte der Druckspannung im Beton von 40 kg/qcm (nach Mörsch) bei 14% Wasser, einer Mischung von 1:3, sowie nach dreimonatlicher Erhärtung ein Wert von $E_{bd}=$ rund 221000 kg/qcm entspricht, so erscheint die Größe von $n=10$ der Praxis durchaus angepaßt; es ergibt sich dies auch weiter aus Ermittelungen von Schüle-Zürich [4]), die zeigen, daß $n=11$ im Beton für niedrige Lasten

---

1) Vergl. z. B. die Debatte über die deutschen Leitsätze in B. u. E. 1904, II, S. 107 Ausführungen von v. Thullie.

2) Den Wert von $n=20$ schreiben die provisorischen Schweizer Bestimmungen vor, vergl. u. a. D. B. Z. 1904, Nr. 2, S. 8 u. B. u. E. 1904, I, S. 28. „Die inneren Kräfte und Spannungen des auf Druck beanspruchten Eisens werden ermittelt, unter der Annahme, das Eisen nehme 20 mal größere Spannungen als der Beton auf." In den Erläuterungen zu den Bestimmungen wird ausgeführt, daß die Proben von auf Druck beanspruchten, armierten Konstruktionsteilen ein Verhältnis von etwa 1:11 zwischen den Spannungen im Eisen und Beton ergeben haben, daß aber der Beton infolge seines Schwindens bereits ziemlich hohe Anfangsdruckspannungen auf das Eisen überträgt, und es demgemäß zweckmäßig erscheine, diese Spannungen durch eine Erhöhung des Verhältnisses der inneren Kräfte im Eisen und Beton zu erhöhen.

Die hier vorgeschlagene Erhöhung von $n=11$ auf $n=20$ d. h. um fast 80% mit Rücksicht auf die Anfangsspannungen, erscheint unverhältnismäßig hoch, um so mehr als Anfangsspannungen, wie auf Seite 81 hervorgehoben, sich durch die Ausführung sehr herabmindern lassen und bisher in der Praxis zu keinerlei Bedenken Veranlassung gegeben haben. Es dürfte zweckmäßiger sein, wie auch in den vorhergehenden Ausführungen bemerkt, die Werte der zulässigen Spannung „σ_0" geringer zu bemessen und somit einer Überbelastung des Eisens entgegenzuwirken, um die nötige Sicherheit zu erreichen.

3) Vergl. II C. 1 dieser Leitsätze: „Das Elastizitätsmaß des Eisens ist zu dem fünfzehnfachen von dem des Betons anzunehmen, wenn nicht ein anderes Elastizitätsmaß nachgewiesen wird." — Zweckmäßiger dürfte es erscheinen, die für Flußeisen usw. ziemlich feststehende Zahl „E_e" als Ausgangspunkt zu wählen, und nach ihr E_{bd} als Bruchteil von E_e zu bestimmen.

4) Vergl. die Festigkeit und Formänderung von Verbundbalken von Prof. Schüle-Zürich, B. u. E. 1903, I, S. 33, sowie Schweizer Bztg. v. 29. XI. 1902.

zu kleine, für hohe Lasten zu große Spannungen ergibt, und der n = 11 entsprechende zweckmäßige Spannungswert etwa bei σ_b = 35 kg/qcm zu suchen ist. In gleichem Sinne schreiben auch die im Jahre 1906 erschienenen „Bestimmungen für das Entwerfen und die Ausführung von Ingenieurbauten in Eisenbeton im Bezirke der Eisenbahndirektion Berlin“ vor, daß das Elastizitätsmaß des Eisens zu dem Zehnfachen von dem des Betons anzunehmen ist; gleiches besagen auch die in der Anm. auf S. 98 angeführten französischen und italienischen Bestimmungen[1]), während die New-Yorker Vorschriften n = 12 empfehlen.

Ferner rechnet Considère je nach der Güte des Betons und der beim Einbringen desselben verwendeten Sorgfalt mit n = 8 bis 13, also im Mittel mit etwa 10, während Sanders in ausreichender Übereinstimmung mit dem v. Bach-Schüleschen Gesetze die nachfolgend zusammengestellten Größen von n durch Versuche mit einem 1 : 2 : 2 gemischten Beton ermittelt hat[2]). Auch aus der Tabelle ergibt sich die Berechtigung des Wertes n = 10.

Stadium des Versuches	Alter des Betons					
	1 Monat			3 Monat		
	Größe von			Größe von		
	E_e in kg/qcm	E_{bd} in kg/qcm	n rd.	E_e in kg/qcm	E_{bd} in kg/qcm	n
Anfang des Versuches . .	2 100 000	262 500	8	210 000	300 000	7
1/4 der Bruchbelastung . .	2 100 000	233 333	9	210 000	262 500	8
1/2 der Bruchbelastung . .	2 100 000	210 000	10	210 000	233 333	9
3/4 der Bruchbelastung . .	2 100 000	191 000	11	210 000	210 000	10

Es sei hervorgehoben, daß eine Änderung des Wertes von n, namentlich bei auf Biegung beanspruchten Konstruktionen, dann aber auch bei einer Normal-Belastung des Querschnittes, auf die Größe der Spannungen nicht den Einfluß ausübt, welchen man erwarten könnte; im besonderen wird die einer Vergrößerung von n über 10 hinaus entsprechende Spannungsvermehrung im Eisen wohl fast nie zu einer Änderung der Querschnittsteile führen. Bedenkt man, daß bei n = 10 bezw. = 20 die auftretenden Eisenspannungen bei einer Normalbeanspruchung das 10- bezw. 20fache der Betonspannungen sind, für diese aber Höchstwerte von rd. 35 kg/qcm als zweckmäßig bezeichnet werden, so ergeben sich die Höchstspannungen in Eisen zu 700 kg/qcm, erreichen also eine durchaus geringe Größe. An anderer Stelle (bei der statischen Berechnung) folgende praktische Beispiele werden wenigstens den für das Endergebnis nicht erheblichen Einfluß der Größe von n (= 10 bezw. = 15) noch besonders erweisen.

Nimmt man — wie vorerwähnt — an, daß die einzelnen Querschnitte des Eisenbetonkörpers auch nach Eintritt einer Biegung eben bleiben[3]),

[1]) Die französ. Vorschläge bestimmen, daß für die Berechnung der Tragfähigkeit von Säulen n = 10, bei Ermittelung der Bruchlast n = 20 zu nehmen ist.

[2]) Vergl. B. u. E. 1902, V, S. 23. Zugleich bestimmte Sanders auch die Werte von E_{bz} und fand sie bei Erhärtung von 1 Monat zu: 262 500, 77 777, 52 500, 38 200, sowie nach 3 Monaten zu 300000, 131 250, 77 777, 52 500 kg/qcm.

[3]) Da die Haftung des Eisens wirksam ist, kann der Querschnitt des Balkens tatsächlich nicht eben bleiben; er muß sich wölben. Vergl. hierzu die Ergebnisse der (unter der Leitung von v. Bach) ausgeführten Balkenuntersuchungen des Eisenbetonausschusses der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie. Versuche mit Eisenbetonbalken von v. Bach. Berlin 1907, S. 42, Ergebnis 2.

so werden sich die Dehnungen in den einzelnen Fasern wie ihre Abstände von der Spannungsnullinie verhalten. Überläßt man ferner die Aufnahme der Zugkraft ausschließlich der Eiseneinlage, so wird sich in Berücksichtigung der Abb. 24 — in welcher AB und A′ B′ zwei nach der Biegung gegeneinander verschobene Nachbarquerschnitte darstellen, die Gleichung ergeben:

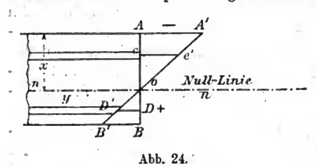


Abb. 24.

$$1)\ \frac{\alpha_b}{\alpha_e} = \frac{A\,A'}{D\,D'} = \frac{x}{y}.$$

Hierin stellen dar:

A A′ die größte negative Dehnung in den äußersten Betonfasern $= \alpha_b$,
D D′ die positive Dehnung in der Eiseneinlage $= \alpha_e$.
x und y sind die zugehörenden Abstände dieser Fasern von der Nullinie.

Nach dem v. Bach-Schüleschen Potenzgesetze ist ferner, bei Setzung des Exponenten m = rund 1:

$$2)\ \alpha_b = \frac{\sigma_{bd}}{E_{bd}},$$ während für Eisen die Beziehung:

$$3)\ \alpha_e = \frac{\sigma_e}{E_e}$$ Gültigkeit hat.

Setzt man die Werte der Gleichungen 2) und 3) in 1) ein, so ergibt sich:

$$4)\ \frac{\alpha_b}{\alpha_e} = \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_e} \cdot \frac{E_e}{E_{bd}} = \frac{x}{y},$$ oder unter Ersetzung des Wertes $\frac{E_e}{E_{bd}}$ durch „n“:

$$5)\ \frac{\sigma_{bd}}{\sigma_e} . n = \frac{x}{y}$$ oder:

$$6a)\ \sigma_{bd} = \frac{\sigma_e}{n}\,\frac{x}{y} = \frac{\sigma_e}{10}\,\frac{x}{y}$$

$$6b)\ \sigma_e = n\,\sigma_{bd}\,\frac{y}{x} = 10\,\sigma_{bd}\,\frac{y}{x},$$

ein Hauptgesetz der auf Biegung beanspruchten Verbundkörper.

Schließlich seien die allgemeinen Bestimmungen der in Deutschland geltenden Vorschriften im Wortlaut angeführt, soweit sie sich auf die Grundlagen der statischen Berechnung beziehen. Die vorstehenden Ausführungen entsprechen in ihren wesentlichsten Punkten den nachfolgenden Leitsätzen.

A. Verbandsleitsätze.

„Die inneren Kräfte und Spannungen im Beton werden ermittelt unter der Voraussetzung homogenen Materials. Der Elastizitätsmodul des Betons auf Druck „E_b“ wird als konstant derart angenommen, daß das Verhältnis des Elastizitätsmoduls des Eisens zu dem des Betons $\frac{E_e}{E_b} = n = 15$ wird, so daß demnach die Eisenquerschnitte mit dem 15 fachen ihres wirklichen Wertes in Rechnung zu stellen sind.

Die Ermittelung der inneren Kräfte und Spannungen des auf Zug beanspruchten Eisens erfolgt unter der Voraussetzung, daß die auftretenden Zugspannungen sämtlich vom Eisen aufgenommen werden müssen, die Zugfestigkeit des Betons somit außer acht bleibt.

B. Preußische Bestimmungen für Hochbauten.

„Das Elastizitätsmaß des Eisens ist zu dem 15 fachen von dem des Betons anzunehmen, wenn nicht ein anderes Elastizitätsmaß nachgewiesen wird.

Die Spannungen im Querschnitte des auf Biegung beanspruchten Körpers sind unter der Annahme zu berechnen, daß sich die Ausdehnungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten und daß die Eiseneinlagen sämtliche Zugkräfte aufzunehmen vermögen.

Schubspannungen sind nachzuweisen, wenn Form und Ausbildung der Bauteile ihre Unschädlichkeit nicht ohne weiteres erkennen lassen. Sie müssen, wenn zu ihrer Aufnahme kein Mittel in der Anordnung der Bauteile selbst gegeben sind, durch entsprechend gestaltete Eiseneinlagen aufgenommen werden.

Die Eiseneinlagen sind womöglich so zu gestalten, daß die Verschiebung gegen den Beton schon durch ihre Form verhindert wird. Soweit dies nicht geschieht, ist die Haftspannung rechnerisch nachzuweisen."

C. Bestimmungen der Eisenbahndirektion Berlin für Ingenieurbauten.

„Wirkliche Risse dürfen nicht auftreten. Zu dem Zwecke werden die Querschnitte so gewählt, daß sie nicht nur den Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten (vom 16. IV. 04) im allgemeinen genügen, sondern daß auch die berechneten Zugspannungen im Beton sich so mäßig ergeben, daß das Eintreten wirklicher Risse ausgeschlossen wird. Früher war man allgemein der Ansicht, Beton würde durch Bewehrung mit Eisen befähigt, bis zum Auftreten von Rissen größere Dehnungen zu ertragen, als ohne Bewehrung. Nach neueren Versuchen muß man indessen in der Praxis damit rechnen, daß die Dehnungen, bei denen die ersten Risse eintreten, bei bewehrtem Beton gar nicht oder nur unbedeutend höher ausfallen als bei unbewehrtem Beton. Der Sicherheit halber wurde hier zugrunde gelegt, daß in beiden Fällen die fraglichen Dehnungen und somit auch die im Beton auftretenden Zugspannungen gleich sind. Das Elastizitätsmaß des Eisens ist zu dem 10fachen von dem des Betons anzunehmen, wenn nicht ein anderes Elastizitätsmaß nachgewiesen wird. Die Spannungen im Querschnitte des auf Biegung beanspruchten Körpers sind unter der Annahme zu berechnen, daß sich die Ausdehnungen und die Spannungen wie die Abstände von der Nulllinie verhalten und daß a) die Einlagen sämtliche Zugkräfte aufzunehmen vermögen, und daß b) der Beton sich auch an der Aufnahme der Zugkräfte voll beteiligt. Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen soll die Druckspannung des Betons σ_{bd}, den m ten Teil von seiner Druckfestigkeit, die Zugspannung des Betons σ_{bz} den s ten Teil der Zugfestigkeit, sowie die Zug- und Druckspannung des Flußeisens die nachfolgend angegebenen Werte σ_e nicht übersteigen.

a) bei Gleisunterbauten mit Spannweiten L unter und bis 5,0 m:

$$\sigma_e = 800 \text{ kg/qcm}$$

und bei folgenden Abmessungen der Bettungshöhe h

a) $h = 0{,}15$ m; $m = 5{,}0$ $s = 2{,}5$
b) $h = 0{,}50$ m; $m = 4{,}0$ $s = 2{,}0$
c) $h \geq 0{,}80$ m; $m = 3{,}0$ $s = 1{,}5$.

Bei Gewölben kann für die vom Scheitel entfernter liegenden und tiefer eingebetteten Teile s bis auf 2,0 oder bis auf 1,5 ermäßigt werden.

b) Bei Gleisunterbauten mit Spannweiten L gleich oder über 20,0 m, sowie allgemein für Straßenbrücken mit Lastwagenverkehr:

$$\sigma_e = 1000 \text{ kg/qcm}.$$

und bei folgenden Abmessungen der Höhe h bezw. der Fahrbahnhöhe H.

$h = 0{,}15$ m bzw. $H \leq 0{,}15$ m; $m = 4{,}0$; $s = 2{,}0$
$h \geq 0{,}50$ m „ $H \geq 0{,}40$ m; $m = 3{,}0$; $s = 1{,}5$.

Für Stoßwirkungen sind bei Steinpflaster 10 v. H. zur rechnungsmäßigen Verkehrslast zuzuschlagen.

c) Für Fußgängerbrücken, berechnet mit 500 kg/qm bewegter Last, und bei Straßenbrücken mit so leichtem Verkehr, daß die Belastung mit 500 kg/qm bewegter Last ausreicht, bei Futtermauern, Wasserbehältern u. dergl. sowie überhaupt bei mäßig belasteten Bauteilen auf dem Gebiete des Bauingenieurwesens:

$$\sigma_e = 1200 \text{ kg/qcm}; \; m = 3{,}0; \; s = 1{,}3. -$$

(Hierbei wird unter „h" das Maß von Unterkante Eisenbahnschwelle, unter H die Entfernung vonStraßenfahrbahnoberkante bis Oberkante des Eisenbetontragwerkes verstanden).

„Gemäß den neueren Erfahrungen wird sowohl bei auf Druck als auch bei auf Biegung beanspruchten Teilen auf Anwendung einer reichlichen Anzahl von Querbügeln Wert gelegt; hat sich doch z. B. der Einfluß von 1 kg Eisen in den Bügeln hinsichtlich der Erhöhung der Widerstandsfähigkeit eisenbewehrter Betonsäulen bedeutend größer erwiesen, als derjenige von 1 kg Eisen in den Stangen.

§ 13.

Die äußeren Kräfte der Balkenträger.

Bei einem frei aufliegenden Träger auf zwei Stützpunkten kann die Belastung eine über den ganzen Träger verteilte oder auch nur auf einzelne Abschnitte dieses sich ausdehnende sein. Die Art der Belastung kann hierbei eine gleichmäßige sein oder durch eine Anzahl von Einzellasten gebildet werden.

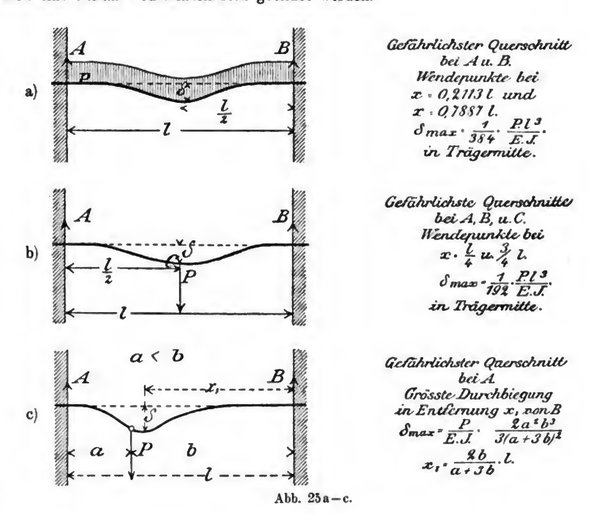


Abb. 25a–c.

Bei einer gleichmäßigen Belastung des l m weit gestützten Balkens mit einer Belastung von p für 1 lfm. ist das größte Moment — in Balkenmitte auftretend — $\frac{pl^2}{8}$, die größte Querkraft — der Auflagerdruck $= \frac{pl}{2}$. Liegen feststehende Einzellasten vor, oder findet nur eine Teilbelastung des Trägers statt, so sind die auftretenden Momente und Querkräfte entweder rechnerisch nach Auffindung der Auflagerdrücke zu bestimmen, oder graphisch mit Hilfe eines Seil- und Kraftecks zu ermitteln. Das letztere gilt bezüglich der Momente auch für verschiebliche Lasten, während die Querkräfte hier am zweckmäßigsten mit Hilfe des „A-Polygons" bestimmt werden. Wegen der Einzelheiten dieser Verfahren sei auf die einschlägigen Werke der Statik verwiesen.

Kann der Balken als an den Auflagerpunkten unwandelbar eingespannt gelten, so treten an den Auflager-(Einspannungs-)Punkten negative Momente auf, deren Größe — vergl. Abb. 25a — bei einer gleichmäßigen Belastung mit p für je 1 lfm:

a) $M_{-max} = -\frac{pl^2}{12}$ ist, bezw. bei den Belastungsfällen der Abb. 25b und c für eine Einzellast

b) in Balkenmitte durch:

$$M_{-max} = -\frac{Pl}{8},$$

c) im Abstande $a < b$ vom linken Einspannungspunkte durch

$$M_{-max} = -P \cdot \frac{ab^2}{l^2}$$

gegeben ist.

Die größten positiven Balkenmomente in Trägermitte bei a und b, bezw. in c (im Angriffspunkte von P, Abb. 25c) sind:

a') $M_{+max} = +\frac{pl^2}{24}$.

b') $M_{+max} = +\frac{Pl}{8}$.

c') $M_{+max} = +\frac{2\,P\,a^2 \cdot b^2}{l^3}$.[1]

Die zu den 3 Belastungsfällen gehörenden **Auflagerkräfte** sind:

a'') $A = B = \frac{pl}{2}$.

b'') $A = B = \frac{P}{2}$.

c'') $\left\{ \begin{array}{l} A = P\,\frac{(3a + b)\,b^2}{l^3} \\ B = P\,\frac{(a + 3b)\,a^2}{l^3}. \end{array} \right.$

Wegen weiterer statischer Verhältnisse, im besonderen der größten Durchbiegung und der Lage der Nullpunkte sei auf die Abb. 25a—c (sowie die Werte der Statik) verwiesen.

In der Praxis des Eisenbetonbaus kommen frei aufliegende Balken oder Platten selten vor; fast stets ist hier die Platte mit dem Träger, der Balken mit Unterzügen und Säulen durch die Monolithät der Bauart, durch das Ineinandergreifen der Eisen, das Aneinanderbinden des Betons usw. mehr oder weniger fest verbunden. Diese Anschlüsse sind aber in der Regel nicht so vollkommen unwandelbar, daß man mit einer festen Einspannung der Konstruktionsteile rechnen könnte, wenn sich auch erst bei höheren Belastungen und nicht sehr weit von der Bruchgrenze deutliche Verdrehungen, meist verbunden mit einem Abheben des Balkens von der Lagerfläche, zu zeigen pflegen. Man ist deshalb in der Praxis dazu übergegangen, einen sogenannten **halb eingespannten Auflagerzustand** anzunehmen und das Moment in der Trägermitte zu

$$+\frac{pl^2}{10} \text{ bezw. } +\frac{Pl}{5},$$

---

[1]) Wird $a = b = \frac{l}{2}$ so geht die Gleichung c') über in die Form:

$$M_{max} = +2\,P \cdot \frac{\frac{l^2}{4} \cdot \frac{l^2}{4}}{l^3} = \frac{2\,Pl^4}{l^3 \cdot 16} = \frac{1}{8}\,Pl, \text{ wie in b') angegeben.}$$

also zwischen den Werten: $\frac{pl^2}{8}$ und $\frac{pl^2}{24}$, bezw. $\frac{Pl}{4}$ und $\frac{Pl}{8}$ beim einfachen bezw. vollkommen eingespannten Balken zu rechnen. In gleicher Weise wird das Moment am Auflager, zwischen den Grenzen: 0 (einfacher Balken) und $-\frac{pl^2}{12}$ bezw. $-\frac{Pl}{8}$ (bei Einspannung) liegend zu:

$$-\frac{pl^2}{8} \text{ bezw. } -\frac{Pl}{5}$$

angenommen[1]). In gleichem Sinne wird auch hier die größte Durchbiegung in Trägermitte bei gleichmäßiger Lastverteilung (p für 1 lfm.) nur zu:

$$\delta_{max} = \frac{3}{384} \cdot \frac{pl^4}{E_b\, J}$$

gerechnet, im Gegensatz zum einfachen Balken $\left(\frac{5}{384} \ldots\right)$ und dem eingespannten Zustande $\left(\frac{1}{384} \ldots\right)$

Da es nicht sicher erscheint, daß eine nicht vollkommene Einspannung, wie sie beim Eisenbetonbau in der Regel vorliegt, ihre Wirkung auf die Querschnitte nach der Trägermitte zu in ausreichender Weise erstreckt, so dürfte es sich empfehlen, bei Berechnung der in Trägermitte zu erwartenden **Bruchlast,** aber auch nur in diesem äußersten Falle die Bruchspannungen nach $\frac{pl^2}{8}$ zu rechnen. Geht der Träger über mehrere Stützen

---

[1]) von Emperger gibt in B. u. E. 1902 (I. Jahrgang — neuere Bauweisen und Bauwerke aus Beton und Eisen) IV. Teil die Momenten-Werte für eine Halbeinspannung an zu: $\frac{ql^2}{24}$ und $\frac{ql^2}{12}$ in Balkenmitte bezw. am Auflager. An Stelle der letzteren Zahlen sind später die Werte $\frac{ql^2}{12}$ und $\frac{ql^2}{10}$ getreten. Von manchen Verwaltungen (vergl. z. B. die New-Yorker Bestimmungen in D. B. Z. 1904, Nr. 4, S. 11) wird vorgeschrieben, daß Balken und Träger nur als frei aufliegend betrachtet werden dürfen, und auch eine Ermäßigung des Angriffsmomentes bei kontinuierlich durchgeführten Balken nicht statthaft ist; Nur für durchgehende Platten kann eine Herabsetzung von M bis $\frac{pl^2}{10}$ erlaubt werden. Die Preußischen Bestimmungen über die Verwendung des Eisenbetons im Hochbau besagen über diese Frage:

Bei Platten, die über mehrere Felder durchgehen, darf das Biegungsmoment in den Feldmitten zu vier Fünfteln des Wertes angenommen werden, der bei einer, auf 2 Stützen frei aufliegenden Platte vorhanden sein würde, falls nicht die wirklich auftretenden Momente und Auflagerkräfte rechnerisch oder durch Versuche nachgewiesen werden.

Dieselbe Regel gilt auch für Balken, Plattenbalken und Unterzüge, jedoch mit der Ausnahme, daß ein Einspannungsmoment nicht in Rechnung gestellt werden darf, wenn nicht besondere bauliche Anordnungen zur sicheren Einspannung getroffen werden.

In ähnlicher Weise verlangen die Verbandsbestimmungen, daß, sofern für die Einspannung und Kontinuität von Deckenplatten und Balken die erforderlichen Voraussetzungen vorhanden sind, die an den Auflagern auftretenden Biegungsmomente bei Bemessung der Auflagerquerschnitte durch Anordnung der Eiseneinlagen nahe der gezogenen Oberfläche berücksichtigt werden müssen.

„Wird für kontinuierliche Balken oder Platten eine Berechnung auf Kontinuität nicht durchgeführt, oder bei letzteren eine Einspannung zwischen Trägern oder Mauern nicht nachgewiesen, so dürfen bei gleicher Feldweite und gleichförmig verteilter Last die Momente über den Auflagern nicht kleiner als $\frac{pl^2}{8}$, und in Feldmitte nicht kleiner als $\frac{pl^2}{10}$ angenommen werden. Bei ungleicher Feldweite bezieht sich $\frac{pl^2}{8}$ für das Stützenmoment auf die größte Feldweite. Eine Einspannung von Balkenenden in Mauern ist in den wenigsten Fällen vorhanden und soll daher unberücksichtigt bleiben, sofern nicht besondere, konstruktive Anordnungen eine Einspannung der Enden gewährleisten. In diesem Falle ist die Möglichkeit der Einspannung durch Rechnung nachzuweisen."

durch, so ist es durchaus zweckmäßig, ihn als kontinuierlichen Balken zu berechnen, wenn auch die Art seiner Auflagerung in der Regel den statischen Voraussetzungen nicht angepaßt ist. Man erreicht bei dieser Berechnungsart, besonders der mit Hilfe der Drittelspunkte durchgeführten graphischen Methode den Vorteil, daß der Verlauf der positiven und negativen Momente über die ganze Trägerlänge — wenigstens annähernd — bestimmt und deren Grenzwerte gefunden werden können, somit auch darüber ein Aufschluß gegeben wird, an welchen Stellen im Untergurte bei positivem Momente, im Obergurte bei negativem Momente Zugspannungen auftreten, mithin die Einlage von Eisen unbedingt notwendig ist; ganz besonders kann hier auch der Einfluß verfolgt werden, welchen die Belastung einzelner Öffnungen auf die Momente der anschließenden Felder ausübt.

Es sei jedoch hervorzuheben, daß gerade bei Eisenbetonbauten infolge der mehr oder weniger festen Einspannung der Träger über den mittleren Stützen, Pfeilern usf. die Grundlagen, der normalen, statischen Berechnung — welche hierselbst eine bewegliche Lagerung voraussetzt — in der Regel um so weniger vorhanden sind, je weiter gespannt und wichtiger das Bauwerk ist. Es wird deshalb, im besonderen bei über mehreren Stützen durchgehenden Brückenträgern aus Eisenbeton, eine genauere Berechnungsmethode nicht zu umgehen sei. Dieselbe wird sowohl auf die Elastizität der stützenden, meist dünnen Wandpfeiler, als auch auf die Veränderung der Momente am Träger nahe der Einspannungsstelle Rücksicht zu nehmen haben. Der Gang der hier einzuschlagenden Berechnung ist durch die Untersuchungen von Prof. Ritter vorgezeichnet, welche dieser im dritten Teile seiner Anwendungen der graphischen Statik — Kapitel V — „der kontinuierliche Balken auf elastisch drehbaren Stützen" veröffentlicht hat[1]).

Da eine derartige, genauere Berechnung jedoch vorwiegend für den Brückenbau Bedeutung hat, so soll auf sie in einem weiteren, diesem Gebiete des Eisenbetonbaues sich besonders widmenden Fortschrittshefte eingegangen werden; hierselbst wird ein der Praxis entlehntes Zahlenbeispiel einer Balkenbrücke über 5 Öffnungen unter Anwendung der Ritterschen Theorie ausführlich durchgerechnet werden. In den nachfolgenden Ausführungen ist deshalb auch nur auf die einfacheren — für die Praxis immerhin mit bestem Vorteil zu verwendenden — Annäherungsmethoden eingegangen.

Zeigen alle von dem durchgehenden Träger überspannten Öffnungen gleiche Weiten, und ist sowohl die Eigengewichts- als auch die Verkehrsbelastung gleichförmig verteilt und überall gleich groß, sind ferner die Stützen alle gleich hoch, so kann man zur Berechnung der auftretenden Momente und Querkräfte von den sogenannten Winklerschen Zahlen[2]) Gebrauch machen. Dieselben sind in den nachfolgenden tabellarischen Zusammenstellungen enthalten, und führen zu Ergebnissen, welche für die Praxis — unter den angegebenen Voraussetzungen — ausreichende Genauigkeit aufweisen. Die Zusammenstellungen beziehen sich auf Träger, welche über 2, 3 und 4 Felder hindurchgehen; eine noch weitere Ausdehnung der Tabelle erscheint nicht notwendig, weil es auch bei größerer Stützenanzahl für die Praxis durchaus genügt, mit den Zahlen für Träger über 4 Öffnungen — also mit 5 Stützen — zu rechnen, da bei mehr als 4 Öffnungen die Endfelder näherungsweise wie die erste, die mittleren Felder wie die zweite Öffnung des kontinuierlichen Trägers über 4 Öffnungen gerechnet werden können[3]).

---

[1]) Vergl. in dem obengenanntem Werke — Zürich 1900, Verlag von A. Raustein — S. 125—146. In einem Nachtrage zu diesem Bande ist auch die Theorie der Elastizitätsellipsen gegeben, welche zur Berechnung der elastischen Pfeiler führt — vergl. S. 259 u. folg.

[2]) Vergl. u. a. Vorträge über Brückenbau von Winkler. Heft I, 1873.

[3]) Wegen weiterer Tabellen, auch bei ungleichen Öffnungen, vergl. die vorstehend angegebene Quelle.

Tabellen für die Momente und Querkräfte durchgehender Träger.

a) 2 Felder (3 Stützen).

$\frac{x}{l}$ =	Querkraft		
	Einfluß von g	Einfluß von p	
	Q	max (+ Q)	max (— Q)
		+	—
0	+ 0,375	0,4375	0,0625
0,1	+ 0,275	0,3437	0,0687
0,2	+ 0,175	0,2624	0,0874
0,3	+ 0,075	0,1932	0,1182
0,375	0	0,1491	0,1491
0,4	— 0,025	0,1359	0,1609
0,5	— 0,125	0,0898	0,2148
0,6	— 0,225	0,0544	0,2794
0,7	— 0,325	0,0287	0,3537
0,8	— 0,425	0,0119	0,4369
0,9	— 0,525	0,0027	0,5277
1	— 0,625	0	0,6250
	gl	pl	pl

$\frac{x}{l}$ =	Moment		
	Einfluß von g	Einfluß von	
	M	max — M)	max (+ M)
		—	+
0	0	0	0
0,1	+ 0,0325	0,00625	0,03875
0,2	+ 0,0550	0,01250	0,06750
0,3	+ 0,0675	0,01875	0,08625
0,4	+ 0,0700	0,02500	0,09500
0,5	+ 0,0625	0,03125	0,09375
0,6	+ 0,0450	0,03750	0,08250
0,7	+ 0,0175	0,04375	0,06125
0,75	0	0,04688	0,04688
0,8	— 0,0200	0,05000	0,03000
0,85	— 0,0425	0,05773	0,01523
0,9	— 0,0675	0,07361	0,00611
0,95	— 0,0950	0,09638	0,00138
1	— 0,1250	0,12500	0
	gl²	pl²	pl²

Stützendrücke: max $D_0 = 0,3750$ gl + 0,4375 pl, über der ersten und letzten Stütze.
max $D_1 = 1,25 (g + p)$ l, über der mittleren Stütze.

b) 3 Felder (4 Stützen).

	Querkraft		
	Einfluß von g	Einfluß von p	
	Q	max (+ Q)	max (— a)
I. Feld.		+	—
0	+ 0,4	0,4500	0,0500
0,1	+ 0,3	0,3560	0,0563
0,2	+ 0,2	0,2752	0,0752
0,3	+ 0,1	0,2065	0,1065
0,4	0	0,1496	0,1496
0,5	— 0,1	0,1042	0,2042
0,6	— 0,2	0,0694	0,2694
0,7	— 0,3	0,0443	0,3443
0,8	— 0,4	0,0280	0,4280
0,9	— 0,5	0,0193	0,5191
1	— 0,6	0,0167	0,6167
II. Feld.		+	—
0	+ 0,5	0,5833	0,0833
0,1	+ 0,4	0,4870	0,0870
0.2	+ 0,3	0,3991	0,0991
0,3	+ 0,2	0,3210	0,1210
0,4	+ 0,1	0,2537	0,1537
0,5	0	0.1979	0,1979
	gl	pl	pl

	Moment		
	Einfluß von g	Einfluß von p	
	M	max (— M)	max (+ M)
I. Feld.		—	+
0 1	0	0	0
0,1	+ 0,035	0,005	0,040
0,2	+ 0,060	0,010	0,070
0,3	+ 0,075	0,015	0,090
0,4	+ 0,080	0,020	0,100
0,5	+ 0,075	0,025	0,100
0,6	+ 0,060	0,030	0,090
0,7	+ 0,035	0,035	0,070
0,7895	+ 0,00414	0,03948	0,04362
0,8	0	0,04022	0,04022
0,85	— 0,02125	0,04898	0,02773
0,9	— 0,04500	0,06542	0,02042
0,95	— 0,07125	0,08831	0,01706
1	— 0,10000	0,11667	0,01667
II. Feld.		—	+
0 1	— 0.10000	0,11667	0,01667
0,05	— 0,07625	0,99033	0,01408
0,1	— 0,05500	0,06248	0,00748
0.15	— 0,03625	0,05678	0,02053
0,2	— 0.020	0,050	0,030
0,2764	0	0,050	0,050
0,3	+ 0.005	0,050	0,055
0.4	+ 0,020	0,050	0,070
0,5	+ 0,025	0,050	0,075
	gl²	pl²	pl²

St[illegible]drücke: max $D_0 = 0,40$ gl + 0,45 pl für die beiden äußeren Stützen.
max $D_1 = 1,1$ gl + 1,2 pl für die beiden inneren Stützen.

c) 4 Felder (5 Stützen).

	Querkraft		
	Einfluß von g	Einfluß von p	
	Q	max (+ Q)	max (– Q)
I. Feld.		+	—
0	+ 0,3929	0,4464	0,0535
0,1	+ 0,2929	0,3528	0,0599
0,2	+ 0,1929	0,2717	0,0788
0,3	+ 0,0929	0,2029	0,1101
0,3929	0	0,1498	0,1498
0,4	— 0,0071	0,1461	0,1533
0,5	— 0,1071	0,1007	0,2079
0,6	— 0,2071	0,0660	0,2731
0,7	— 0,3071	0,0410	0,3481
0,8	— 0,4071	0,0247	0,4319
0,9	— 0,5071	0,0160	0,5231
1	— 0,6071	0,0134	0,6205
II. Feld.		+	—
0	+ 0,5357	0,6027	0,0670
0,1	+ 0,4357	0,5064	0,0707
0,2	+ 0,3357	0,4187	0,0830
0,3	+ 0,2357	0,3410	0,1153
0,4	+ 0,1357	0,2742	0,1385
0,5	+ 0,0357	0,2190	0,1833
0,5357	0	0,2028	0,2028
0,6	— 0,0643	0,1755	0,2398
0,7	— 0,1643	0,1435	0,3078
0,8	— 0,2643	0,1222	0,3865
0,9	— 0,3643	0,1106	0,4749
1	— 0,4643	0,1071	0,5714
	gl	pl	pl

	Moment		
	Einfluß von g	Einfluß von p	
	M	max (— M)	max (+ M)
I. Feld.		—	+
0	0	0	0
0,1	+ 0,03429	0,00536	0,03964
0,2	+ 0,05857	0,01071	0,06929
0,3	+ 0,07286	0,01607	0,08898
0,4	+ 0,07714	0,02143	0,09857
0,5	+ 0,07143	0,02679	0,09822
0,6	+ 0,05572	0,03214	0,08786
0,7	+ 0,03000	0,03750	0,06750
0,7857	0	0,04209	0,04209
0,7887	— 0,00117	0,04225	0,04108
0,8	— 0,00571	0,04309	0,03738
0,85	— 0,02732	0,05216	0,02484
0,9	— 0,05143	0,06772	0,01629
0,95	— 0,07803	0,09197	0,01393
1,0	— 0,10714	0,12054	0,01340
II. Feld.		—	+
0	— 0,10714	0,12054	0,01340
0,05	— 0,08160	0,09323	0,01163
0,1	— 0,05857	0,07212	0,01455
0,15	— 0,03803	0,06340	0,02537
0,2	— 0,02000	0,05000	0,03000
0,2661	0	0,04882	0,04882
0,3	+ 0,00857	0,04821	0,05678
0,4	+ 0,02714	0,04643	0,07357
0,5	+ 0,03572	0,04464	0,08036
0,6	+ 0,03429	0,04286	0,07715
0,7	+ 0,02286	0,04107	0,06393
0,7896	+ 0,00416	0,03947	0,04363
0,8	+ 0,00143	0,04027	0,04170
0,8053	0	0,04092	0,04992
0,85	— 0,01303	0,04754	0,03451
0,9	— 0,03000	0,06105	0,03105
0,95	— 0,04947	0,08120	0,03173
1.0	— 0,07143	0.10714	0,03571
	gl^2	pl^2	pl^2

Stützendrücke: max $D_0 = 0{,}3929$ gl + 0,4464 pl.
max $D_1 = 1{,}1428$ gl + 1,2232 pl.
max $D_2 = 0{,}9286$ gl + 1,1428 pl.

D_0, D_1, D_2 sind die Stützendrücke vom Trägerende nach der Mitte zu.

Die Anwendung der Tabellen möge an dem nachfolgenden Zahlenbeispiel gezeigt werden.

Ein kontinuierlicher Träger von 16 m Gesamtlänge sei durch drei Stützen gestützt, und zwar in der Art, daß zwei gleiche Öffnungen von je 8,00 m Stützweite entstehen. Die Eigengewichtsbelastung betrage 500 kg für 1 lfm., die Verkehrslast sei zu dem doppelten Werte bemessen (1 t lfm.). Die größten und kleinsten Werte der Querkräfte und Momente sind zu berechnen und übersichtlich in einer Figur zusammenzustellen.

Es ergibt sich: gl = 0,5 . 8 = 4,0 t.
pl = 1,0 . 8 = 8,0 t.
gl^2 = 0,5 . 64 = 32 tm.
pl^2 = 1,0 . 64 = 64 tm.

Hieraus folgen die Querkräfte unmittelbar durch Multiplikationen mit den entsprechenden Zahlenwerten der Tabelle a. Die Rechnungsergebnisse sind nachfolgend zusammengestellt:

I. Querkräfte.

Abstand des Querschnittes vom Auflager	Querkraftsgröße infolge von Eigengewicht (gl = 4 t)	Größte positive Querkraft infolge vom Verkehr (p l = 8 t)	Größte negative Querkraft infolge vom Verkehr (p l = 8 t)
0,0 l	+ 0,375 . 4,0 t = + 1,5 t	0,4375 . 8,0 t = + 3,5 t	0,0625 . 8,0 t = − 0,5 t
0,1 l	+ 0,275 . 4,0 t = + 1,1 t	0,3475 . 8,0 t = + 2,75 t	0,0687 . 8,0 t = − 0,55 t
0,2 l	+ 0,175 . 4,0 t = + 0,7 t	0,2624 . 8,0 t = + 2,10 t	0,0874 . 8,0 t = − 0,70 t
0,3 l	+ 0,075 . 4,0 t = + 0,3 t	0,1932 . 8,0 t = + 1,55 t	0,1182 . 8,0 t = − 0,95 t
0,375 l	± 0,0 . 4,0 t = ± 0,00 t	0,1491 . 8,0 t = + 1,23 t	0,1491 . 8,0 t = − 1,23 t
0,4 l	− 0,025 . 4,0 t = − 0,1 t	0,1359 . 8,0 t = + 1,10 t	0,1609 . 8,0 t = − 1,29 t
0,5 l	− 0,125 . 4,0 t = − 0,5 t	0,0898 . 8,0 t = + 0,74 t	0,2148 . 8,0 t = − 1,72 t
0,6 l	− 0,225 . 4,0 t = − 0,9 t	0,0544 . 8,0 t = + 0,44 t	0,2794 , 8,0 t = − 2,25 t
0,7 l	− 0,325 . 4,0 t = − 1,3 t	0,0287 . 8,0 t = + 0,23 t	0,3537 . 8,0 t = − 2,86 t
0,8 l	− 0,425 . 4,0 t = − 1,7 t	0,0119 . 8,0 t = + 0,09 t	0,4369 . 8,0 t = − 3,50 t
0,9 l	− 0,524 . 4,0 t = − 2,10 t	0,0027 . 8,0 t = + 0,02 t	0,5277 . 8,0 t = − 4,22 t
1,0 l	− 0,625 . 4,0 t = − 2,50 t	0,00 . 8,0 t = ± 0,00 t	0,6250 . 8,0 t = − 5,00 t

Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in Abb. 26 zur Darstellung gebracht. Es ergibt sich die größte positive Querkraft = dem Auflagerdrucke an den Außenstützen zu: 1,5 + 3,5 = + 5,0 t, während die mittlere Stütze einen Druck bei totaler Belastung der beiderseitigen Öffnungen von (2,5 + 5,0) . 2 = 15 t erleidet. Dieselben Ergebnisse liefern auch die bei Tabelle a S. 108 angegebenen Formeln: D_0 = 0,375 . gl + 0,4375 . p l = 0,375 . 4 + 0,4375 . 8 = 5,0 t.

D_1 = 1,25 (g + p) l = 1,25 . (0,5 + 1,0) . 8 = 15 t.

II. Momente.

Abstand des Querschnittes vom Auflager	Momente infolge des Eigengewichts	Größte positive Momente infolge der Verkehrslast	Größte negative Momente infolge von Verkehrslast	Größtes positives Moment	Größtes negatives od. kleinstes positives Moment
0,0 l	± 0,00 . 32 = + 0,00 t.m.	0,00 . 64 t.m. = + 0,00 t.m.	0,00 . 64 t.m. = − 0,00 t.m.	± 0,00 t.m.	± 0,00 t.m.
0,1 l	+ 0,0325 . 32 = + 1,04 t.m.	0,03875 . 64 t.m. = + 2,48 t.m.	0,00625 . 64 t.m. = −0,427 t.m.	+ 3,52 „	+ 0,62 „
0,2 l	+ 0,0550 . 32 = + 1,76 t.m.	0,06750 . 64 t.m. = + 4,32 t.m.	0,01250 . 64 t.m. = − 0,80 t.m.	+ 6,08 „	+ 0,96 „
0,3 l	+ 0,0675 , 32 = + 2,16 t.m.	0,08625 . 64 t.m. = + 5,52 t.m.	0,01875 . 64 t.m. = − 1,2 t.m.	+ 7,68 „	+ 0,96 „
0,4 l	+ 0,0700 . 32 = + 2,24 t.m.	0,09500 . 64 t.m. = + 6,08 t.m.	0,02500 . 64 t.m. = − 1,6 t.m.	+ 8,32 „	+ 0,64 „
0,5 l	+ 0,0625 . 32 = + 2,00 t.m.	0,09375 . 64 t.m. = + 6,00 t.m.	0,03125 . 64 t.m. = − 2,0 t.m.	+ 8,00 „	± 0,00 „
0,6 l	+ 0,0450 . 32 = + 1,44 t.m.	0,08250 . 64 t.m. = + 5,30 t.m.	0,03750 . 64 t.m. = − 2,4 t.m.	+ 6,74 „	− 0,96 „
0,7 l	+ 0,0175 . 32 = + 0,56 t.m.	0,06125 . 64 t.m. = + 3,92 t.m.	0,04375 . 64 t.m. = − 2,8 t.m.	+ 4,42 „	− 2,24 „
0,75 l	+ 0,00 . 32 = + 0,00 t.m.	0,04688 . 64 t.m. = + 3,00 t.m.	0,04688 . 64 t.m. = − 3,0 t.m.	+ 3,00 „	− 3,00 „
0,80 l	− 0,0200 . 32 = − 0,64 t.m.	0,03000 . 64 t.m. = + 1,92 t.m.	0,05000 . 64 t.m. = − 3,2 t.m.	+ 1,28 „	− 3,84 „
0,85 l	− 0,0425 . 32 = − 1,36 t.m.	0,01523 . 64 t.m. = + 0,97 t.m.	0,05773 . 64 t.m. = − 3,7 t.m.	Das	− 5,06 „
0,90 l	− 0,0675 . 32 = − 2,16 t.m.	0,00611 . 64 t.m. = + 0,39 t.m.	0,07361 . 64 t.m. = − 4,7 t.m.	Moment	− 6,86 „
0,95 l	− 0,0950 . 32 = − 3,04 t.m.	0,00138 . 64 t.m. = + 0,09 t.m.	0,09638 . 64 t.m. = − 6,17 t.m.	ist stets	− 9,21 „
1,00 l	− 0,1250 . 32 = − 4,00 t.m.	0,00 . 64 t.m. = + 0,00 t.m.	0,12500 . 64 t.m. = − 8,00 t.m.	negativ.	−12,00 „

Aus der vorstehenden Tabelle der Momente, welche ebenfalls in Abb. 26 übersichtlich zusammengestellt sind, folgt, daß ein negatives Moment von dem Querschnitte 0,5 l an zu erwarten steht, während bis dahin, die positiven Momente stets überwiegen, sich aber auch von dort aus weiter bis zu der Fuge „0,8 . l"

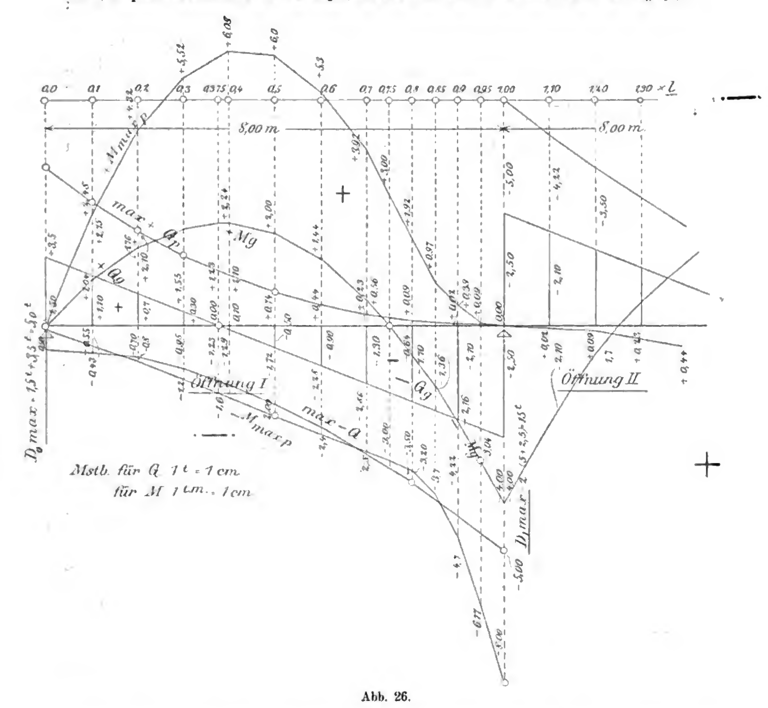


Abb. 26.

erstrecken können. Es wird demgemäß die Eiseneinlage im Untergurte sich bis zu $^8/_{10}$ einer jeden Öffnung, von der äußeren Stütze an gerechnet, zu erstrecken haben, während auf die Ausdehnung von $\frac{1}{2}$ nach rechts und links von der Mittelstütze eine Armierung im Trägerobergurte durch die negativen Momente bedingt ist.

Eine graphische, für den Eisenbetonbau gut geeignete, angenäherte Berechnungsart besteht in der Verwendung vereinfachter Biegelinien[1]). Ein Annäherungs-

[1]) Vergl. u. a. Mehrtens, Statistik der Baukonstruktionen und Festigkeitslehre. III. Teil, Zweiter Abschnitt, § 9. Durchgehende gerade Balkenträger auf unverschieblichen Stützpunkten. S. 351

weg kann auch hier nur gegangen werden, weil eine genaue Biegelinie nur gezeichnet werden kann, wenn alle Trägheitsmomente des Trägers gegeben, diese aber bei den Verbundbalken in der Regel noch nicht bekannt und zudem sehr verschieden sind; auch spricht hier mit, daß die Elastizitätszahl nicht konstant ist.

Vorausgesetzt wird, daß die Stützpunkte des Trägers unverschieblich sind und in gleicher Höhe liegen, und daß der Einfluß elastischer Stützenverschiebungen und von Temperaturspannungen vernachlässigt werden kann; auch sei die Stützung des durchgehenden Balkens — gleich wie bei Anwendung der Winklerschen Zahlen — an den Enden frei beweglich, das Moment hierselbst also zu Null angenommen. Alsdann ist bei n Stützen die Anzahl der überflüssigen — statisch unbestimmten — äußeren Größen

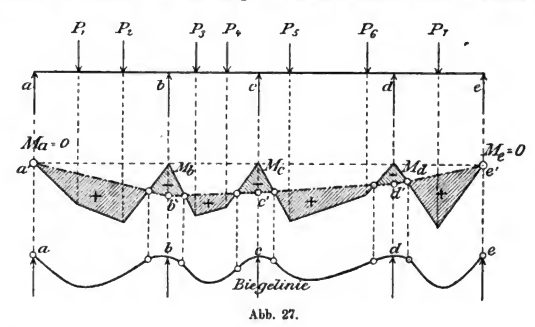


Abb. 27.

= (n-2), also gleich der Summe der über den Stützen auftretenden Biegungsmomente. Werden diese demgemäß als die statisch unbestimmten Größen aufgefaßt, und sind sie für irgend eine Art der Belastung ermittelt, so ist die gesamte Momentenfläche des durchgehenden Balkens aus den einfachen positiven Momentenflächen der einzelnen Trägeröffnungen abzuleiten; man braucht hierzu nur — Abb. 27 — die Stützenmomente — M_b, — M_c, — M_d, u. s. f. an den Stützen abzutragen, um durch den Schlußlinienzug a′ b′ c′ d′ . . . die Momentenfläche zu erhalten[1]). Stellt man sich mit Hilfe der letzteren eine einfache Biegelinie — Abb. 27 — dar, so werden die Wendepunkte dieser mit den Nullpunkten der Momentenlinie zusammenfallen, während die Biegelinie selbst im Bereiche der negativen Momente nach oben, soweit die positiven Momente gehen, nach unten zu konvex gebogen ist.

Zur Bestimmung dieser Nullpunkte bedient man sich — wie weiter unten gezeigt wird, der sogenannten Festpunkte bezw. der Drittelslinien[2]). Liegt der Träger an seinen Enden frei auf, so fallen die Lagerpunkte mit den Festpunkten zusammen; findet an

u. folg. Leipzig 1905, Wilhelm Engelmann, sowie Dr. W. Ritter, Anwendung der graphischen Statik. III. Der kontinuierliche Balken. Zürich 1900.

[1]) Wegen des Beweises für die Richtigkeit dieser Methode sei auf das in der vorausgehenden Anm. genannte Mehrtenssche Werk, Teil III, S. 353 verwiesen.

[2]) Vergl. die vorstehend angegebenen Quellen. Auf die Herleitung der Methoden kann hier naturgemäß nicht eingegangen werden.

den Enden eine Einspannung statt, so liegt der Festpunkt, abhängig von der Größe der Einspannung, im Endfelde selbst. Wird eine sogenannte Halbeinspannung — vergl. S. 105 angenommen, so pflegt man den ersten Festpunkt nahe dem Endlager in der Entfernung von $\frac{L}{6}$ von diesem anzunehmen, wenn L die Stützweite des ersten Feldes darstellt.

Ein jedes Feld besitzt zwei Festpunkte, die von links bezw. von rechts aus vorgehend zu finden sind; sie werden in der Folge, soweit sie von links aus bestimmt sind, also auch im linken Teile des Trägerfeldes liegen mit L_m, soweit ihre Ermittelung von rechts aus erfolgt ist, mit R_m bezeichnet, wobei m die Öffnungszahl darstellt.

Ist ein linker oder rechter Festpunkt in einem Felde gegeben, so wird der entsprechende linke oder rechte Festpunkt des nächstfolgenden Feldes folgendermaßen bestimmt. Gegeben sei L_5 in Öffnung 5. Man zieht, um L_6 zu finden — vergl. Abb. 28 —

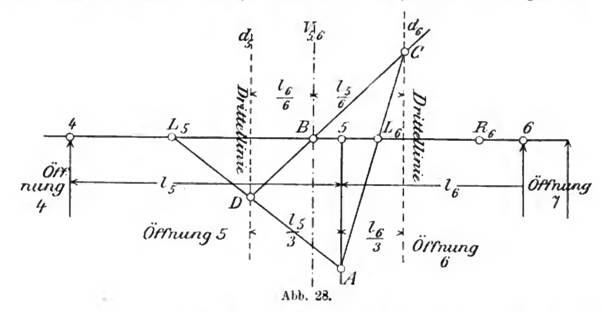


Abb. 28.

die Drittelslinie d_5 und d_6; durch Vertauschung von $1/3\ l_5$ und $1/3\ l_6$ ergibt sich die „verschränkte Stützensenkrechte „$V_{5 \cdot 6}$“, nach Ritter „die verschränkte Drittellinie“. Zieht man nun von L_5 aus die beliebige Grade L_5A, ferner die Linien DBC und CA, so ist Punkt L_6 der Festpunkt für die Öffnung 6. In gleicher Weise kann man vom rechten Trägerende — also von Öffnung 7 — vorgehend, R_6 bestimmen.

In jeder Öffnung eines durchgehenden Trägers gibt es also in der Trägerlinie zwei Festpunkte L und R. Dieselben sind — wie die Konstruktion mit Hilfe der Drittelpunkte zeigt — nur von den Verhältnissen der Stützweiten zueinander, nicht aber von der Art der Belastung der Öffnungen abhängig. Das Moment in einem Punkte L ist für alle Belastungen der rechts davon liegenden Öffnungen gleich Null, ebenso auch in einem Punkte R für alle Belastungen der links davon liegenden Öffnungen; es liegen mithin in den durch die Festpunkte verlaufenden Lotrechten — den Festlinien — Momenten-Nullpunkte und Wendepunkte der Biegelinie.

Unter Verwendung der Festpunkte werden die Stützenmomente in einem bestimmten, durch Lasten beanspruchten Felde folgendermaßen gefunden:

a) Die Öffnung sei gleichmäßig und voll belastet — Abb. 29. Die Momentenfläche des Feldes — als Träger auf zwei Stützen aufgefaßt, ist eine Parabel, deren Höhe bei einer gleichmäßigen Belastung von „q“ für 1 lfm $= \frac{ql^2}{8}$ ist. Verbindet man den Scheitel der Parabel mit den beiden Stützpunkten r_{67} und $r_{7 \cdot 8}$ — also z. B. den Stützpunkten

des siebenten Trägerfeldes — durch die Grade $r_{6\cdot7}s$ und $r_{7\cdot8}s$, bringt diese in x und y zum Schnitt mit den Festlinien, so schneidet die Gerade x y auf den Stützensenkrechten die Momente $M_{6\cdot7}$ und $M_{7\cdot8}$ ab. Zugleich wird ersichtlich, wie man für die Belastung mehrerer oder aller Öffnungen die Momentenfläche darstellen kann, indem man eine jede belastete Öffnung wie vorstehend behandelt und darauf für jeden Stützpunkt alle erhaltenen Stützenmomente unter Berücksichtigung der Vorzeichen addiert.

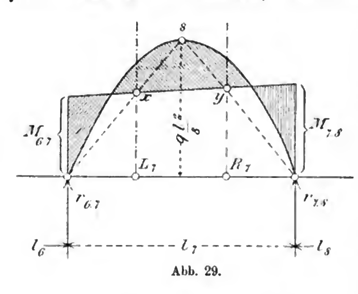


Abb. 29.

Sind für die Belastung eines Feldes die den Stützen dieses entsprechenden Momente gefunden, so sind auch für die übrigen Öffnungen — für die gegebene Belastung — die Momente bestimmt, vergleiche hierzu die Abb. 30 a, b, c, die ohne weiteres nach dem Vorangehenden verständlich sein dürften. Vom rechten Stützenmomente her sind hierbei — wie auf Seite 113 angegeben — nach

Die Momentenlinie von Feld III aus: ——
" " " IV " —·—

Abb. 30 a—c.

rechts gehend die R-Festpunkte, vom linken ausgehend nach links zu die L-Festpunkte zu benutzen.

b) Für eine wandernde Einzellast ist die Momentenfläche der betreffenden Öffnung, als Träger auf zwei Stützen betrachtet, ein einfaches Dreieck — vergl. Abb. 31 — und auf eine der bekannten Arten zu finden. Die Momentenfläche des durchgehenden Trägers wird nun dadurch bestimmt, daß man vom Lastpunkte aus in der Trägerachse

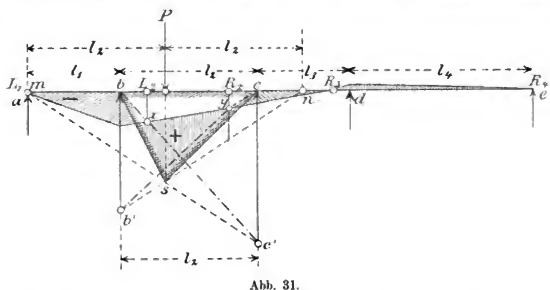


Abb. 31.

nach rechts und links die Größe der belasteten Öffnung $= l_2$ in Abb. 31 — abträgt, alsdann die Geraden ms und ns zieht, welche auf den, das Feld begrenzenden Stützensenkrechten die Punkte c′ und b′ liefern; b′c und c′b ergeben schließlich in ihren Schnittpunkten mit den Festlinien durch L_2 und R_2 die Punkte x und y, welche die Stützenmomente und die Linie des Momentenpolygons in seinem weiteren Verlaufe bestimmen.

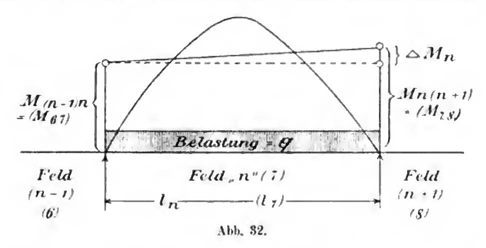


Abb. 32.

Im übrigen ist die Methode der unter a erwähnten und durch die Abb. 30a—c erläuterten durchaus entsprechend.

Die **Auflagerdrücke** an den ein Feld begrenzenden Stützen — A_l und A_r — haben bei gleichmäßiger Belastung (q für 1 lfm Träger) des Feldes die folgenden Werte:

$$A_{ln} = \frac{1}{2} q_{ln} + \frac{M_{(n-1)n} - M_{n(n+1)}}{l_n} = \frac{1}{2} q l_n - \frac{\Delta M_n}{l_n}$$

$$A_{rn} = \frac{1}{2} q l_n + \frac{M_{n(n+1)} - M_{(n-1)n}}{l_n} = \frac{1}{2} q l_n + \frac{\Delta M_n}{l_n}$$

worin $\Delta M = (M_{(n+1)n} - M_{(n-1)n})$ ist und n die Zahl des betreffenden Feldes bezeichnet; handelt es sich z. B. um ein siebentes Feld, so geht die Gleichung mithin in die Form über:

$$A_{l7} = \frac{1}{2} q \cdot l_7 + \frac{M_{6\cdot7} - M_{7\cdot8}}{l_7} = \frac{1}{2} q l_7 - \frac{\varDelta M}{l_7}$$

$$A_{r7} = \frac{1}{2} q \cdot l_7 + \frac{M_{7\cdot8} - M_{6\cdot7}}{l_7} = \frac{1}{2} q l_7 + \frac{\varDelta M}{l_7}.$$

Der Ausdruck $\frac{\varDelta M_n}{l_n} = \varDelta A$ stellt hierbei denjenigen Wert dar, um den sich die Auflagerdrücke des durchgehenden Trägers von denen des Balkens auf zwei Stützen unterscheiden.

Bei Ermittelung des Verhältnisses $\frac{\varDelta M_n}{l_n}$ ist zu berücksichtigen, daß $\varDelta M$ und l_n in der Regel in verschiedenem Maßstabe zur Darstellung gebracht sind. Ersetzt man $\varDelta M$

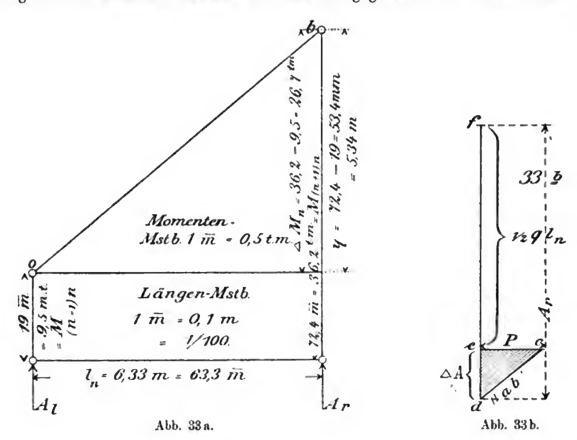


Abb. 33 a. Abb. 33 b.

durch ein Produkt[1]): $\varDelta M = P \cdot \eta$, worin η die Ordinate des Seilecks, P den Polabstand eines Kraftecks darstellt, so ergibt sich:

$$P = \frac{\varDelta M}{\eta},$$

d. h. = einem Quotienten, dessen Zähler im Momenten —, dessen Nenner im Längenmaßstab der Zeichnung gemessen ist. Da nun auch $\varDelta M$ unmittelbar in der Zeichnung durch η dargestellt ist, so wird P mithin allein von dem Verhältnisse der Maßstäbe für Moment und Länge abhängen.

Hat man z. B. in Abb. 33, die Momente im Maßstabe 1 mm = 0,5 t. m, die Längen in 1 : 100 d. h. 1 mm = 0,1 m aufgezeichnet, so wird: $P = \frac{0{,}5 \text{ t. m.}}{0{,}1 \text{ m}} = 5$ t. Das gleiche ergibt sich auch bei unmittelbarem Abgreifen des η-Wertes. Es ist in Abb. 33a:

[1]) Bekanntlich ist ein jedes Moment ein Produkt aus Kraft × Hebelarm, und zudem darstellbar aus dem Produkt von Seileckordinate und Polabstand des zugehörenden Kraftecks.

$M_{(n-1)n} = 19$ mm $= 9,5$ m. t.
$M_{(n+1)n} = 72,4$ mm $= 36,2$ m. t.
$\varDelta M_n = 36,2 - 9,5 = 26,7$ m. t.
$\eta = 72,4 - 19 = 53,4$ mm $= 5,34$ m.
$P = \frac{26,7 \text{ m. t.}}{5,34 \text{ m}} = 5,0$ t. wie oben gefunden.

Ersetzt man in der obigen Gleichung:

$$\frac{\varDelta M_n}{l_n} = \varDelta A,\ \varDelta M_n \text{ durch } P . \eta,$$

so ergibt sich:

$$\frac{P . \eta}{l_n} = \varDelta A;\ \frac{\eta}{l_n} = \frac{\varDelta A}{P}.$$

Hieraus folgt nach Bestimmung von P eine einfache graphische Ermittelung von $\varDelta A$ und demgemäß auch der zum Felde und seiner Belastung gehörenden Stützendrücke.

Man trägt — Abb. 33 b — an die Länge $^1/_2\, q\, l_n$ und zwar an einem Endpunkte dieser und senkrecht zu seiner Richtung und im Maßstabe der Darstellung die Größe P an, und zieht cd ∥ ab (in Abb. 33 a). Alsdann verhält sich:

$e d : P = \eta : l_n.$

$e d = \frac{P . \eta}{l_n} = \varDelta A$; mithin ist auch

$f d = {}^1/_2\, q\, l_n + \varDelta A = A_r =$ dem an der rechten Stütze auftretenden, von der Belastung des n ten Feldes hervorgerufenen Auflagerdrucke.

Die Ermittelung der Auflagerkräfte bei wandernder Einzellast erfolgt am zweckmäßigsten unter Verwendung von Einflußlinien; bezüglich dieser sei auf die einschlägigen Werke der Statik der Baukonstruktionen verwiesen.

Um den Gang einer Ermittelung der äußeren Kräfte und der Momente, sowie die Bestimmung ihrer Größt- und Kleinstwerte mit Hilfe der Festpunkte zu zeigen, sei das nachfolgende Zahlenbeispiel mitgeteilt. Dasselbe behandelt die Berechnung eines über sechs gleich großen Öffnungen durchlaufenden, schwer belasteten Eisenbetonträgers, der an seine äußersten Enden als halbeingespannt angesehen werden soll. Die ersten Festpunkte sind hierselbst also in einer Entfernung von $\frac{l_1}{6}$, bezw. $\frac{l_6}{6}$, von den Trägerenden aus gerechnet, anzunehmen. Die halbe Einspannung ist dadurch bedingt, daß am Auflager eine Last von je rund 90 t einem Abheben oder Bewegen des Trägers entgegenwirkt.

Die vom Balken getragene Eigenlast $= g$ beträgt 4.2 t für 1 lfm; gleich groß ist die Verkehrslast $= p$, so daß der Wert von $q = g + p$ sich auf 8.4 t für 1 lfm. stellt. Hieraus folgt bei einer gleichen Weite aller 6 Öffnungen von 6,33 m;

a) $Mg = \frac{g . l^2}{8} = \frac{4.2 . 6,33^2}{8} = 21,05$ t. m. $= 2105000$ kg.cm.

b) $Mp = \frac{q l^2}{8} = \frac{8,4 . 6,33^2}{8} = 42,1$ t. m. $= 4210000$ kg.cm.

Die Bestimmung der Festpunkte L und R erfolgt nun von den nahe den Auflagern angenommenen Punkten L_1 bezw. R_6 aus. Da die Anzahl der Öffnungen eine gerade und ihre Stützweite konstant ist, so werden auch die Festpunkte in dem einzelnen Felde symmetrisch zur Feldmitte liegen, so daß durch die L-Punkte auch die R-Punkte bestimmt sind. Nach Bestimmung der Festpunkte geht man dazu über, in den einzelnen Öffnungen die Momenten (Parabel)-Kurven für die Belastung mit g bezw. q einzutragen und mit ihrer Hilfe in der auf S. 114 gezeigten Weise die Momente über den Stützen sowie in der Feldmitte zu bestimmen. Die Betrachtung des Verlaufes der Momentenlinie für die Belastung eines jeden Feldes durch g und durch q läßt leicht erkennen, welche Felder mit Nutzlast belastet oder von solcher frei gehalten werden müssen, um das größte positive oder negative Moment zu erzeugen. Die hierbei in Frage kommende Zusammenstellung der Belastung ist in Abb. 35 übersichtlich dar-

gestellt; die starken Linien in den einzelnen Feldern bedeuten hierbei deren Belastung mit Eigengewicht und Verkehrslast zusammen, während in den schwach ausgezogenen Öffnungen nur Eigengewicht als wirkend angenommen ist.

Es ergibt, wie aus der Abb. 34b zu entnehmen:

Belastung							
Belastung 1	Das	größte	Moment in Öffnung 1, 3, 5,	das	kleinste	Moment in Öffnung	2, 4, 6.
„ 2	„	„	„ „ „ 2, 4, 6,	„	„	„ „ „	1, 3, 5.
„ 3	„	„	„ über Stütze B	und die	größte	Querkraft	in B.
„ 4	„	„	„ „ „ C	„	„	„	in C.
„ 5	„	„	„ „ „ D	„	„	„	in D.
„ 4′	„	„	„ „ „ C′	„	„	„	in C′.
„ 3′	„	„	„ „ „ B′	„	„	„	in B′.
„ 6	„	kleinste	„ „ „ B	„	„ kleinste	„	in B.
„ 7	„	„	„ „ „ C	„	„	„	in C.
„ 8	„	„	„ „ „ D	„	„	„	in D.

Um zu zeigen, in welcher Art auf Grund dieser Zusammenstellung die Grenzwerte der Momente bestimmt werden, soll an der Hand der Abb. 34b das größte positive Moment in der ersten Öffnung sowie das größte negative Moment über Stütze B bestimmt werden.

1. Das größte positive Moment in der Mitte von Feld 1.

Nach der Zusammenstellung — Abb. 35 — tritt das Maximum des positiven Momentes hier ein, wenn die Öffnungen 1, 3 und 5 vollkommen belastet sind, die Felder 2, 4, 6 aber nur durch Eigengewicht beansprucht werden.

Die Belastung von Feld 1 durch q ergibt die Momentenlinie a′ b′ c′ d′ e′ usf. und liefert für die Mitte von Feld 1 die Momentenordinate + m n. Der Totallast in Feld 3 entspricht die Momentenlinie von dieser Öffnung ausgehend nach links: d‴ c‴ b‴ a‴. Der Beitrag dieser Linie in Mitte von Feld 1 ist ebenfalls + und durch die Ordinate s r dargestellt; in gleicher Weise entspricht der Belastung durch q in Feld 5 der Linienzug: f′′′′′ e′′′′′ d′′′′′ c′′′′′ b′′′′′ a′′′′′ und der positive Beitrag s t. Hingegen verringern die Lasten infolge von g in den Feldern 2, 4 und 6 die Momente. Die betreffenden Linienzüge und negativen Ordinaten in Mitte von Feld 1 sind:

Belastung von Feld 2. Linie: (c″) (b″) (a″)[1]) Ordinate: — s u.
„ „ „ 4. „ (e′′′′) (d′′′′) (c′′′′) (b′′′′) (a′′′′) Ordinate: — s v.
„ „ „ 6. „ (g′′′′′′) (f′′′′′′) (e′′′′′′) (d′′′′′′) (c′′′′′′) usf. Ordinate vernachlässigbar klein:

Mithin ist das Gesamtmoment in Mitte in Feld 1:

$$+ (m\,n + s\,r + s\,t) - (s\,u + s\,v) = (26 + 2 + 0{,}5) - (4 + 0{,}5) = 24 \text{ mm.}$$

Da in Abb. 34b die Momente im Maßstabe 1 mm = 1 mt aufgetragen sind, so ist mithin:

$$\mathbf{M_{max_1} = + 24 \text{ m. t.} = + 2400000 \text{ kg. cm.}}$$

In ähnlicher Weise wird auch: 2) das größte negative Stützenmoment über der Stütze B ermittelt. Damit dies eintritt, müssen vollbelastet sein die Öffnungen: 1, 2, 4 und 6, während 3 und 5 nur Eigenlasten tragen. Es ergibt der dieser Belastung entsprechende

Momentenlinienzug: a′ b′ c′ d′ bei Belastung von Öffnung 1 durch q die Ordinate über Stütze B = — b b′.

Momentenlinienzug: a″ b″ c″ d″ bei Belastung von Öffnung 2 durch q die Ordinate über Stütze B = — b b″.

Momentenlinienzug: a′′′′ b′′′′ c′′′′ d′′′′ bei Belastung von Öffnung 4 durch q die Ordinate über Stütze B = — b b′′′′.

Momentenlinienzug: g′′′′′′ f′′′′′′ e′′′′′′ d′′′′′′ bei Belastung von Öffnung 6 durch q eine Ordinate über Stütze B, die vernachlässigt werden kann.

Momentlinienzug: (d‴) (c‴) (b‴) (a‴) bei Belastung von Öffnung 3 durch g die Ordinate über Stütze B = + b (b‴).

Momentenlinienzug: (f′′′′′) (e′′′′′) (d′′′′′) (c′′′′′) (b′′′′′) bei Belastung von Öffnung 5 durch g die Ordinate über Stütze B = + b (b′′′′′).

Es wird mithin:

$$M_B = -(b\,b' + b\,b'' + b\,b'''') + (b\,(b''') + b\,(b'''''))=$$
$$-(20{,}0 + 18 + 1{,}0) + (2{,}5 + 0{,}5) = -36 \text{ mm} = -36 \text{ t. m.} = \mathbf{-3600000 \text{ kg.cm.}}$$

---

[1]) Alle Buchstaben in ( ) beziehen sich auf Belastungen ausschließlich durch Eigenlast; bei Volllast sind die Zahlen stets ohne ( ) gegeben.

In gleicher Weise sind auch die übrigen Grenzwerte für die Momente innerhalb der Öffnungen, wie über den Stützen bestimmt. Die Ergebnisse dieser Ermittelungen sind in Abb. 36 übersichtlich zusammengestellt. Der Maßstab der Momentenflächen ist der gleiche wie in Abb. 34 b.

Aus der Berechnung ergibt sich ferner, daß — Abb. 34 b und 36 — das größte Einspannungsmoment am Endauflager 1 200 000 kg.cm beträgt. Es fehlt noch der Nachweis, daß das unter der Annahme einer halben Einspannung bestimmte Moment auch tatsächlich aufgenommen werden kann, ohne daß die Spannungen zu groß werden, bezw. daß die am Auflager wirkende Last von 90 t zur Einspannung ausreicht.

Die Druckspannungen treten an der Einspannungsstelle in der durch Abb. 37 a und b dargestellten Weise auf. Aus der Abb. folgt:

a) $P = \frac{1}{2} \sigma . b . e;$

b) $M = P \frac{e}{3} = \frac{1}{6} \sigma b e^2$

oder:

c) $\sigma = \frac{6 M}{b e^2}.$

Das größte Einspannungsmoment beträgt — wie vorerwähnt — nach der statischen Berechnung:

$M = 1200000$ kg.cm;
b sei $= 130$ cm,
$e = 98$ cm.

Hieraus folgt:

$$\sigma = \frac{6 . 1200000}{130 . 98^2} = 5,8 \text{ kg qcm}.$$

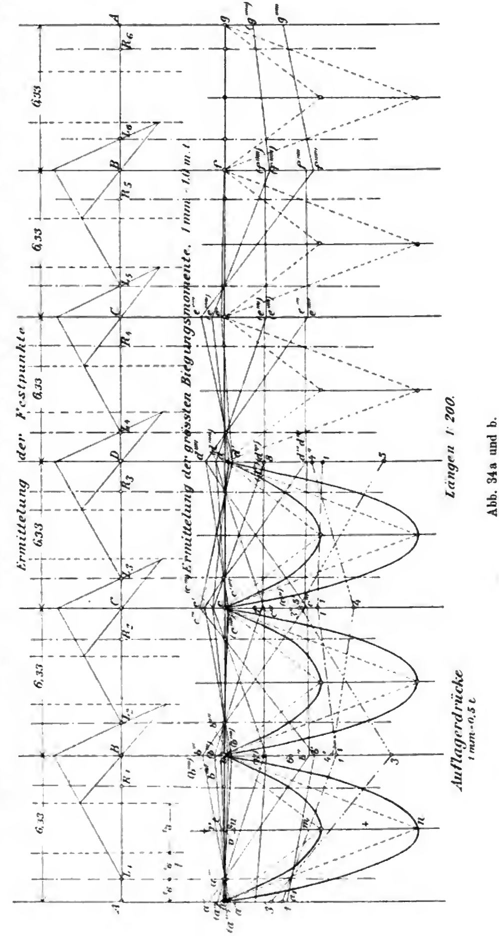


Abb. 34 a und b.

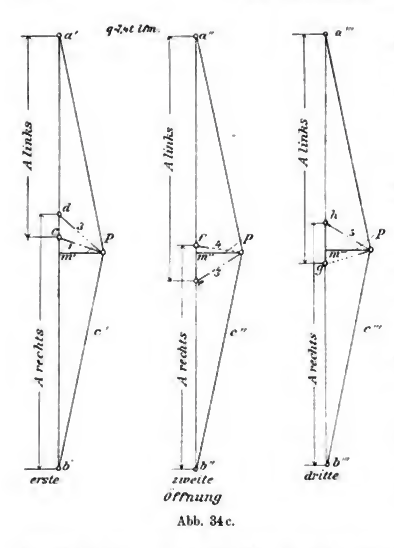


Abb. 34c.

Bezeichnet man die Größe der einspannenden Last mit L und nimmt man an, daß dieselbe in der Mitte der oberen Mauer, also in einem Abstande von der Innenkante der Auflager-Mauer $= \left(\frac{104}{2} + 26\right)$ cm entfernt wirkt, so folgt L aus der Beziehung:

$$M = L\left(\frac{104}{2} + 26\right) = 1200000.$$

L = 15400 kg. Da eine Einspannkraft von mindestens 90000 kg gegeben ist, so ist mithin gegen Kippen eine 5,5 fache Sicherheit vorhanden.

Schließlich sind noch die für die Bemessung der Schubwirkungen wichtigen, **größten Stützkräfte** zu bestimmen.

Wie auf Seite 116 hervorgehoben worden, lassen sich diese Kräfte in der Form $\frac{ql}{2} \pm \frac{\Delta M}{l}$ bezw. in $\frac{ql}{2} \pm \Delta A$ zur Darstellung bringen. Die Einheitsbelastung q sei zu 7,4 t lfm bestimmt, es erlangt alsdann der Wert $\frac{ql}{2}$ die Größe von:

$$\frac{ql}{2} = \frac{7{,}4 \cdot 6{,}33}{2} = 23{,}42 \text{ t}.$$

Der Wert $\pm \Delta A$ wird mit dem auf S. 117 angegebenen Verfahren graphisch bestimmt. Hierbei ist zu beachten, daß Abb. 35 — der größte Stützendruck:

bei A durch das Belastungsstadium 1
" B " " " 3
" C " " " 4
" D " " " 5

hervorgerufen wird, und daß hierbei für jede mittlere Stütze die Einwirkungen der beiden anstoßenden Felder zu berücksichtigen sind.

In Abb. 34b sind die den obigen Belastungslagen 1, 3, 4 und 5 entsprechenden Gesamtmomente von der wagerechten aus nach unten zu in strichpunktierten Linien aufgetragen; es stellt Linienzug 111 . . . die Momentenlinie für die Belastung dar, welche A_{max} über der ersten Stütze erzeugt, also für Belastungsstadium 1; 3 3 3 3 entspricht Belastungsstadium 3, bezieht sich also auf die Stützkraft über der zweiten Stütze B, während 4 4 4 4 und 5 5 5 5 in gleichem Sinne auf die beiden Stützen C und D Bezug haben, also den Belastungsstellungen — Abb. 35 — 4 und 5 angepaßt sind. Zieht man dann — nach Seite 117 und Abb. 33 — die betreffenden Parallelen zu diesen Linien, von dem um P entfernten Endpunkte des Lotes auf $\frac{ql}{2}$, so werden auf der Richtung der letzteren Kraft die Werte $\pm \Delta A$ abgeschnitten — Abb. 34c. Die Größe P berechnet sich aus den Maßstäben der Momentenflächen und der Zeichnung zu: $P = \frac{1 \text{ mm} = 1 \text{ m.t.}}{1 \text{ mm} = 0{,}2 \text{ m}} = 5.$

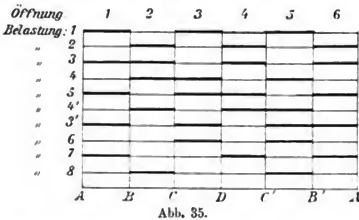


Abb. 35.

Trägt man (in Abb. 34c) die Größe $\frac{ql}{2}$ im Maßstabe 1 mm = 0,5 t auf, so wird mithin P, im Endpunkte von $\frac{ql}{2}$ und senkrecht hierzu aufgetragen, durch 10 mm darzustellen sein, während $\frac{ql}{2}$ durch 46,84 mm gegeben ist.

Zieht man nun z. B. in Abb. 34 c durch den Endpunkt von P eine Parallele zur Linie 11 im ersten Felde (der Abb. 34 b), so wird a'c der größte Auflagerdruck in A an der ersten Stütze: in gleicher

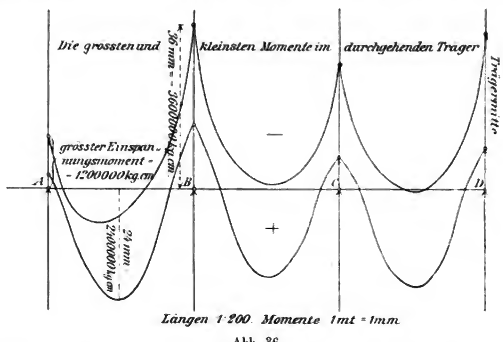


Abb. 36.

Weise liefert hier die Parallele zu 33 in Feld 1 in b'd den Anteil der Stützenkraft in B durch das Feld I, während von rechts her, infolge der Belastung von Öffnung II a″ e sich ergibt, die größte Reaktion in B sich mithin auf:

$$b'd + a''e \text{ stellt.}$$

In gleichem Sinne setzt sich der größte Stützendruck in C aus den Strecken der Abb. 34 c″ und c‴: b″ f + a‴ g zusammen, während er für die Mittelstütze D — symmetrisches Belastungsstadium 5 in Abb. 35 — durch 2 . b‴ h gebildet wird. Unter Berücksichtigung des Zeichnungsmaßstabes ergibt sich rund:

$$A_{max} = 21{,}8 \text{ t.}$$
$$B_{max} = 55{,}0 \text{ t.}$$
$$C_{max} = 50{,}0 \text{ t.}$$
$$D_{max} = 53{,}0 \text{ t.}$$

Hiermit wären die wichtigsten Grundlagen geschaffen, um den durchgehenden Eisenbetonbalken auf einem der nachstehend behandelten Rechnungswege zu untersuchen.

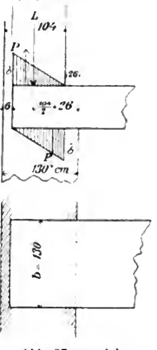


Abb. 37 a und b.

Bei den vorstehenden Untersuchungen war angenommen worden, daß der durchgehende Träger ein konstantes Trägheitsmoment aufweist; letzteres wird bei einem Eisenbetonbalken auch nicht annähernd der Fall sein. Hier wird durch die verschiedene Führung der Eiseneinlagen, durch ihre Abbiegung nahe den Stützpunkten, durch den voutenförmigen Anschluß der Träger an die stützenden Pfeiler und Auflager usw. ein stetes Schwanken des Trägheitsmomentes bedingt. Welchen Einfluß diese Veränderlichkeit auf die Größe der Stützenmomente ausübt, untersucht Dr. Ing. Frank in B. u. E. 1906. Heft XII. S. 315 u. folgd.[1]). Er findet hier — aus verschiedenartigen durchgerechneten Beispielen — daß für kontinuierliche Träger unter beliebiger Belastung infolge einer Verstärkung der Eisenbetonunterzüge über den Zwischen-

[1]) „Der Einfluß veränderlichen Querschnittes auf die Biegungsmomente kontinuierlicher Träger unter besonderer Berücksichtigung von Eisenbetonkonstruktionen."

stützen durch Anbringung von Vouten die Stützenmomente immer größer und deshalb die positiven Momente in der Mitte der Öffnungen kleiner werden, als dies bei konstantem Querschnitte der Fall ist; und zwar werden unter der vielfach zutreffenden Annahme, daß die Höhe der Vouten gleich der halben Trägerhöhe in Öffnungsmitte ist, die Stützenmomente um rund 15 v. H. größer als bei konstanter Trägerhöhe. Dieses Verhältnis ist für die Konstruktion günstig und gestattet somit auch — bezüglich der Trägheitsmomente — von einer genaueren Berechnungsweise der Träger abzusehen. Einerseits werden sich hierdurch in der Mitte der Öffnung, woselbst die Konstruktionshöhe vielfach beschränkt ist, die Materialbeanspruchungen vermindern, andererseits wird auch die Vergrößerung des Einspannungsmomentes deshalb eine geringere praktische Bedeutung besitzen, weil hierselbst von einer vollkommenen Einspannung wohl fast nie die Rede sein kann; es wird zwar infolge der starren Verbindung von Träger und Stütze eine Drehung des ersteren am Auflagerpunkte erschwert, aber immerhin doch nicht in dem Maße verhindert, daß hierdurch eine Einspannung hervorgerufen wird. Der Verringerung der Einspannungsintensität wird aber weiter ein Herabgang der Einspannungsmomente entsprechen; es wird sich also auch hier eine Berücksichtigung der verschieden großen Trägheitsmomente durch eine genaue Rechnung erübrigen.

In welcher Weise — im besonderen im Brückenbau — der Elastizität der Stützen und ihrer Verbiegung, gleichzeitig mit den Trägern, Rechnung zu tragen ist, wurde bereits auf Seite 107 erörtert.

---

§ 14.

Die Berechnung der Biegungsspannungen bei einfachen armierten Platten mit rechteckigem Querschnitte.

Aus der großen Anzahl der verschiedensten Biegungs-Probebelastungen von armierten Platten mit rechteckigem Querschnitte ergibt sich übereinstimmend die Tatsache, daß mit dem steigenden Prozentgehalte der Eiseneinlagen gegenüber dem Gesamtquerschnitte die Ausnutzung des Eisens im wirtschaftlichen Sinne vermindert wird und die Druckfestigkeit des Betons in der Druckzone in vermehrtem Maße bestimmend auf die Größe der Bruchlast einwirkt. Man kann annehmen, daß die zweckmäßige Grenze des Prozentgehaltes an Eisen bei einer zulässigen Druckspannung im Beton von rund 40 kg/qcm und bei einer gestatteten Zugbelastung des Eisens von 1000 kg/qcm etwa bei 0,75% liegt, daß also eine höhere Armierung eine gute Eisenausnützung nicht mehr gestattet und hier der Eintritt des Bruches durch Überwindung der Druckfestigkeit im Betongurte zu erwarten steht. Es zeigt sich dies u. a. deutlich an Versuchen von Mörsch[1]); obwohl diese allerdings mit der Praxis nicht entsprechenden, hohen Armierungsprozenten durchgeführt wurden, lassen sie doch deutlich erkennen, wie mit zunehmendem Gehalte an Eisen die Spannung in letzterem sich verringert und im Beton sich vergrößert. Die nach den Verbandsleitsätzen und unter Verwendung eines Wertes $n = 15$ aus den Versuchsergebnissen von Mörsch ermittelten Werte der Spannungen sind nachstehend zusammengestellt.

---

[1]) Vergl. den Abschnitt: Biegungsversuche mit rechteckigen armierten Betonplatten in dem Mörschschen Werke: Der Eisenbetonbau, II, Aufl., S. 87 u. folg.

Prozentsatz der Eisenarmierung	Versuchsreihe I				Versuchsreihe II			
	Auftreten der ersten Risse		Eintritt des Bruches		Auftreten der ersten Risse		Eintritt des Bruches	
	σ_e in kg/qcm	σ_b in kg/qcm	σ_e in kg/qcm	σ_b in kg/qcm	σ_e in kg/qcm	σ_b in kg/qcm	σ_e in kg/qcm	σ_b in kg/qcm
1,4 %	1570	92,5	3800	224	1310	77	3150	185
3,3 %	1470	158	2750	296	1195	128	1970	211

Die Probekörper der Reihe I waren 13, die der Reihe II rund 2 Monate alt. Erachtet man eine fünffache Sicherheit — den Leitsätzen entsprechend — als ausreichend, so würde der Beton bei Versuchsreihe I bezw. II mit $\frac{296}{5} = 59$ kg/qcm bezw. mit $\frac{211}{5} = 42$ kg/qcm das Eisen aber nur mit $\frac{2750}{5} = 550$ kg/qcm bezw. mit $\frac{1970}{5}$ $= 394$ kg/qcm beansprucht werden können; es zeigt sich also deutlich, daß den hohen Armierungsprozenten von 1,4 bezw. 3,3 eine schlechte Ausnutzung der Festigkeit des Eisens entspricht; hierzu kommt noch, daß die rechnungsmäße Beanspruchung des Eisens, bei Vernachlässigung der Zugwirkung des Betons, weit größer sein muß, als die tatsächlich im Eisen auftretende, da die im Beton sich bildenden Spannungen eine Entlastung des Eisenquerschnittes zur Folge haben. Es bleibt dies auch alsdann noch — wie Versuche von Mörsch, von v. Emperger, von Schüle u. a. m. gezeigt haben — bestehen, wenn bereits Risse im Zuggurte des Betons entstanden sind[1]). Mörsch sagt hierüber:

„Die vom Beton aufgenommenen Zugspannungen entlasten, namentlich bei geringer Armierung die Eiseneinlagen in solchem Maße, daß deren Dehnung gegenüber der berechneten weit zurückbleibt; bei den hohen Armierungsprozenten ist dies weniger der Fall. Immerhin erhalten wir bei der Dimensionierung nach den Leitsätzen, d. h. der Rechnungsmethode für Stadium IIb, für rechteckige Querschnitte eine Sicherheit gegen Risse, die

bei 0,4 % Eiseneinlagen . . 2,12,
„ 1,0 % „ . . 1,5,
„ 1,9 % „ . . 1,64

beträgt.

Wir finden also durch den Versuch bestätigt, daß die von uns empfohlene Rechnungsweise, welche Risse im Beton von vornherein annimmt, eine mindestens 1,5 fache Sicherheit gegen das Auftreten der ersten Zugrisse bietet".

Bei Berechnung des durch eine beliebige Belastung auf Biegung beanspruchten **einseitig armierten rechteckigen Querschnittes** kommt es zunächst darauf an, die **Lage der Nullinie** zu finden; nach ihrer Bestimmung sind dann unmittel-

[1]) Mörsch erklärt dies unter der Annahme, daß die Considèresche Theorie von der erhöhten Dehnbarkeit des Betons im Verbunde versagt, dadurch, daß beim Aufreten von Rissen im Beton das Eisen an der betreffenden Stelle besonders stark beansprucht und seine Haftfestigkeit bis etwa zum vollen Betrage für die Spannungsausgleichung zwischen Beton und Eisen ausgenützt wird. Die entstehende Haftkraft setzt alsdann den Beton wiederum in Spannung, und verhindert somit eine vollkommene Dehnung, also auch Anspannung des Eisens infolge der zwischen den Rissen im Beton verbliebenen bezw. sich neubildenden Zugfestigkeit; vergl. das Werk von Mörsch, II. Aufl. S. 102 u. 103.

bar auf Grund des Hauptgesetzes — vergl. Seite 102: $\frac{E_e}{E_b} \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_e} = n \frac{\sigma_b}{\sigma_e} = \frac{x}{y}$ die auftretenden Größtspannungen zu ermitteln.

Es bezeichne in der folgenden, wie in allen weiteren Berechnungen:

M das die Platte beanspruchende Biegungsmoment.

D die gesamte in der oberen Betondruckzone wirksame Druckkraft.

Z desgl. die Zugkraft in der Eiseneinlage, F_b den Beton-, F_e den Eisenquerschnitt, alle 5 Größen bezogen auf eine Plattenbreite = b.

x den Abstand des oberen Plattenrandes, y die Entfernung der Schwerlinie der Eiseneinlage von der neutralen Achse.

h die gesamte Plattenhöhe.

a den gegenseitigen Abstand von D u. Z.

c den Abstand der Eiseneinlagen von dem nächstgelegenen Plattenrande.

σ_b die größte Druck-Randspannung im Beton.

σ_e die größte Zugspannung im Eisen.

n (wie bisher) das Verhältnis der Elastizitätszahlen „$\frac{E_e}{E_b}$“ = 10.

nn die neutrale Achse oder Nullinie.

Unter Annahme — auch nach der Biegung — eben verbleibender Querschnitte [1], also auch einer Proportionalität zwischen den Spannungen und den Abständen ihrer Fasern von der Nullinie, ergeben sich alsdann im Hinblicke auf Abb. 38 die folgenden Gleichungen:

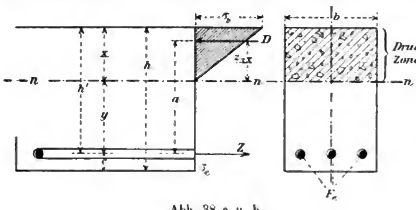


Abb. 38 a u. b.

1) $Z = F_e \cdot \sigma_e$.

2) $D = \frac{1}{2} \sigma_b \cdot x \cdot b = Z = F_e \cdot \sigma_e$.

3) $M = D \cdot \frac{2}{3} x + Z(y-c) = \frac{\sigma_b \cdot x \cdot b}{2} \cdot \frac{2}{3} x + Z(y-c) = \frac{\sigma_b x^2}{3} + Z(y-c)$, wenn das Moment auf die Nullinie der Querschnitte bezogen wird.

Ferner besagt die Grundgleichung:

4) $\frac{x}{y} = n \frac{\sigma_b}{\sigma_e}$; $\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = \frac{1}{n} \cdot \frac{x}{y} = \frac{1}{n} \cdot \frac{x}{(h-x-c)}$.

Aus 2 und 4 folgt:

5) $x = \frac{2 F_e \sigma_e}{\sigma_b \cdot b} = \frac{2 n F_e (h-x-c)}{x b}$, woraus sich die Bestimmungsgleichung für x ableitet:

[1] Vergl. hierzu die Ausführungen der voranstehenden §§, sowie B. u. E. 1905, Heft VII, S. 307. Die Berechnung der betoneisernen geraden Träger, von v. Emperger. Hier wird der Nachweis geliefert, daß die Bruchquerschnitte gebogen sind und zwar eine S-Form zeigen; höchstens kann der Druckgurt als eben bleibend gerechnet werden. Auch die neutrale Achse zeigt keinen geraden Verlauf; sie ist eine in Balkenmitte nach oben konvexe Kurve; vergl. hierzu: Ein vereinfachtes Verfahren zur Sichtbarmachung der neutralen Schicht von O. Hönigsberg, Z. d. Ö. A.- u. Ing.-V. vom 20. X. 1905.

6) $x^2 + \frac{2 n F_e}{b} . x = \frac{2 n F_e (h - c)}{b}$.

Nach Auflösung der Gleichung ergibt sich:

7) $x = \frac{n F_e}{b} \left(\sqrt{1 + \frac{2 b (h - c)}{n F_e}} - 1 \right)$

Wie diese Gleichung zeigt, ist x in erster Linie abhängig von der Größe von F_e, überhaupt den Hauptfaktoren des Querschnittes, aber unabhängig von der Belastung.

Nach Bestimmung von x ist auch der Wert von „a" bekannt.

$a = \left(\frac{2}{3} x + y\right) = \left(\frac{2}{3} x + h - x - c\right) = (h - \frac{x}{3} - c)$. Da nun ferner $M = a . D = a \frac{1}{2} \sigma_b . x . b$ ist, so ergibt sich:

8) $\sigma_b = \frac{2 M}{a . b . x} = \frac{2 M}{b . x (h - \frac{x}{3} - c)}$.

In gleicher Weise folgt aus der Beziehung:

$$M = a . Z = a . F_e . \sigma_e.$$

9) $\sigma_e = \frac{M}{F_e . a} = \frac{M\text{[1]}}{F_e \left(h - \frac{x}{3} - c\right)}$.

Auch kann naturgemäß σ_e nach Berechnung von σ_b aus dem Hauptgesetze bestimmt werden:

10) $\sigma_e = n . \sigma_b \frac{y}{x} = n \sigma_b \frac{(h - x - c)}{x}$.

Die Gleichung 8) $\sigma_b = \frac{2 M}{a . b . x}$ gestattet die Aufstellung einer wichtigen Vergleichsbeziehung zu der Spannungsformel $\sigma_b = \frac{M . x}{J}$ für homogene Querschnitte.

Zu diesem Zwecke werde die Gleichung 8) in der Form:

8') $\sigma_b = \frac{M . x}{\frac{x^2 a b}{2}} = \frac{M . x}{b \frac{x^2}{2} \left(y + \frac{2}{3} x\right)} = \frac{M . x}{\frac{1}{3} x^3 b + \frac{y b x^2}{2}}$ geschrieben; nun folgt ferner aus der Gleichung 2) in Verbindung mit dem Hauptgesetze: $\frac{1}{2} \sigma_b . x . b = F_e . \sigma_e = F_e . n . \sigma_b . \frac{y}{x}$ und hieraus: $\frac{1}{2} x^2 b = n F_e y$. Setzt man diesen Wert in die obige Gleichung 8') ein, so ergibt sich:

8'') $\sigma_b = \frac{M . x}{\left(\frac{1}{3} x^3 b + y^2 n F_e\right)}$.

Der Nenner dieses Bruches stellt nichts anderes dar als das **Trägheitsmoment des Verbundquerschnittes,** soweit er als tragfähig angesehen wird und zwar bezogen auf die Nullachse $nn = $ **Jn**; der erste Summand zeigt im besonderen den Anteil des Betondruckquerschnittes — vergl. Abb. 38 —, der zweite die Einwirkung der in Beton umgewandelten Eiseneinlage ($= n . F_e$). Es gilt mithin auch bei den Ver-

[1]) Genau dieselben Gleichungen sind in den Bestimmungen für den Hochbau, erlassen vom preuß. Arbeits-Min. enthalten, desgl. auch in den Verbandsleitsätzen.

bundkörpern — worauf an anderer Stelle noch mehrfach hingewiesen werden soll — die allgemeine Form der Biegungsgleichung: $\sigma = \frac{M \cdot x}{J}$, im vorliegenden Falle: $\sigma_b = \frac{M \cdot x}{J_n}$.

In gleicher Weise gestattet auch die Gleichung 9) $\sigma_e = \frac{M}{a\, F_e}$ eine entsprechende Umänderung:

$$9') \quad \sigma_e = \frac{M \cdot y}{a \cdot F_e \cdot y} = \frac{M \cdot y}{\left(\frac{2}{3}x + y\right) \cdot y\, F_e} = \frac{M \cdot y}{\frac{2}{3}x \cdot y\, F_e + y^2\, F_e}.$$

Nun ist nach den voranstehenden Ermittelungen:

$y\, F_e = \frac{b\, x^2}{2n}$ und somit auch:

$$9'') \quad \sigma_e = \frac{M \cdot y}{\frac{2}{3}x\,\frac{b x^2}{2n} + y^2\, F_e} = n \cdot \frac{M \cdot y}{\left(\frac{1}{3}x^3 b + y^2\, n\, F_e\right)} = n \cdot \frac{M \cdot y}{J_n}.$$

Es ist also auch hier die allgemeine Form der Biegungsspannung gefunden!

Die Hauptgleichungen 7, 8 und 9 eignen sich im besonderen zur Berechnung der Spannungen in einem vorliegenden, auf Biegung beanspruchten Eisenbetonquerschnitte also zu einer Prüfung der bei gegebener Konstruktion und Belastung (M) vorhandenen Sicherheit. Sie gestatten aber nicht unmittelbar den Querschnitt von vornherein zu dimensionieren. Wie in solchem Falle die Rechnung zu gestalten ist, soll weiter unten gezeigt werden. Es seien zunächst einige Anwendungsbeispiele behandelt.

Beispiel 1 a. Eine Platte sei 2,1 m weit gespannt, zeige 10 cm Stärke und auf je 1 m Breite (= b) Eiseneinlagen von 5 qcm in 1,5 cm Abstand von der Plattenunterfläche. Die Platte liege frei auf. Eigengewicht und Nutzlast mögen zusammen 590 kg/qm betragen. Es ergibt sich:

a) $M = \frac{0.590 \cdot 2{,}1^2}{8} = 0{,}325$ t.m $= 32500$ kg.cm.

b) $x = \frac{n \cdot F_e}{b}\left(\sqrt{1 + \frac{2\, b \cdot (h - c)}{n \cdot F_e}} - 1\right) = \frac{10 \cdot 5}{100}\left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 8{,}5}{10 \cdot 5}} - 1\right)$
$= 0{,}5\ (5{,}92 - 1) = 2{,}46$ cm.

Weiter folgt: $y = (10 - 2{,}46 - 1{,}5) = 6{,}04$ und $a = \left(10 - \frac{2{,}46}{3} - 1{,}5\right) = 7{,}68$ cm und somit

c) $\sigma_b = \frac{2 \cdot M}{a \cdot b\, x} = \frac{2 \cdot 32500}{7{,}68 \cdot 100 \cdot 2{,}46} =$ rund $34{,}4$ kg/qcm.

d) $\sigma_e = \frac{M}{a \cdot F_e} = \frac{32500}{7{,}68 \cdot 5} = 846$ kg/qcm.

Einen ähnlichen Wert liefert auch die Beziehung:

e) $\sigma_e = n\, \sigma_b \cdot \frac{y}{x} = 10 \cdot 34{,}4 \cdot \frac{6{,}04}{2{,}46} =$ rund 843 kg/qcm.

Das Trägheitsmoment J_n ergibt sich zu:

$$J_n = \frac{1}{3}x^3 b + n\, y^2\, F_e = \frac{1}{3} \cdot 2{,}46^3 \cdot 100 + 10 \cdot 6{,}04^2 \cdot 5 = \frac{14{,}88}{3} \cdot 100 + 50 \cdot 36,\ 48$$
$$= 496 + 1824 = 2320 \text{ cm}^4.$$

Unter Verwendung dieses Wertes ergibt sich:

$$\sigma_b = \frac{M \cdot x}{J_n} = \frac{32500 \cdot 2{,}46}{2320} = 14{,}0 \cdot 2{,}46 = 34{,}4 \text{ kg/qcm und } \sigma_e = n \cdot \frac{M \cdot y}{J_n} = 10 \cdot \frac{32500 \cdot 6{,}04}{2320}$$
$$= 14{,}0 \cdot 10 \cdot 6{,}04 = 845{,}6 \text{ kg/qcm}$$

also Ergebnisse, welche den vorangehend ermittelten wiederum vollkommen entsprechen.

Beispiel 1b. Rechnet man in dem vorstehenden Beispiele mit $n = 15$ — wie in den preußischen Hochbauvorschriften sowie in den Leitsätzen vorgeschrieben ist, — so ergibt sich[1]):

a) $x = \frac{15 . 5}{100} \left(\sqrt{1 + \frac{2 . 100 . 8,5}{15 . 5}} - 1 \right) = 2,9$ cm; mithin wird

$$a = \left(10 - \frac{2,9}{3} - 1,5\right) = (8,5 - 0,97) = 7,53 \text{ cm und}$$

b) $\sigma_b = \frac{2 . 32500}{100 . 2,9 . 7,53} = 30$ kg qcm.

c) $\sigma_e = \frac{32500}{5 . 7,53} = 865$ kg qcm.

Vergleicht man diese Ergebnisse mit den vorstehend unter 1a ermittelten Resultaten, so wird man sich davon überzeugen, daß der Einfluß der Größe von n — im Sinne der Praxis — keinen sehr erheblichen Einfluß auf die Berechnung der Größtspannungen auszuüben vermag.

Beispiel 2. Eine frei aufliegende Platte von 1,50 m Stützweite hat eine Nutzlast von 0,1 kg qcm und eine Eigenlast von 0,03 kg qcm, also eine Gesamtbelastung $q = 0,13$ kg qcm zu tragen $\sigma_{b\,max}$ sei zu 40 kg qcm, σ_e zu 1100 kg qcm festgesetzt. Ferner sei $h = 12$ cm, $c = 2,0$ cm. Die Eiseneinlage besteht aus Rundeisen von 1 cm Durchmesser im gegenseitigen Abstand von je 20 cm. Das letztere Maß sei auch für b gewählt, sodaß ein Plattenstreifen behandelt wird, dem ein Eisenquerschnitt angehört; mithin ist:

$$F_e = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{1 . 3,14}{4} = 0,785 \text{ qcm.}$$

Das größte Moment in Plattenmitte stellt sich für 1 cm Breite der Platte zu:

$$M_{max} = \frac{q l^2}{8} = \frac{0,13 . 150^2}{8} = 366 \text{ kg.cm}$$

und für 20 cm Breite zu:

$$20 . 360 = 7320 \text{ kg.cm.}$$

Es ergibt sich:

a) $x = \frac{10 . 0,785}{20} \left(\sqrt{1 + \frac{2 . 20 . 10}{10 . 0,785}} - 1 \right) = 2,44$ cm.

Hieraus folgt:

$$y = (12 - 2,44 - 2) = 7,56 \text{ cm}$$

$$a = \left(12 - 2 - \frac{2,44}{3}\right) = 9,19 \text{ cm.}$$

b) $\sigma_b = \frac{2 . 7320}{9,19 . 20 . 2,44} =$ rund 32,6 kg qcm.

c) $\sigma_e = \frac{7320}{9,19 . 0,785} =$ rund 1011 kg qcm.

Den nämlichen Wert liefert die Beziehung:

$$\sigma_e = n . \sigma_b \frac{y}{x} = 10 . 32,6 . \frac{7,56}{2,44} = 1010 \text{ kg qcm.}$$

Beispiel 3. Welche Last kann eine 12 cm starke Eisenbetonplatte tragen, die auf 1,20 m frei liegt und bei einem Randabstande $c = 2,0$ cm auf je 5 cm Entfernung mit je einem Rundeisen von 20 mm Durchmesser armiert ist? ferner sei $b = 100$ cm; auf diese Breite entfallen mithin 20 Eisenquerschnitte, sodaß $F_e = \frac{20 . 2^2 \pi}{4} = 62,8$ qcm wird; endlich werde $\sigma_{b\,max}$ zu 25, $\sigma_{e\,max}$ zu 1000 kg qcm festgesetzt. Es ergibt sich:

a) $x = \frac{10 . 62,8}{100} \left(\sqrt{1 + \frac{2 . 100 . (12 - 2)}{10 . 62,8}} - 1 \right) = 6,53$ cm.

$$a = \left(12 - \frac{1}{3} . 6,53 - 2\right) = 7,83 \text{ cm.}$$

b) $\sigma_b = \frac{2 M}{a b x} = \frac{2 . q l^2 . 100}{a . b . x . 8}$[2])

$$q = \frac{4 \sigma_b . a . b . x}{100 l^2} = \frac{4 . 25 . 7,83 . 100 . 6,53}{100 . 120 . 120} = 0,356 \text{ kg qcm} = 3560 \text{ kg qm.}$$

---

[1]) Vergl. hierzu das erste Beispiel der Preuß. Hochbauvorschriften.

[2]) Ist q die Belastung für 1 qcm, so ist $M = \frac{q . 120 . 120}{8}$ das Moment für 1 cm Breite, und $= 100 . \frac{q . 120 . 120}{8}$ für 1 m Breite.

Für Vollbelastung ergibt sich:

c) $\sigma_e = \frac{M}{a F_e} = \frac{0{,}356 \cdot 100 \cdot 120 \cdot 120}{8 \cdot 7{,}83 \cdot 62{,}8} = 130$ kg/qcm also sehr gering.

Ein derartiges Ergebnis stand auch bei der sehr hohen Armierung (6,28 %) von vornherein zu erwarten; hier mußte die Tragfähigkeit der Platte in erster Linie von der zulässigen Druckbelastung des Betons abhängen.

Beispiel 4. Eine als halbeingespannt zu betrachtende Platte ($M = -\frac{pl^2}{8}$ am Auflager $= +\frac{pl^2}{10}$ in der Mitte) habe eine gleichmäßig verteilte Belastung von 1,33 t auf 1 lfm zu tragen. Die Stützweite der Platte beträgt 1,72 m. Die Armierung wird auf 1 m Plattenbreite durch 10 Rundeisen von je 7,5 mm Durchmesser gebildet, welche über den Stützen bis auf 2 cm an die Plattenoberkante herangezogen sind und in Plattenmitte einen gleichen Abstand von der Konstruktionsunterkante aufweisen; es ist also $F_e = \frac{10 \cdot 0{,}75^2 \pi}{4} = 4{,}418$ qcm. Die größten Spannungen werden am Auflager — an der Einspannungsstelle — auftreten; hier ergibt sich das Moment zu:

$$M = -\frac{1{,}33 \cdot 1{,}72^2}{8} = 0{,}49 \text{ t.m} = 49000 \text{ kg.cm}.$$

Bei einer versuchsweise angenommenen Plattenhöhe von 12,5 cm und einer Plattenbreite von 100 cm ergibt sich:

$$\text{a) } x = \frac{n \cdot F_e}{b}\left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot (h - c)}{n F_e}} - 1\right) = \frac{10 \cdot 4{,}418}{100}\left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 10{,}5}{10 \cdot 4{,}418}} - 1\right) = 2{,}64 \text{ cm};$$

$$a = h - c - \frac{x}{3} = 10{,}5 - 0{,}88 = 9{,}62 \text{ cm}.$$

$$\text{b) } \sigma_b = \frac{2 M}{a \cdot b \cdot x} = \frac{2 \cdot 49000}{9{,}62 \cdot 100 \cdot 2{,}64} = \text{rund } 38{,}6 \text{ kg/qcm}.$$

$$\text{c) } \sigma_e = \frac{M}{a \cdot F_e} = \frac{49000}{9{,}62 \cdot 4{,}418} = \text{rund } 1150 \text{ kg/qcm}.$$

Da die Spannungen sich in zulässigen Grenzen halten, kann der gewählte Querschnitt beibehalten werden; er reicht demgemäß auch für das kleinere Moment in Feldmitte aus.

Die Abbiegung der Eisen von unten nach oben wird man zweckmäßig unter 45° vornehmen und in die um rund $\frac{l}{4}$[1] von den Stützpunkten entfernten Querschnitte legen, also in $\frac{1{,}72}{4} = 0{,}43$ m Abstand vom Lager.

Handelt es sich um eine **Formgebung der Platten,** eine Bemessung ihres Querschnittes, die Größe der zweckmäßig einzulegenden Eisen, so werden im besonderen wirtschaftliche Gesichtspunkte maßgebend sein, vor allem die möglichst gleichmäßige Ausnutzung der Festigkeit der beiden, im Verbunde vereinigten Materialien.

Bezeichnet man mit μ einen „Widerstandskoeffizienten des Querschnittes" $\mu = \frac{M}{b h^2}$, mit φ das Verhältnis der Eiseneinlage zum gesamten Querschnitte, $\varphi = \frac{F_e}{b \cdot h} = \frac{F_e}{F_b}$ und mit $w = \frac{x}{h}$ den Bruchteil der Höhe der gedruckten Zone zur gesamten Querschnittshöhe und führt schließlich für das Verhältnis $\frac{h - c}{h}$ den bei praktischen Beispielen vielfach vorkommenden Wert $= \frac{5}{6}$ ein, so kann man die folgenden Gleichungen aufstellen: Aus der Beziehung

$$D = Z = \frac{\sigma_b \cdot x \cdot b}{2} = F_e \cdot \sigma_e = F_e \cdot n \cdot \sigma_b \cdot \frac{y}{x}$$

[1] Wie schon auf S. 104 hervorgehoben, liegen die Wendepunkte bei $x_1 = 0{,}2113\,l$, $x_2 = 0{,}7887\,l$, also bei rund $\frac{1}{4}\,l$ bezw. bei $\frac{3}{4}\,l$.

folgt zunächst die wichtige Beziehung:

a) $\frac{1}{2} x^2 b = n F_e y.$

Setzt man hierin $x = w.h$; $F_e . \varphi b h$; $y = \frac{5}{6} h - x = \frac{5}{6} h - w h$, so ergibt sich:

b) $\frac{1}{2} w^2 h^2 . b = n \varphi b h \left(\frac{5}{6} h - w h\right)$ und hieraus: $\frac{1}{2} w^2 = 10 \varphi \left(\frac{5}{6} - w\right)$.

c) $\varphi = \dfrac{w^2}{20\left(\frac{5}{6} - w\right)}$

d) $w = 10 \varphi \left(\sqrt{1 + \frac{1}{6\varphi}} - 1\right)$[1].

Gleichung c) gibt den Prozentsatz des Eisens als Funktion von w, während d) die Abhängigkeit der Größe w vom Prozentgehalte des Eisens darstellt.

Weiter folgt aus den Beziehungen

$$\sigma_e = \sigma_b n \frac{y}{x};\ y = h' - x;\ y = \frac{\sigma_e . x}{\sigma_b . n};$$ [2]

$$h' = x + \frac{\sigma_e . x}{\sigma_b . n} = \left(1 + \frac{\sigma_e}{\sigma_b . n}\right) . w h = {}^5/_6\, h:$$

e) $w = \dfrac{25}{3\left(10 + \frac{\sigma_e}{\sigma_b}\right)}$ d. h. eine Abhängigkeit von w, also der Lage der neutralen Achse, ausschließlich vom Verhältnisse der Spannungen bezw. dem Quotienten aus deren zulässigen Größtwerten.

In ähnlicher Weise läßt sich auch aus den Gleichungen:

$$F_e \sigma_e = Z = D = \frac{1}{2} \sigma_b x b;\ F_e = \frac{\sigma_b . x . b}{2 \sigma_e} = \varphi b h = \frac{\sigma_b . w . h . b}{2 \sigma_e}$$

die Beziehung:

f) $\varphi = \dfrac{25 \sigma_b}{6 \sigma_e \left(10 + \frac{\sigma_e}{\sigma_b}\right)}$ ableiten, also der Prozentsatz an Eisen aus den Spannungsgrößtwerten berechnen.

Aus den Beziehungen:

$$\sigma_b = \frac{2 M}{a . b . x} = \frac{2 M}{\left(h' - \frac{x}{3}\right) x . b} \text{ und } \mu = \frac{M}{b h^2} \text{ folgt schließlich:}$$

g) $\mu = \frac{\sigma_b w}{6} (2{,}5 - w)$ als eine Gleichung zwischen dem Widerstandsfaktor μ und der Spannung σ_b. Da nun ferner:

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e x}{n y} = \frac{\sigma_e . w . h}{n\left(\frac{5}{6} h - w h\right)} = \frac{\sigma_e w}{\left(\frac{5}{6} - w\right) n}$$ ist, so folgt auch

[1]) Diese letztere Gleichung d) läßt sich auch unmittelbar entwickeln und zwar aus der Beziehung: $x = \frac{n F_e}{b}\left(\sqrt{1 + \frac{2 b (h - c)}{n F_e}} - 1\right)$, wenn man hierin $F_e = \varphi b h$, $(h - c) = \frac{5}{6} h$, und $x = \mu . h$ setzt. Beide Gleichungen kontrollieren sich also gegenseitig.

[2]) h' ist $= (h - c)$.

h) $\mu = \frac{\sigma_e \, w^2}{6\left(\frac{5}{6} - w\right) n} \cdot (2{,}5 - w) = \frac{\sigma_e \, w^2 \, (2{,}5 - w)}{10 \, (5 - 6 \, w)}$ als Beziehung zwischen μ u. σ_e.

Die obigen Gleichungen dienen dazu, **bei Annahme einer oder der anderen Hauptabmessung des Querschnittes die wirtschaftlich zweckmäßigen Verhältnisse desselben festzulegen.** In der Regel ist die — bei Platten wenigstens — schon durch die Größe des Momentes gegebene Hauptabmessung die betrachtete Plattenbreite.

Will man z. B. die Materialien möglichst gut in dem Sinne ausnützen, daß beide bis zur Grenze ihrer zulässigen Beanspruchung angespannt werden, so ist zunächst aus Gleichung e) der entsprechende w-Wert abzuleiten, und alsdann mit seiner Hilfe aus c) der Prozentsatz an Eisen zu bestimmen, oder unmittelbar zu diesem Zwecke Gleichung f) heranzuziehen.

Hat man z. B. $\sigma_{e\,max} = 1000$, $\sigma_{b\,max} = 50$ kg/qcm, so folgt aus e):

$$\text{e)} \quad w = \frac{25}{3\left(10 + \frac{\sigma_e}{\sigma_b}\right)} = \frac{25}{3\,(10 + 20)} = 0{,}278$$

und ferner aus c):

$$\text{c)} \quad \varphi = \frac{w^2}{20\left(\frac{5}{6} - w\right)} = \frac{0{,}278^2}{20\left(\frac{5}{6} - 0{,}278\right)} = 0{,}694\,\% = \text{rund } 0{,}7\,\%.$$

Der gleiche Wert hatte sich auch unmittelbar aus f) ergeben

$$\text{f)} \quad \varphi = \frac{25 \cdot \sigma_b}{6\,\sigma_e\left(10 + \frac{\sigma_e}{\sigma_b}\right)} = \frac{25 \cdot 50}{6 \cdot 1000\,(10 + 20)} = \frac{1}{144} = \text{rund } 0{,}007 = \text{rund } 0{,}7\,\%.$$

Ist nun z. B. bei einer Platte, auf eine Tiefe dieser $= b = 100$ cm. $M = 52900$ kg.cm, so ergibt sich aus Gleichung g) zunächst der Wert von μ

$$\text{g)} \quad \mu = \frac{\sigma_b \cdot w}{6} \cdot (2{,}5 - w) = \frac{50 \cdot 0{,}287}{6} \cdot (2{,}5 - 0{,}287) = 5{,}29;$$

ferner liefert die Gleichung:

$$\mu = \frac{M}{b\,h^2} = 5{,}29 = \frac{52900}{100 \cdot h^2}$$

$$h = \sqrt{\frac{52900}{100 \cdot 5{,}29}} = 10;$$

weiter ist:

$$w = 0{,}278 = \frac{x}{h} = \frac{x}{10}, \text{ und somit } x = 2{,}78 \text{ cm, sowie}$$

$$F_e = \varphi \cdot b\,h = 0{,}007 \cdot 100 \cdot 10 = 7 \text{ qcm.}$$

Gewählt werden auf 1 m Plattenbreite 8 Eisen von 11 mm Durchmesser mit einem Gesamtquerschnitte von 7,60 qcm; schließlich wird $c = \frac{1}{6}\,h = \frac{10}{6} = 1{,}66$ cm.

Die Richtigkeit der Ermittelung sei durch die folgende Proberechnung erwiesen. Es ergibt sich aus den, für die Platte bestimmten Abmessungen:

$$y = 10 - 1{,}66 - 2{,}78 = 5{,}56 \text{ cm.}$$

$$a = 10 - 1{,}66 - \frac{2{,}78}{3} = 7{,}41 \text{ cm.}$$

$$\sigma_b = \frac{2\,M}{a \cdot b \cdot x} = \frac{2 \cdot 52900}{7{,}41 \cdot 100 \cdot 2{,}78} = \text{rund } 51 \text{ kg/qcm.}$$

$$\sigma_e = \frac{M}{a\,F_e} = \frac{52900}{7{,}41 \cdot 7{,}0\,^{1)}} = \frac{52900}{51{,}87} = \text{rund } 1020 \text{ kg/qcm.}$$

[1]) Es kommt bei der Kontrollrechnung naturgemäß nur der theoretische Wert von $F_e = 7{,}0$ qcm in Frage.

Diese Ergebnisse entsprechen mithin in vollkommen ausreichender Weise den Spannungen, unter deren Annahme die Platten dimensioniert wurden.

Aus dem obigen Beispiel ergibt sich mithin, daß die angegebenen Gleichungen wohl geeignet sind, in wirtschaftlichem Sinne und auf

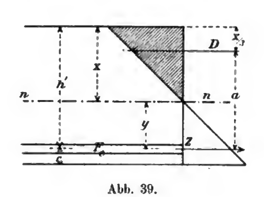


Abb. 39.

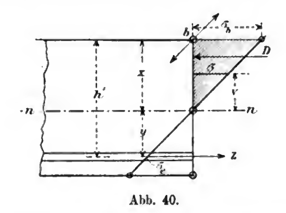


Abb. 40.

verhältnismäßig sehr einfache Weise die **Dimensionierung einer Eisenbetonplatte** zu bewirken.

Ein anderer Weg, die Hauptabmessungen der Eisenbetonplatten unter Berücksichtigung einer guten Materialausnützung von vornherein zu bestimmen, ist der folgende [1]): Unter Innehaltung der früheren, sowie der in Abb. 39 eingeschriebenen Bezeichnungen läßt das Hauptgesetz sich in der folgenden Form darstellen:

1) $\frac{\sigma_{e\,max}}{\sigma_{b\,max}} = \gamma = n\,\frac{(h'-x)}{x}$, woraus

2) $x = \frac{n}{n+\gamma} \cdot h' = \alpha\, h'$ folgt, unter dem Faktor α die Größe $\frac{n}{n+\gamma}$ verstanden.

Ferner ergibt sich aus:

$$D = Z = \frac{M}{a} = \frac{M}{\left(h' - \frac{x}{3}\right)} = \sigma_{b\,max}\,\frac{x}{2} \cdot b \text{ für } x = \alpha\, h'.$$

die Beziehung:

3) $\frac{6\,M}{b\,\sigma_{b\,max}} = x\,(3\,h' - x) = h'^2\,(3\,\alpha - \alpha^2)$ und hieraus

4) $h' = \sqrt{\frac{6}{(3\,\alpha - \alpha^2)\,\sigma_{b\,max}}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = \frac{\gamma + n}{\sqrt{3\,\gamma + 2\,n}} \cdot \sqrt{\frac{6}{n\,\sigma_{b\,max}}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = a_0\,\sqrt{\frac{M}{b}}$,

woselbst a_0 die beiden ersten Produkte der vorletzten Gleichung darstellt. In gleicher Weise ergibt sich aus der Beziehung:

$$Z = \frac{M}{h' - \frac{x}{3}} = \sigma_{e\,max}\,F_e.$$

[1]) Vergl. die Querschnittsbemessung von Platten und Plattenbalken aus Eisenbeton nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten von Dipl.-Ing. E. Elwitz, Düsseldorf. B. u. E. 1905, Heft I, S. 18. In einer weiteren Fortsetzung seiner Untersuchungen, die sich auch auf Plattenbalken beziehen (vergl. diesen Abschnitt), und zwar in Heft II, S. 39 behandelt Elwitz auch den Kostenkleinstwert von Platten mit Rücksicht auf den Einfluß des Eigengewichtes. Es sei an dieser Stelle auf die bemerkenswerten Ausführungen verwiesen.

5) $F_e = \frac{3}{\sigma_{e\,max}} \sqrt{\frac{\alpha\,\sigma_{b\,max}}{(3-\alpha)\,b}} \cdot \sqrt{M} \cdot b = b_o \cdot \sqrt{M} \cdot b.$

Auch läßt sich F_e aus Gleichung 1 und aus der Beziehung:

$$F_e\,\sigma_e = D = \sigma_b \frac{x}{2}\,b$$

in der Form darstellen:

6) $F_e = \frac{\sigma_b}{\sigma_e} \cdot \frac{b}{2} \cdot x = \frac{b}{2}\,\frac{n}{\gamma(\gamma+n)} \cdot h'$, d. h. die Größe der Eiseneinlage ist nur von der Nutzhöhe der Platte und dem Randspannungsverhältnisse abhängig; im besonderen gibt auch der Faktor $\frac{n}{2\gamma(\gamma+n)}$ für Platten von 100 cm Breite das Prozentverhältnis der Armierung an[1]). Dieses Verhältnis hat für jeden γ-Wert eine konstante Größe und steigt mit fallendem γ.

Die Größe von $\gamma = \frac{\sigma_{e\,max}}{\sigma_{b\,max}}$ wird nach den früheren Ausführungen in ziemlich engen Grenzen schwanken; nimmt man für $\sigma_{e\,max}$ zulässige Werte von 1200—1000, für $\sigma_{b\,max}$ 25—50 kg/qcm an, so wird der eine mögliche Grenzwert $\frac{1000}{50} = 20$, der andere $\frac{1200}{25} = 48$ = rund 50 sein. Für diese Grenzverhältnisse und zwischenliegende, häufiger zu verwendende Werte sowie für $\sigma_b = 50$, 45, 40, 35, 30 und 25 kg/qcm sind in der nachstehenden Tabelle (von Elwitz-Düsseldorf) die Werte von a_o und b_o sowie von F_e in Prozenten und endlich von $x = \alpha h'$ bestimmt.

Hierbei ist eine Breite = 100 gerechnet und demgemäß der Einfachheit halber der Faktor der Gleichung 4) bezw. 5) a_o bezw. b_o durch 10 dividiert, bezw. mit 10 erweitert. Es gilt demgemäß die Tabelle für eine Form:

$$4a)\ h' = a_o'\,\sqrt{M} \text{ und } 5a)\ F_e = b_o'\,\sqrt{M}.$$

Tabelle.

$\gamma =$	$\sigma_{b\,max} =$	50	45	40	35	30	25	F_e in Prozenten	α $(x = \alpha \cdot h')$
50	$a'_o =$ $b'_o =$	0,0434 0,0100	0,0457 0,0105	0,0483 0,0111	0,0517 0,0119	0,0558 0,0129	0,0612 0,0141	0,23	0,231
40	$a'_o =$ $b'_o =$	0,0403 0,0137	0,0425 0,0144	0,0448 0.0152	0,0480 0,0163	0,0518 0,0176	0,0568 0,0193	0,34	0,273
35	$a'_o =$ $b'_o =$	0,0386 0,0166	0,0407 0,0175	0,0430 0,0185	0,0460 0,0198	0,0496 0,0213	0,0544 0,0234	0,43	0,300
30	$a'_o =$ $b'_o =$	0,0368 0,0204	0,0388 0,0215	0,0411 0,0229	0,0439 0,0244	0,0474 0,0263	0,0520 0,0288	0,555	0,333
25	$a'_o =$ $b'_o =$	0,0350 0,0262	0,0369 0,0276	0,0390 0,0292	0,0417 0,0312	0,0450 0,0336	0,0494 0,0370	0,75	0,375
20	$a'_o =$ $b'_o =$	0,0329 0,0352	0,0347 0,0371	0,0366 0,0392	0,0392 0,0420	0,0423 0,0452	0,0464 0,0496	1,07	0,429

[1]) Dies folgt aus der Form der Gleichung 6) $F_e = \varphi \cdot (b \cdot h')$, in welcher $(b\,h')$ die nutzbare Betonfläche darstellt.

Die Tabelle ist allerdings ermittelt unter Annahme eines Wertes von $n = 15$. Da jedoch — wie auf Seite 127 dargelegt — diese Größe keinen erheblichen Einfluß auf die Schlußergebnisse bei einfachen Platten zu haben pflegt, so kann die vorstehende Tabelle mit Vorteil — im besonderen zu einer vorläufigen Bestimmung der Querschnittsabmessung — auch bei $n = 10$ — Anwendung finden.

Beispiel: Es seien gegeben: $\sigma_{b\,max} = 50$; $\sigma_{e\,max} = 1000$ kg/qcm, d. h. $\gamma = 20$; ferner sei $M = 52900$ kg.cm und $b = 100$ cm. Aus der vorstehenden Tabelle ergibt sich unmittelbar:

$$a_0' = 0{,}0329$$
$$b_0' = 0{,}0352$$

und somit wird:

$$h' = 0{,}0329 \,.\, \sqrt{52900} = 0{,}0329 \,.\, 230 = 7{,}56 \text{ cm.}$$

Mithin wird die gesamte Plattenhöhe etwa $= 7{,}6 + \frac{7{,}6}{6}$ = rund 9 bis 10 cm werden. Weiter folgt $F_e = 0{,}0352 \sqrt{52990} = 0{,}0352 \,.\, 230 = 8{,}1$ qcm. Vergleicht man diese Ergebnisse mit den Resultaten des gleichartigen Beispiels auf S. 130, so sieht man, daß die Differenzen der Endergebnisse nicht erheblich sind; daß sie überhaupt vorhanden, wird durch den Wert von $n = 15$ bei Berechnung der vorstehenden Tabelle erklärt.

Der Prozentgehalt (φ) an Eisen ist hierselbst

$$\varphi = \frac{Fe}{b \,.\, h'} = \frac{8{,}1}{100 \,.\, 7{,}56} = 1{,}07,$$

genau wie ihn auch die Tabelle angibt.

Die neutrale Achse endlich ist durch die Größe von $x = 0.429 \,.\, 7.56$ = rd. 3,25 cm bestimmt.

Die vorstehende Tabelle gestattet weiter den Querschnitt des einen Materials zu wählen, wenn die Größe des anderen gegeben ist. Kennt man z. B. die nutzbare Plattenstärke h', so folgt aus der Beziehung:

$$h' = a_0 \sqrt{\frac{M}{b}} \text{ bezw.} = a_0' \sqrt{M},$$

die Größe a_0 bezw. a_0'; in gleicher Weise würde bei gegebener Größe von F_e der Wert von b_0 bezw. b_0' bekannt sein. Mit Hilfe der Tabelle bestimmt man nun, wenn a_0 gefunden, den zugehörenden b_0-Wert, und umgekehrt bei ermitteltem b_0 das zugehörende a_0, hierbei natürlich an die für σ_b oder σ_e gegebenen Grenzwerte gebunden. Ist a_0 durch die Betonquerschnittsabmessungen gegeben, so wird in der Regel die Spannung σ_e durch geschickte Wahl von b_0 und demgemäß F_e den Größtwert bekommen können, während bei bekanntem Eisenquerschnitte die Ausnutzung des Betons eine gute sein kann. Der verhältnismäßig einfache Gang der Rechnung sei an dem folgenden Zahlenbeispiele gezeigt:

Gegeben seien als nicht zu überschreitende Grenzwerte $\sigma_b = 50$, $\sigma_e = 1050$ kg/qcm. Ferner sei die nutzbare Höhe der einfach armierten Platte $= h' = 10$ cm, das Biegungsmoment (auf 100 cm Breite $= b$ gerechnet) $= 52\,900$ kg.cm.

Aus diesen Bedingungen folgt zunächst

$$a_0' = \frac{h'}{\sqrt{M}} = \frac{10}{\sqrt{52900}} = \frac{10}{230} = 0{,}0434.$$

Das Verhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{50}$ ist $= 20 = \gamma$; für diesen Wert ist a_0' bei $\sigma_b = 50$ erheblich kleiner, $= 0{,}0329$. Es ist mithin nicht möglich, hier zu gleicher Zeit $\sigma_{b\,max}$ und $\sigma_{e\,max}$ auszunützen [1]).

Eine Zusammenstellung aus der Tabelle liefert die zusammengehörenden Werte von γ, σ_b und σ_e in folgender Weise:

---

1) Aus der Tabelle ergibt sich, daß mit steigendem α, bei konstantem γ der Wert von σ_b abnimmt.

$a'_o = \backsim 0{,}0434$

$\sigma_b =$	$\gamma =$	$a'_o =$	$b'_o =$	$\sigma_e = \gamma \cdot \sigma_b =$
50	50	0,0434	0,0100	50 . 50 = 2500 kg/qcm.
45	40	0,0425	0,0144	40 . 40 = 1600 „
40	35	0,0430	0,0185	40 . 35 = 1400 „
35	30	0,0439	0,0244	35 . 30 = 1050 „
30	25	0,0450	0,0336	30 . 25 = 750 „
25	20	0,0423	0,0452	25 . 20 = 500 „

Will man nun die Spannung $\sigma_{e\,max} = 1050$ kg/qcm nicht überschreiten, aber dieser Grenze nahe bleiben, so wird man die unterstrichenen Zahlen der obigen Zusammenstellung für die weitere Dimensionierung, besonders zur Bestimmung von F_e, benutzen. Dem genauen Werte von $a_o' = 0{,}434$ entspricht — durch Interpolation gefunden — für $\sigma_b \backsimeq 35$, und $\gamma = 30$ ein Wert von $\sigma_b = 35{,}9$ und $b_o' = 0{,}0241$. Es wird mithin: $F_e = b_o' \sqrt{M} = 0{,}0241 \cdot 230 = 5{,}54$ qcm. Die gleiche Zahl hätte sich auch aus der Prozentzahl der Tabelle ermitteln lassen = 0,555 v. H.; da hier der Betonnutzquerschnitt = 100 . 10 qcm ist, so hatte sich unmittelbar $F_e = 1000 \cdot \frac{0{,}555}{100} = 5{,}5$ qcm ergeben.

Zur Kontrolle der Rechnung seien schließlich die auftretenden Spannungen berechnet:

$$\sigma_e = \frac{M}{\left(h' - \frac{x}{3}\right) F_e} = \frac{52\,900}{\left(10 - \frac{3{,}33^{1)}}{3}\right) \cdot 5{,}54} = \text{rd. } 1070 \text{ kg/qcm},$$

also eine nicht erhebliche Überschreitung des gestatteten Größtwertes.

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot M}{\left(h' - \frac{x}{3}\right) x \cdot b} = \frac{2 \cdot 52900}{\left(10 - \frac{3{,}33}{3}\right) \cdot 3{,}33 \cdot 100} = \text{rd. } 35{,}8 \text{ kg/qcm},$$

also auch dem oben aus der Tabelle entnommenen Werte (35,9) durchaus nahestehend.

Schließlich sei noch der Formeln von Barkhausen und Ramisch zur Bestimmung der Plattenabmessungen gedacht.

In Anlehnung an Abb. 39 auf S. 131 ergibt die Gleichsetzung der äußeren Kräfte die Beziehung[2]):

$$1)\ \sigma_b \cdot \frac{x}{2} \cdot b = F_e\, \sigma_e,$$

während aus der Momentengleichung:

$$2)\ F_e\, \sigma_e \left(h - c - \frac{x}{3}\right) = M \cdot b$$ folgt, wenn M das Biegungsmoment in bezug auf die Tiefeneinheit darstellt. Ersetzt man in 2) $F_e\, \sigma_e$ durch $\frac{1}{2} \sigma_b\, x\, b$, so ergibt sich:

$$3)\ \sigma_b \frac{x\,b}{2} \left(h - c - \frac{x}{3}\right) = M \cdot b \text{ und:}$$

$$4)\ (h - c) = \frac{2\,M}{\sigma_b\, x} + \frac{x}{3}.$$

Nach dem Grundgesetze ist ferner:

$$\frac{x}{(h - c - x)} = n \frac{\sigma_b}{\sigma_e} \text{ und somit:}$$

$$(h - c - x) = \frac{x\, \sigma_e}{n\, \sigma_b};$$

$$5)\ (h - c) = x + \frac{x\, \sigma_e}{n\, \sigma_b} = x\,(1 + m), \text{ worin } m = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{\sigma_e\, E_b}{\sigma_b\, E_e} \text{ ist.}$$

---

[1]) x ist nach der Tabelle (für $\gamma = 30$) = 0,333 . h' = 0,333 . 10 = 3,33 cm.

[2]) Siehe Anm. 1 auf S. 135.

Demgemäß geht Gleichung 4) in die Form über:

$$x(1+m)=\frac{2M}{\sigma_b \cdot x}+\frac{x}{3},$$ woraus (nach Barkhausen[1]):

6) $x=\sqrt{\frac{6M}{\sigma_b(2+3m)}}$ folgt;

alsdann ist auch die Plattenhöhe h aus der Beziehung 5 gegeben:

7) $h=c+x(1+m)$. Schließlich ist:

8) $b=\frac{2F_e}{x}\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$.

Auch diese Gleichungen eignen sich durchaus, nach Ermittelung von m unter Einfügung der betreffenden Grenzwerte, gut zur Bestimmung der Querschnittsabmessungen.

Ramisch entwickelt[2]) unter der Annahme, daß der Wert x in Abb. 39 auf S. 131 $x=\lambda h'$, und demgemäß $y=(1-\lambda)h'$ gesetzt wird, ferner σ_b' und σ_e' gedachte Spannungen im Beton bezw. im Eisen im Abstande = 1 von der neutralen Achse darstellen, die Grenzspannungen σ_b und σ_e in der Form:

1) $\sigma_b=\sigma_b' \cdot \lambda \cdot h'$ und 2) $\sigma_e = \sigma_e'(1-\lambda)h'$.

Hieraus folgt:

3) $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=\frac{\sigma_e'}{\sigma_b'}\frac{1-\lambda}{\lambda}$. Nun ist ferner:

$\frac{\sigma_e'}{\sigma_b'}=\frac{E_e}{E_b}=n$, sodaß Gleichung 3) in die Form:

4) $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=n\frac{1-\lambda}{\lambda}$ übergeht.

Nimmt man z. B. $\sigma_e=1000$, $\sigma_b=40$ kg/qcm, $n=10$, so folgt: $\frac{1000}{40}=10\frac{1-\lambda}{\lambda}$ woraus sich $\lambda=2/7$ ergibt. Es werden also alsdann nur 2/7 des Betonquerschnittes auf Druck beansprucht, d. h. voll ausgenutzt. Zugleich ist mit dem Werte von λ die neutrale Achse gegeben und ferner auch der Eisenquerschnitt bekannt:

$$\sigma_e F_e=\frac{\lambda \cdot h'}{2} b \cdot \sigma_b; \quad bh'=F_b';$$

5) $F_e=\frac{\lambda}{2}F_b' \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_e}$.

Für $\sigma_e=1000$, $\sigma_b=40$ kg/qcm wäre z. B.:

$$F_e=\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{2}\cdot F_b' \cdot \frac{40}{1000}=\frac{F_b'}{175}.$$

Ist $\sigma_b=40$, $\sigma_e=1200$, so wäre: $\lambda=\frac{1}{5}$ und somit:

$$F_e=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot F_b' \cdot \frac{40}{1200}=\frac{F_b'}{300}.$$

Diese Gleichungen gestatten mithin, wenn σ_e, σ_b und h' bekannt sind, ein leichtes Bestimmen der neutralen Achse und der notwendigen Eisenmenge und zwar unter Wahrung der vorgeschriebenen Grenzwerte.

---

[1]) Vergl.: Theorie der Verbundbalken in Eisenbeton und ihre Anwendung von G. Barkhausen. Wiesbaden, C. W. Kreidels Verlag 1907.

[2]) Vergl. Z. u. B. 1904, Heft VI.

Von all den vorgeschlagenen, verschiedenen Rechnungswegen dürfte sich der auf S. 129 angegebene wegen der Einfachheit der Rechnung und der Übersichtlichkeit der Entwickelungen für die Praxis besonders empfehlen.

Bezüglich weiterer, die Aufgabe der Dimensionierung einfach armierter Eisenbetonplatten behandelnder Untersuchungen sei auf die unten stehende Anmerkung [1]) verwiesen.

[1]) I. Die Berechnung armierter Betonplatten von Dipl.-Ing. S. Sor in B. u. E. 1904, Heft V Seite 316.

In Anlehnung an Abb. 40 auf S. 131 geht der Verfasser davon aus, daß das Moment in der Gleichung: $M = \int_0^x \sigma \cdot b \cdot dv\,(v + y)$ seinen Ausdruck findet. Da $\frac{\sigma}{v} = \frac{\sigma_b}{x}$, demgemäß $v = x\,\frac{\sigma}{\sigma_b}$ und $dv = x\,\frac{d\sigma}{\sigma_b}$ ist, so ergibt sich für M die weitere Form:

$$M = \frac{b \cdot x}{\sigma_b}\int_0^{\sigma_b}\left(x\,\frac{\sigma}{\sigma_b} + y\right)\sigma \cdot d\sigma = \frac{b\,x^2}{\sigma_b^2}\int_0^{\sigma_b}\sigma^2\,d\sigma + \frac{b\,x\,y}{\sigma_b}\int_0^{\sigma_b}\sigma\,d\sigma.$$

Ferner ist $x + y = h'$; $\frac{x}{y} = \frac{n\,\sigma_b}{\sigma_e}$; mithin: $x = \frac{n\,h'\,\sigma_b}{n\,\sigma_b + \sigma_e}$ und $y = \frac{h' \cdot \sigma_e}{n\,\sigma_b + \sigma_e}$. Nach Einsetzung dieser Werte in die vorstehende M-Gleichung folgt weiter:

$$M = \frac{n \cdot b \cdot \sigma_b^2\,(2\,n\,\sigma_b + 3\,\sigma_e)\,h'^2}{6\,(n\,\sigma_b + \sigma_e)^2}$$

woraus sich ergibt:

$$h' = \frac{n \cdot \sigma_b + \sigma_e}{\sigma_b}\sqrt{\frac{3}{n\,(2\,n\,\sigma_b + 3\,\sigma_e)}}\sqrt{\frac{M}{b}},$$

eine Form, welche der von Elwitz gegebenen Gleichung $h' = a_0\sqrt{\frac{M}{b}}$ durchaus entspricht, und deshalb sehr bequem für Dimensionierungsrechnungen erscheint, weil der vor $\sqrt{\frac{M}{b}}$ stehende Zahlenwert nur aus Spannungsgrößen und der Zahl n (= 10) sich zusammensetzt.

In ähnlicher Weise läßt sich auch für F_e die Beziehung aufstellen:

$$F_e = \frac{1}{\sigma_e}\int_0^x b \cdot \sigma \cdot dv,$$

woraus nach Einsetzung der obigen Werte von dv, x usw. sich ergibt:

$$F_e = \frac{n\,b \cdot \sigma_b^2}{2\,\sigma_e\,(n \cdot \sigma_b + \sigma_e)} \cdot h' = \frac{n\,\sigma_b}{\sigma_e}\sqrt{\frac{3}{2\,n\,(2\,n\,\sigma_b + 3\,\sigma_e)}} \cdot \sqrt{M \cdot b}$$

also wieder der Form: $F_e = b_0\sqrt{M \cdot b}$ entsprechend. Kennt man h' so ist auch x durch die obige Beziehung $x = \frac{n\,\sigma_e}{n\,\sigma_b + \sigma_e} \cdot h'$ bestimmt, und der Hebelarm zwischen dem Angriff der Druckkraft (D) und dem im Eisen wirkenden Zuge (Z) = a gefunden:

$$a = h' - \frac{x}{3} = \frac{2\,n\,\sigma_b + 3\,\sigma_e}{2\,n\,\sigma_b + 3\,\sigma_e} \cdot h'.$$

II. Beitrag zu den Leitsätzen für die Berechnung armierter Platten. Von Dr.-Ing. P. Weiske-Kassel. B. u. E. 1904, Heft IV, S. 238.

Ausgehend von den Normalformeln der Preußischen Bestimmungen für Verwendung des Eisenbetons im Hochbau usw. wird aus der Gleichung

$$1)\quad \sigma_b = \frac{2\,M}{b \cdot x\left(h' - \frac{x}{3}\right)} = \frac{M}{W_b}$$

der Wert des Widerstandsmomentes W_b abgeleitet:

$$1')\quad W_b = \frac{b \cdot x\left(h' - \frac{x}{3}\right)}{2}.$$

Zu untersuchen wäre endlich noch die Frage, inwieweit bei sonst sich gleich bleibenden Querschnittsverhältnissen einerseits die Abänderung der Größe der nutzbaren Höhe h′, andererseits der Eiseneinlagen auf die Querschnittsbemessung einwirkt. Derartige Erörterungen werden besonders dort am Platze sein, woselbst es sich um eingespannte oder über einer Anzahl von Stützen durchgehende Träger handelt, also positive und negative Maximalmomente in Balkenmitte bezw. an den Auflagerpunkten zu berücksichtigen sind. Vielfach ist es hier üblich, den Trägerquerschnitt nach

---

Wählt man nun ein Verhältnis von $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} =$

a) $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 30,$ b) $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 25,$

so ergibt sich:

$\sigma_e = 900$	1050	1200	$\sigma_e = 750$	875	1000
$\sigma_b = 30$	35	40	$\sigma_b = 30$	35	40.

Setzt man n = 15 *), so kann man aus den Normalgleichungen bestimmen:

$$2)\ \text{für}\ \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 30.\ \Big\}\ x = \frac{1}{3}h'; \qquad W_b = \frac{4}{27}bh'^2 \cong \frac{1}{7}bh'^2.$$

$$\text{für}\ \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 25.\ \Big\}\ x = \frac{3}{8}h'; \qquad W_b = \frac{21}{128}bh'^2 \cong \frac{1}{6}bh'^2$$

Der Querschnitt von F_e ergibt sich durch Gleichsetzung des Momentes in den Gleichungen:

$$\sigma_b = \frac{2\,M}{b\,.\,x\left(h' - \frac{x}{3}\right)};\ \sigma_e = \frac{M}{F_e\left(h' - \frac{x}{3}\right)};$$

$$M = \frac{\sigma_b\left(h' - \frac{x}{3}\right)b\,.\,x}{2} = \sigma_e\left(h' - \frac{x}{3}\right).\,F_e;$$

$$3)\quad F_e = \frac{b\,.\,x}{2}\,.\,\frac{\sigma_b}{\sigma_e}.$$

Hieraus folgt:

$$4)\ \text{bei}\ \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 30\ \Big\}\ F_e = \frac{1}{180}bh' = \frac{F_b'}{180} = 0{,}0556\ F_b'$$

$$\text{bei}\ \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 25\ \Big\}\ F_e = \frac{1}{133}bh' = \frac{F_b'}{133} = 0{,}0752\ F_b'$$

In allen diesen Gleichungen stellt h′ die Nutzhöhe des Querschnittes (h — c), F_b' den Querschnitt b . h′ dar.

Schließlich kann man mit Hilfe der Gleichungen 1) und 2) h′ unmittelbar mit Hilfe des Biegungsmomentes M ausdrücken:

$$\text{bei}\ \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 30\ \text{ist:}\ h'^2 = \frac{27}{4b\,.\,\sigma_b}.\,M; \qquad h' = \sqrt{\frac{27}{4b\,.\,\sigma_b}}\,\sqrt{M} = a_1\sqrt{M}.$$

$$\text{bei}\ \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 25\ \text{ist:}\ h'^2 = \frac{128}{21\,b\,.\,\sigma_b}\,M; \qquad h' = \sqrt{\frac{128}{21.\,b\,.\,\sigma_b}}\,\sqrt{M} = a_2\sqrt{M}.$$

Für die einzelnen obenstehenden Werten von σ_b und σ_e sind die Zahlen a_1 und a_2 berechnet und zusammengestellt, desgl. die zugehörenden h′ und F_e-Größen, vergl. die oben genannte Literaturstelle.

In B. u. E. 1905, Heft V, S. 123 führt Dr. P. Weiske seine vorstehend erwähnten Erörterungen weiter fort, hier besonders auf die Vereinfachung der Gleichungen für eine gleichmäßig über die Platte verteilte Belastung für die Einheit = q eingehend. Hierselbst entwickelt er — für freiaufliegende Platten h′ in der Form:

$$h' = a'.\sqrt{M} = a'.\sqrt{\frac{ql^2}{8}} = \frac{a'}{\sqrt{8}}.\,l\sqrt{q} = a_0\,.\,l\,.\sqrt{q} = \alpha\,l.$$

Man erhält h′ in cm, wenn man l in m und q in t einsetzt.

Die nachfolgend mitgeteilten, von Dr. Weiske berechneten Tabellen können mit Vorteil zur Dimensionierung oder vorläufigen Schätzung des Querschnittes benutzt werden; es sei jedoch darauf hingewiesen, daß sie auf dem Werte n = 15 beruhen. Im besonderen erscheint Tabelle II zweckmäßig, da aus ihr sofort für eine gegebene Belastung und Spannweite der Faktor α der Gleichung $h' = .\,\alpha\,l$ abgelesen werden kann, h′ sich also in Form eines Prozentsatzes von l ergibt.

---

*) Der oben erwähnten Veröffentlichung entsprechend.

dem größten, in Balkenmitte auftretenden (+ M) zu bemessen und nur an den Stützen unter Beibehaltung von F_e die Nutzhöhe h' zu vergrößern, oder bei Innehaltung der letzteren die Eiseneinlage zu verstärken.

Tabelle I.

σ_b in kg/qcm	σ_e in kg/qcm	x Höhe der Druckzone in cm	$a = h' - \frac{x}{3}$ Momentenhebelarm in cm	$h' = a' \sqrt{M}$. Nutzbare Plattenhöhe in cm; M in m.t.	$h' = a_0 l \sqrt{q}$. Nutzbare Plattenhöhe in cm; l in m; q in t.	$F_e = b \sqrt{M}$. Eisenquerschnitt auf 1 m Breite in qcm M in m.t.	$F_e = \mu h'$ Eisenquerschnitt auf 1 m Breite in qcm
30	750	0,375 . h'	0,875 . h'	14,4 $\sqrt{M}$	5,09 $l \sqrt{q}$	10,8 $\sqrt{M}$	0,700 . h'
30	900	0,333 . h'	0,889 . h'	15,0 „	5,30 „ „	8,3 „	0,556 . h'
30	1050	0,300 . h'	0,900 . h'	15,7 „	5,55 „ „	6,7 „	0,429 . h'
30	1200	0,273 . h'	0,909 . h'	16.4 „	5,80 „ „	5,6 „	0,341 . h'
35	875	0,375 . h'	0,875 . h'	13,2 „	4,67 „ „	9,9 „	0,750 . h'
35	1050	0,333 . h'	0,889 . h'	13,9 „	4,91 „ „	7,7 „	0,556 . h'
35	1200	0,304 . h'	0,889 . h'	14,5 „	5,15 „ „	6,4 „	0,443 . h'
40	1000	0,375 . h'	0,875 . h'	12,3 „	4,35 „ „	9,2 „	0,780 . h'
40	1200	0,333 . h'	0,889 . h'	13.0 „	4,60 „ „	7,2 „	0,556 . h'
38,6	1089	0,347 . h'	0,884 . h'	13,0 „	4,60 „ „	8.0 „	0,615 . h'

Tabelle II.

σ_b in kg/qcm	σ_e in kg/qcm	$h' = a_0 l \sqrt{q}$	$h' = a_0 l \sqrt{q}$ bei einer Größe von q =							
			0,5 t/m²	0.6 t/m²	0.7 t/m²	0,8 t/m²	0,9 t/m²	1,0 t/m²	1,1 t/m²	1,2 t/m²
30	750	5,09 $l \sqrt{q}$	3,60 . l	3,94 . l	4,26 . l	4,55 . l	4,83 . l	5.09 . l	5,34 . l	5,57 . l
30	900	5,30 „ „	3,75 „	4.11 „	4,44 „	4,74 „	5,03 „	5,30 „	5,56 „	5,80 „
30	1050	5,55 „ „	3,92 „	4.30 „	4,65 „	4,96 „	5,24 „	5.55 „	5,82 „	6,08 „
30	1200	5,80 „ „	4,10 „	4,50 „	4,85 „	5,19 „	5,50 „	5,80 „	6,09 „	6,35 „
35	875	4,67 „ „	3,30 „	3,62 „	3,91 „	4,17 „	4,48 „	4,67 „	4,90 „	5,11 „
35	1050	4,91 „ „	3,47 „	3,81 „	4,11 „	4,39 „	4,60 „	4,91 „	6,15 „	5.38 „
35	1200	5,13 „ „	3,63 „	3,98 „	4,29 „	4,59 „	4,87 „	5,13 „	6,38 „	5,62 „
40	1000	4,35 „ „	3,08 „	3.37 „	3,64 „	3,89 „	4.13 „	4.35 „	4,56 „	4,70 „
40	1200	4,60 „ „	3,25 „	3,57 „	3,85 „	4,11 „	4.37 „	4,60 „	4,83 „	5,04 „
38,6	1089	4,60 „ „	3,25 „	3.57 „	3,85 „	4,11 „	4,37 „	4,60 „	4,83 „	5,04 „

Auch in dieser Tabelle ist h' in cm. l in m, q in t eingeführt. Die Tabelle ist, wie aus der Form des Momentes ersichtlich, für auf 2 Stützen frei aufliegende Platten aufgestellt; sie kann aber auch für den durchlaufenden oder eingespannten Balken benutzt werden. Die Tabellenwerte sind alsdann mit den folgenden Verkleinerungszahlen zu multiplizieren:

1) für $\frac{ql^2}{10}$ mit $\sqrt{\frac{8}{10}} = 0,894$,

2) „ $\frac{ql^2}{12}$ „ $\sqrt{\frac{8}{12}} = 0,817$,

3) „ $\frac{ql^2}{16}$ „ $\sqrt{\frac{8}{16}} = 0,707$,

4) „ $\frac{ql^2}{24}$ „ $\sqrt{\frac{8}{24}} = 0,577$,

5) „ $\frac{ql^2}{40}$ „ $\sqrt{\frac{8}{40}} = 0.447$.

Es sei zunächst angenommen[1]), daß die Werte von h' und F_e aus dem $(+M)$ in Balkenmitte bestimmt seien; F_e soll konstant bleiben, während die Nutzhöhe h'_1 für ein größeres Moment M_1 zu ermitteln ist. Im Anschlusse an Abb. 41 ist:

1) $h' = a + \frac{x}{3}$.

2) $h'_1 = a_1 + \frac{x_1}{3}$.

3) $a = \frac{M}{\sigma_e F_e}$

4) $a_1 = \frac{M_1}{\sigma_e F_e}$

5) $\frac{a}{a_1} = \frac{M}{M_1} = \frac{h' - \frac{x}{3}}{h'_1 - \frac{x_1}{3}}$.

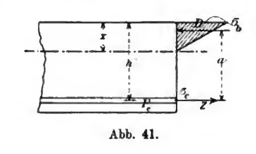


Abb. 41.

Da es nun, wie Beispiele ergeben, durchaus angängig ist, $\frac{x}{3}$ und $\frac{x_1}{3}$ als annähernd gleichen Bruchteil ihrer Höhe anzusehen, so ergibt sich: 6) $h'_1 = \frac{M_1}{M} \cdot h'$.

Man kann mithin auch für die verschiedensten Auflagerungsfälle die nutzbare Plattenhöhe als eine einfache Funktion der Stützweite aus der obigen Tabelle ableiten.

III. Eine einfache Berechnung der einseitig armierten Platte auf Grund der Gleichung $M = W \cdot \sigma$ gibt Dipl.-Ing. Jopke in B. u. E. 1906, Heft VII, S. 178. Er kommt hier — auf Grund der Normalformeln der Leitsätze — zu der Schlußgleichung:

$$\frac{F_e}{F_b} = \frac{n \frac{\sigma_b}{\sigma_e}}{2\left(\frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n\right)}.$$

Hierin ist σ_e in der Regel konstant, während $\frac{F_e}{F_b}$ und σ_b veränderlich sind. $\frac{F_e}{F_b}$ läßt sich demnach als Funktion von σ_b in Kurvenform auftragen. Die Kurve ist eine Hyperbel, die durch den Koordinatenanfangspunkt geht, deren eine Asymptote der Ordinatenachse im Abstande $-\frac{\sigma_e}{n}$ parallel läuft, und deren andere Asymptote die Abszissenachse bei $+\frac{\sigma_e}{n}$ und die Ordinatenachse bei $-\frac{1}{2n}$ schneidet. Die Kurve ist also leicht darstellbar, um so mehr, als sie innerhalb der üblichen Spannungsverhältnisse von σ_b fast gradlinig verläuft; sie gestattet demgemäß hierselbst auch die Interpolation von Zwischenwerten. — Im übrigen sei auf die Veröffentlichung selbst verwiesen.

IV. Vergl. auch die Entwickelungen von Ramisch über diesen Gegenstand in Z. u. B. 1904 S. 104 und 1905, S. 47. Hier wird zur Bestimmung der nutzbaren Plattenhöhe (h') einer einfach armierten, doppelt eingespannten Platte die Formel entwickelt:

$$h' = \frac{l^2}{13}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{1{,}1q}{l^2}}\right),$$

worin l die Stützweite, q die gesamte Belastung auf die Einheit (qm) darstellt. Ist z. B. $l = 4{,}00$ m, $q = 800$ kg/qm, so ist

$$h' = \frac{16}{13}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{1{,}1 \cdot 800}{16}}\right) = 10{,}35 \text{ cm}.$$

Will man die Eiseneinlagen 2 cm hoch in den Beton einbetten, so wird mithin die Gesamt-Plattenhöhe:

$$h = h' + 2 \text{ cm} = 10{,}35 + 2 = \text{rd. } 12{,}4 \text{ cm}.$$

Zugleich ergibt sich auch bei $\sigma_e = 1000$, $\sigma_b = 40$, nach den Ausführungen (nach Ramisch) auf S. 135.

$$F_e = \frac{F_b'}{175} = \frac{10{,}35 \cdot 100}{175} = 5{,}8 \text{ qcm}.$$

[1]) Vergl. u. a.: Zur Querschnittsbemessung von Platten und Plattenbalken aus Eisenbeton von Dipl.-Ing. Elwitz. B. u. E. 1905, Heft V, S. 122.

Beispiel. Es sei a) in Balkenmitte:

$$\sigma_b = 40. \qquad \sigma_e = 1200. \qquad x = 0{,}333\,h' \text{ oder } \frac{x}{3} = \frac{h'}{9};$$

b) über der Stütze:

$$\sigma_b = 20. \qquad \sigma_e = 1200. \qquad x_1 = 0{,}200\,h'. \qquad \frac{x'}{3} = \frac{h_1'}{15}.$$

Setzt man diese Werte in die obige — genaue — Gleichung 5) ein, so erhält man:

$$\frac{M}{M_1} = \frac{h' - \frac{h'}{9}}{h_1' - \frac{h_1'}{15}} = \frac{8 \,.\, 15}{9 \,.\, 14} \cdot \frac{h'}{h_1'} = 0{,}95\,\frac{h'}{h_1'};$$

es ergibt sich mithin ein Wert, der — trotz der sehr verschiedenen σ_b Größe — sehr nahe an den durch Gleichung 6) gegebenen Annäherungswert $\frac{M}{M_1} = \frac{h'}{h_1'}$ heranreicht; die vorgeschlagene Vereinfachung dürfte sich mithin durchaus empfehlen.

Wird zweitens h' als konstant angenommen und die Größe „F_e" geändert, so ergibt sich aus der Beziehung:

$$D = \frac{\sigma_b \,.\, x}{2} \,.\, b = \frac{M}{a} = \frac{M}{h' - \frac{x}{3}} \text{ die Gleichung:}$$

$$7) \quad \frac{D}{D_1} = \frac{M : \left(h' - \frac{x}{3}\right)}{M_1 : \left(h' - \frac{x_1}{3}\right)} = \frac{\sigma_b \frac{b}{2} \,.\, x}{\sigma_b \frac{b}{2}\, x_1} = \frac{x}{x_1}.$$

Da bei gleichbleibender Höhe des Trägers und vermehrter Eiseneinlage der Beton gut ausgenutzt wird, σ_b also als annähernd konstant angesehen werden kann, ferner $h' - \frac{x}{3} \cong h' - \frac{x_1}{3}$ ist, so geht Gleichung 7) in die vereinfachte Form über:

$$8) \quad \frac{D}{D_1} = \frac{M}{M_1} = \frac{x}{x_1}.$$

Ferner folgt aus den Beziehungen:

$$D = Z = \frac{b \sigma_b x}{2} = \sigma_e F_e \text{ und } \frac{\sigma_e}{n} : \sigma_b = (h' - x) : x$$

$$\sigma_e = (h' - x)\frac{\sigma_b \,.\, n}{x}.$$

$\frac{b x^2}{2} = n F_e (h' - x)$ und ebenso: $\frac{b x_1^2}{2} = n F_{e1} (h' - x_1)$. Hieraus ergibt sich das Verhältnis von $\frac{F_e}{F_{e1}}$.

$$9) \quad \frac{F_e}{F_{e1}} = \frac{x^2 (h' - x_1)}{x_1^2 (h' - x)}.$$

Vereinigt man mit dieser Gleichung die Beziehung 8) so folgt:

$$10) \quad \frac{M^2}{M_1^2} \cdot \frac{h' - x_1}{h' - x} = \frac{F_e}{F_{e1}}.$$

Berücksichtigt man schließlich, daß:

$$\frac{M}{M_1} \cong \frac{h' - x_1}{h' - x} \text{ ist, so ergibt sich die einfache Formel:}$$

11) $F_{e_1} = \left(\frac{M_1}{M}\right)^3 F_e$, als eine für die Praxis durchaus geeignete Annäherungsgleichung.

Beispiel. Es sei wie im letzten Beispiele in Feldmitte:

$$\sigma_b = 40; \quad \sigma_e = 1200; \quad \frac{x}{3} = \frac{h'}{9}; \quad h' - \frac{x}{3} = \frac{8}{9} h';$$

ferner an der Stütze:

$$\sigma_b = 40; \quad \sigma_e = 600; \quad \frac{x_1}{3} = \frac{h'}{6}; \quad h' - \frac{x_1}{3} = \frac{5}{6} h'.$$

Setzt man für $\frac{M}{M_1} = \frac{x}{x_1}$ den genauen Ausdruck ein[1]), so wird:

$$\left(\frac{M}{M_1}\right)^3 = \left(\frac{x}{x_1} \cdot \frac{\left(h' - \frac{x}{3}\right)}{\left(h' - \frac{x_1}{3}\right)}\right)^3, \text{ und es ergibt sich } \left(\frac{M}{M_1}\right)^3 = \left(\frac{6\,h'}{9\,h'} \cdot \frac{8 \cdot 6}{9 \cdot 5}\right)^3 = 0{,}715^3 = 0{,}36;$$

mithin wird:

$$F_e = \left(\frac{M}{M_1}\right)^3 F_{e_1} = 0{,}36\ F_{e_1}; \qquad F_{e_1} = 2{,}8\ F_e.$$

Auch ergibt sich:

$$\frac{F_e}{F_{e_1}} = \frac{x^2}{x_1^2} \frac{(h' - x_1)}{(h' - x)} = \frac{2^2}{3^2} \cdot \frac{3}{2 \cdot 2} = 0{,}333,$$

also ein dem obigen durchaus entsprechendes Resultat.

Die Ergebnisse der Untersuchung lassen sich in dem folgenden Lehrsatze vereinigen:

Hat man die Querschnitte beider Materialien bei voller Ausnutzung derselben für ein gegebenes Moment festgestellt und behält für ein größeres Moment einen der beiden Querschnittte bei, so verhalten sich bei gleichbleibender Eiseneinlage die Höhen wie die Momente und bei gleichbleibender Höhe die Eisenquerschnitte wie die dritten Potenzen der Momente.

Dieser für Platten entwickelte Satz hat zugleich für solche Plattenbalken Gültigkeit, bei denen die neutrale Achse innerhalb der Platte liegt; für andere Lagen der Nullinie hierselbst gilt er jedoch nur mit sehr grober Annäherung.

Die Anordnung der Eiseneinlage[2]) endlich ist an die Bedingung gebunden, daß sie neben ausreichender Verstärkung des Querschnittes gegenüber der Biegungsbelastung, auch an ihrem Umfange genügend große Scherflächen gegen ein Herausreißen aus dem umgebenden Beton besitzen muß. Es findet dies seinen Ausdruck in den beiden mehrfach benutzten Beziehungen:

1) $F_e\,\sigma_e = \frac{M}{a}$ und

2) $U\,\tau_h = \frac{Q}{a}$,

worin Q die Querkraft in dem betrachteten Querschnitte darstellt. Aus beiden Gleichungen folgt durch Division:

3) $\frac{F_e}{U} = \frac{\tau_h}{\sigma_e} \frac{M}{Q}$.

Nimmt man für τ_h 5 kg/qcm, für σ_e 1000 kg/qcm an, so ergibt sich weiter

$$\frac{F_e}{U} = \frac{1}{200} \frac{M}{Q}.$$

---

[1]) D. h. den aus Gleichung 7 ermittelten Ausdruck.

[2]) Vergl. u. a. den Aufsatz von M. Koenen in B. u. E. 1903, Heft V, sowie D. B. Z. 1904, Nr. 3, S. 12.

Hat die Eiseneinlage den Querschnitt eines Rundeisens, so wird

$$\frac{F_e}{U} = \frac{d^2\pi}{4 . d\pi} = \frac{d}{4} \text{ und mithin in diesem Falle: } d = \frac{1}{50}\frac{M}{Q}.$$

Liegt eine Platte auf zwei Stützen freigestützt und gleichmäßig mit P belastet vor, und nimmt man — was allerdings nicht der Fall ist — an, daß M_{max} und Q_{max} zusammentreffen, so folgt weiter: $\frac{M}{Q} = \frac{l}{4}$ und somit:

$$d = \frac{1}{50} \cdot \frac{l}{4} = \frac{1}{200} l.$$

Der gleiche Wert ergibt sich auch bei einer freibeweglichen Einzellast. Aus der Größe von d bezw. dem hierdurch gegebenen Umfange des Eisens läßt sich weiter ein Wert für die zweckmäßige Teilung der Eiseneinlagen (= t) aus der Bedingung ableiten, daß die im Betonquerschnitte zwischen den einzelnen Eisenstäben in wagerechter Fuge auftretenden Scherspannungen den am Umfange des Eisens wirksamen Haftspannungen mindestens gleich sind. Hieraus ergibt sich für die Teilung die einfache, ausreichende Sicherheit gewährende Regel $t \geqq U$; d. h. beim Rundeisen:

$$t \geqq \pi d,$$

eine Gleichung, die auch für Rippenbalken Gültigkeit besitzt; hier wird also die Rippenbreite zweckmäßig gleich dem Gesamtumfange der eingebetteten Eisenstäbe sein.

Beispiel. Es liege eine einfach armierte Platte von 2,5 m = 2500 mm Stützweite vor: Alsdann ergibt sich: $d = \frac{1}{200} l = \frac{1}{200} 2500 = 12,5$ mm; gewählt werden 12,0 mm. Mithin ergibt sich die Teilung:

$$t = \pi . 12 = 37,7 \text{ mm}.$$

Wenn man auch nicht in allen Fällen, im besonderen bei bereits gegebenen Plattenabmessungen nach den obigen Regeln verfahren kann, so geben dieselben doch wichtige Aufschlüsse über eine zweckmäßige Anordnung der Eisen, denen man sich, soweit im besonderen Falle erreichbar, anschließen wird; vergl. hierzu auch die Ausführungen am Ende von § 7.

Die Überdeckung der Eiseneinlagen mit Mörtel, d. h. die Größe des Maßes „c" wird bei schwachen Eisen zum mindesten zu 1 cm auszuführen sein, bei stärkeren Einlagen aber auf 2—2,5 cm erhöht. —

§ 15.

Graphische Berechnungsmethoden des einfach armierten auf Biegung beanspruchten Balkens mit beliebigem, zur Kraftebene symmetrischem Querschnitte[1].

Das graphische Verfahren zur Ermittelung der in einem, auf Biegung beanspruchten Querschnitte, wie ihn Abb. 43 zeigt, auftretenden Spannungen beruht im besonderen in dem Auffinden der neutralen Achse. Diese graphische Methode wird namentlich bei verwickelteren Querschnitten mit verschiedener Breite am Platze sein, weil hierselbst die meisten der im vorangehenden Paragraphen gegebenen Gleichungen eine Anwendung nicht gestatten.

[1]) Vergl. hierzu u. a. den Aufsatz von Autenrieth in der Z. d. V. d. Ing. vom Jahre 1887 Berechnung der Anker, welche zur Befestigung von Platten an ebenen Flächen dienen, sowie die Ausführungen von Mörsch in „Der Eisenbetonbau", II. Auflage S. 117 und die Abhandlung von Weiske in Z. u. B. 1904, S. 122 u. a. m.

Beim Aufsuchen der Nullinie geht man hierbei von der Überlegung aus, daß bei einem Gleichgewichtszustande im gebogenen Querschnitte die gesamte Druckkraft im Beton = der Zugkraft im Eisen sein muß. Denkt man sich im Schwerpunkte der Betondruckzone und der Eisenzugzone diese beiden Kräfte vereinigt, so muß, um eine Zusammenfassung zu ermöglichen, hierbei die Eisenfläche = F_e mit n multipliziert, also in eine gleichwertige Betonfläche umgerechnet werden. Bildet man alsdann zu den beiden ent-

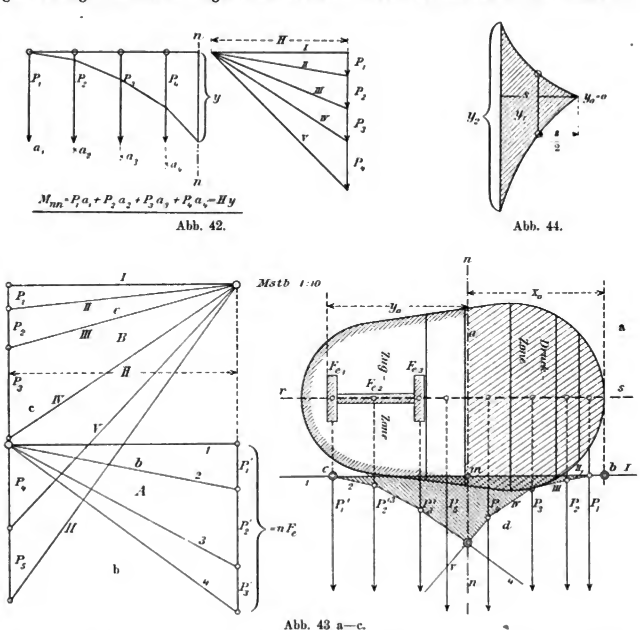


Abb. 42.

Abb. 44.

Abb. 43 a—c.

gegengesetzt wirkenden, in den entsprechenden Schwerpunkten angreifenden Einzelkräften D und Z die Resultante R = O, so geht dieselbe durch die Nullinie; mit letzterer fällt die Schwerachse des gesamten Querschnittes zusammen. Da der Querschnitt zur Kraftebene symmetrisch angenommen ist, werden die genannten Graden senkrecht zur Querschnittssymmetrieachse stehen, in welcher der Querschnitt von der Kraftebene geschnitten wird.

Denkt man nun ferner daran, daß D und Z parallel zueinander verlaufen und daß ihr Moment bezogen auf die Schwerachse gleich ist, daß ferner das Moment einer Anzahl parallel gerichteter Kräfte bezogen auf eine zu ihnen parallele Grade (n n)

— Abb. 42, $= H \,.\, y$ ist, so wird man die Schwerachse durch zwei gegeneinander verlaufende Seilpolygone, mit gleicher — sonst beliebiger — Polweite konstruiert, bestimmen können; dort wo diese beiden Seilpolygone sich schneiden, also dieselbe Ordinate in bezug auf ihre gemeinsame Schlußlinie aufweisen, und demgemäß eine Gleichheit der Momente eintritt, wird ein Punkt der Null- oder Schwerachse liegen; da deren Richtung bestimmt, ist sie mithin auch selbst gegeben.

Von dieser Art der Bestimmung der neutralen Achse ist in Abb. 43 a—c Gebrauch gemacht worden; rs sei die Symmetrielinie des in Abb. 43a dargestellten einseitig mit Hilfe eines I-Eisens armierten Querschnittes.

Zunächst ist der Betonquerschnitt bis etwa zur Eiseneinlage in eine Anzahl Streifen zerlegt und die Fläche eines jeden dieser, sowie der zugehörende Schwerpunkt ermittelt. Die so bestimmten Flächenteile sind als Gewichte P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 usw. senkrecht zur Achse rs wirkend aufgefaßt; zu ihnen wurde mit Hilfe des beliebig angenommenen Poles H und im bestimmten Kräftemaßstab das Kraftpolygon Abb. 43c gezeichnet, und aus diesem das Seileck I II III IV V zu den Kräften P_1—P_5 in Abb. 43a konstruiert. In gleicher Weise wurde der Eisenquerschnitt in Lamellen zerlegt, F_{e1} F_{e2} F_{e3}; aus diesen bildete man die Gewichte $P_1' = n F_{e1}$; $P_2' = n F_{e2}$; $P_3' = n F_{e3}$, wobei $n = 10$ gerechnet ist. Aus dem in demselben Kräftemaßstabe und mit derselben Polweite $= H$ (wie in Abb. 43c) in 43b gezeichneten Kraftecke wurde dann das zweite Seilpolygon 1, 2, 3, 4, für die Eiseneinlage abgeleitet. Die Richtung der ersten Seite dieses ist — naturgemäß — durch die Verlängerung des Strahles I der rechten Hälfte gegeben; beide Seilpolygone bauen sich mithin auf derselben Graden cb (in Abb. 43a) parallel zu rs auf. Die gezeichneten Polygone schneiden sich in Punkt n, der nunmehr also die Lage der neutralen Achse nn $\perp$ rs bestimmt und die Druckzone gegenüber der Zugzone abgrenzt. Die gemeinsamen Momentenordinate ist „nm“.

Zugleich stellt auch — nach Mohr — die in Abb. 43a schraffierte Seilpolygonfläche multipliziert mit 2 H das Trägheitsmoment des Querschnittes dar, bezogen auf die Achse nn: $J_n = 2\,H \times$ Fläche (cbn).

Die Berechnung der zweiseitig durch Kurven begrenzten Fläche (cbn) erfolgt zweckmäßig mit Hilfe der Simpsonschen Regel und zwar — vergl. Abb. 44 — in der Form:

$$F = \frac{s}{6}(y_0 + 4\,y_1 + y_2).$$

Im vorliegenden Falle — Abb. 43 — ist der Maßstab der Zeichnung des Querschnittes 1 : 10; es ergibt sich durch Abgreifen aus der Zeichnung:

$$s = m\,n = 15 \text{ mm} = 15 \text{ cm}.$$
$$y_0 = 0;\ y_1 = 18 \text{ mm} = 18 \text{ cm}.$$
$$y_2 = 59 \text{ mm} = 59 \text{ cm}.$$
$$F = \frac{15}{6}(0 + 4\,.\,18 + 59) \text{ qcm} = \text{rund } 330 \text{ qcm}.$$

Da die Kraftecke im Kräftemaßstabe 20 qcm = 1 mm gezeichnet sind, stellt H = 50 mm einen Wert von 1000 qcm dar. Mithin wird in unserem Beispiele:

$$J_n = 2\,.\,1000\,.\,330 \text{ cm}^4 = 660000 \text{ cm}^4.$$

Hat man das Trägheitsmoment bestimmt, so sind auch die größten Beanspruchungen — wie überhaupt jede Spannung an beliebiger Querschnittstelle — durch die auf den Seiten 125/126 entwickelten Gleichungen:

$$\sigma_b = \frac{M\,.\,x}{I_n},$$
$$\sigma_b = \frac{n\,M\,.\,y}{I_n}$$

gegeben; im Falle unseres Beispieles entsprechen den Werten $\sigma_{b\,max}$ bezw. $\sigma_{e\,max}$ die Größen x_0, bezw. y_0 der Abb. 43a.

Es leuchtet ein, daß in gleicher Weise auch ein durchgehend armierter Querschnitt zu behandeln ist; nur sind hier auch innerhalb der Druckzone die Eiseneinlagen in der Form: $n . F_e$ zu berücksichtigen und die sich hieraus ergebenden Einzelkräfte in ihrer Reihenfolge zwischen die Betonkräfte einzuschalten. —

Auch bleibt die Berechnungsmethode genau die gleiche, wenn die Eisen als einzelne Querschnitte im Beton eingebettet sind; alsdann wird man stets diejenigen Eisenquerschnitte zu einer Kraft „$n F_e$" vereinigen, welche in derselben Senkrechten zur Schnittgraden des Querschnittes mit der Kraftebene (r s in Abb. 43 a) liegen.

Über die graphische Berechnung des Widerstandsmomentes von Eisenbetonplatten usw. vergl. u. a. B. u. E. 1905, Heft IX, S. 222, eine Abhandlung von Dr.-Ing. P. Weiske. Erhebliche Vorteile der graphischen Methode gegenüber der analytischen Behandlung dürften sich hier nicht ergeben.

---

§ 16.

Die rechnerische Behandlung einer beliebig geformten und armierten Eisenbetonplatte[1]).

Die neutrale Achse der in Abb. 45 dargestellten Eisenbetonplatte sei n n. Unter Verwendung der in der Abb. eingeschriebenen Bezeichnungen ergibt sich alsdann, wenn

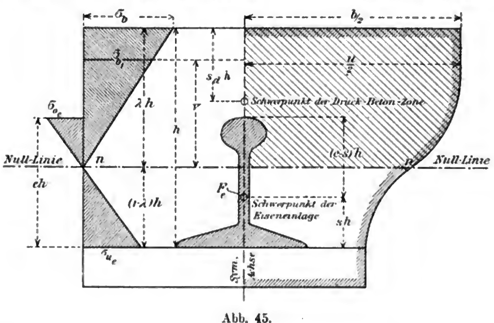


Abb. 45.

wie stets $\frac{E_e}{E_b} = n$ ist, und ein Ebenbleiben der Querschnitte, somit eine Proportionalität zwischen Spannungen und Abständen von der Nulllinie vorausgesetzt wird.

$$1)\quad \frac{\sigma_b}{\sigma_{ue}} = \frac{\lambda . h}{(1-\lambda) . h . n} = \frac{\lambda}{(1-\lambda) n}.$$

$$2)\quad \frac{\sigma_{oe}}{\sigma_{ue}} = \frac{\lambda h - (1-\lambda) h}{(\lambda - 1) h} = \frac{e + \lambda - 1}{\lambda - 1}.$$

[1]) Vergl. hierzu: Allgemeine Berechnung von Trägern und Stützen aus Eisenbeton von Dr.-Ing. R. Saliger-Cassel. B. u. E. 1904, III, S. 174.

Hierin ist σ_b stets eine Druck-, σ_{ue} eine Zugspannung; σ_{oe} (im vorliegenden Falle zwar in die Druckzone fallend), kann — allgemein betrachtet — sowohl + als — sein, je nachdem die Eiseneinlage nicht mehr in die Druckzone reicht oder noch in diese eindringt, also $(e + \lambda - 1)$ einen negativen oder positiven Wert einnimmt.

Die Randspannungen σ_{oe} und σ_{ue} im Eisen werden infolge der exzentrischen Normalbeanspruchung durch die Kraft Z_u hervorgerufen. Das hierdurch erzeugte Biegungsmoment sei M_e, die Eisenfläche F_e, während die in Frage kommenden Widerstandsmomente mit W_o und W_u bezeichnet seien.

Es ergibt sich alsdann für die Eiseneinlage:

$$3)\quad \sigma_{ue} = \frac{Z}{F_e} + \frac{M_e}{W_u},$$

$$4)\quad \sigma_{oe} = \frac{Z}{F_e} - \frac{M_e}{W_o} \text{ und somit:}$$

$$5)\quad \sigma_{ue} - \sigma_{oe} = M_e\left(\frac{1}{W_u} + \frac{1}{W_o}\right) = M_e \cdot \frac{W_o + W_u}{W_o \cdot W_u} = M_e \frac{eh}{I_e},$$

worin I_e das Trägheitsmoment der Eiseneinlage in bezug auf deren Schwerachse darstellt. Die Richtigkeit der Gleichung geht aus der unten stehenden Anmerkung hervor[1]).

Durch Verbindung der Gleichungen 5) und 2) folgt ferner:

$$\sigma_{ue} - \sigma_{oe} = \sigma_{ue} - \frac{e + \lambda - 1}{\lambda - 1}\sigma_{ue} = \frac{e}{1-\lambda}\sigma_{ue} = \frac{M_e \cdot e\,h}{I_e} \text{ und somit ist:}$$

$$6)\quad M_e = \frac{I_e}{(1-\lambda)\,h} \cdot \sigma_{ue}$$

bezw. nach Einsetzung des Wertes von σ_{ue} aus Gleichung 1)

$$6a)\quad M_e = \frac{n\,I_e}{\lambda \cdot h}\sigma_b.$$

In ähnlicher Weise folgt durch eine Addition der Gleichungen 4) und 5):

$$7)\quad \sigma_{ue} + \sigma_{oe} = \frac{2Z}{F_e} + M_e\left(\frac{1}{W_u} - \frac{1}{W_o}\right) = \frac{2Z}{F_e} + M_e\frac{(2s - e)\,h}{I_e}.$$

Wird auch diese Gleichung mit Formel 2) vereinigt, so zeigt sich die Beziehung:

$$\sigma_{ue} + \sigma_{oe} = \frac{e + 2(\lambda - 1)}{\lambda - 1}\sigma_{ue} = \frac{2Z}{F_e} + M_e\frac{(2s - e)\,h}{I_e},$$ woraus schließlich nach Einführung des Wertes von M_e aus 6) sich ergibt:

$$8)\quad Z = \frac{\lambda + s - 1}{\lambda - 1} \cdot F_e\sigma_{ue}.$$

Setzt man hier wiederum den Wert von σ_{ue} aus 1) ein, so folgt:

$$8a)\quad Z = \frac{n(1-\lambda)(\lambda + s - 1)}{\lambda(\lambda - 1)} \cdot F_e\sigma_b = \frac{(1 - \lambda - s) \cdot n}{\lambda} \cdot F_e\sigma_b.$$

Z ist eine Druckkraft oder eine Zugkraft, je nachdem der Bruch einen positiven oder negativen Wert annimmt.

---

[1]) Es ist:

$$\frac{W_o + W_u}{W_o \cdot W_u} = \frac{\frac{I_e}{(e-s)\cdot h} + \frac{I_e}{s \cdot h}}{\frac{I_e \cdot I_e}{(e-s)\cdot h \cdot s \cdot h}} = \frac{\frac{1}{(e-s)\,h} + \frac{1}{s\,h}}{\frac{I_e}{(e-s)\,h \cdot s \cdot h}} =$$

$$\frac{(e-s)\cdot h \cdot s \cdot h\left[\frac{1}{(e-s)\,h} + \frac{1}{s\,h}\right]}{I_e} = \frac{s \cdot h + (e-s)\,h}{I_e} = \frac{e\,h}{I_e} \text{ w.z.b.w.}$$

Aus der Bedingung, daß Gleichgewicht herrschen soll, und demgemäß auch die Summe der äußeren Normalkräfte gleich der Summe aller entsprechenden Normalspannungen sein muß, folgt für die Druckzone und den Betonquerschnitt:

9) $D_b = \int u \,.\, dv \,.\, \sigma_b'$ oder nach Einsetzung des Wertes für die Spannung σ_b', welche dem Abstande v entspricht: $\sigma_b' = \frac{v}{\lambda \,.\, h} \sigma_b$.

9a) $D_b = \frac{\sigma_b}{\lambda \,.\, h} \int u \,.\, (v \,.\, dv)$.

Das $\int u \,.\, v \,.\, dv$ stellt nun das statische Moment der Betondruckfläche F_{b_1} in bezug auf die Nullinie dar. Ist der Abstand des Schwerpunktes dieser Fläche **vom Druckrande** $= s_d \,.\, h$, so wird:

10) $D_b = \frac{\sigma_b}{\lambda} (\lambda - s_d) F_{b_1}$.

Tritt eine Normalkraft auf = „N", so ist sie gleich der algebraischen Summe der Kräfte D und Z

11) $N = D_b - Z = \frac{\sigma_b}{\lambda} (\lambda - s_d)\; F_{b_1} - \frac{\lambda + s - 1}{\lambda - 1} \,.\, F_e \sigma_{ue} =$

$$= \frac{\sigma_b}{\lambda} [(\lambda - s_d) F_{b_1} - (1 - \lambda - s) \,.\, n F_e].$$

In gleicher Weise wird auch die Gleichheit der Momente zur Aufstellung weiterer Beziehungen benutzt.

Das statische Moment der Betonspannungen in bezug auf den Schwerpunkt der Eiseneinlage ist:

12) $M_b = \int \sigma_b' u \,.\, dv \,[v + (1 - n - s) h]$.

Hierin ist:

$$\sigma_b' = \frac{\sigma_b \,.\, v}{\lambda \,.\, h}; \quad \int v^2 u \, dv = I'.$$

und [vergl. die Gleichungen 9a) und 10)]:

$$\int v \,.\, u \,.\, dv = F_{b_1} (\lambda - s_d) h.$$

Nach Einführung dieser Werte folgt:

$$M_b = \frac{\sigma_b}{\lambda h} [I' + (1 - \lambda - s)(\lambda - s_d) \,.\, h^2 F_{b_1}].$$

Ist I_b **das Trägheitsmoment der Druckfläche in bezug auf ihre Schwerachse**, so ist:

$I' = I_b + F_{b_1} (\lambda - s_d)^2 h^2$ und mithin ergibt sich:

13) $M_b = \frac{\sigma_b}{\lambda h} [I_b + (\lambda - s_d) \,.\, (1 - s - s_d) h^2 F_{b_1}]$.

Das Gesamtmoment der äußeren Kräfte in bezug auf die Schwerachse der Eiseneinlagen ist demgemäß unter Berücksichtigung der Gleichungen 6) und 13):

14) $M = M_e + M_b = \frac{I_e}{(1 - \lambda) h} \sigma_{ue} + \frac{\sigma_b}{\lambda \,.\, h} [I_b + (\lambda - s_d) \,.\, (1 - s - s_d) h^2 \,.\, F_{b_1}] =$

$$= \left[\frac{n I_e}{h} + \frac{I_b}{h} + (\lambda - s_d) \,.\, (1 - s - s_d) \,.\, h F_{b_1}\right] \,.\, \frac{\sigma_b}{\lambda}.$$

Die Hauptgleichungen 1, 2, 11 und 14 gelten, wie aus der durchaus allgemein geführten Entwickelung hervorgeht, für jeden beliebig

gestalteten und armierten Betoneisenquerschnitt; es lassen sich mithin auch aus den Gleichungen Sonderfälle unmittelbar ableiten.

Liegt z. B. ein rechteckiger Querschnitt vor, so ergeben sich die nachfolgenden Vereinfachungen:

$$s_d = \frac{\lambda}{2};\ F_{b_1} = \lambda b h;\ I_b = \frac{b \cdot \lambda^3 h^3}{12}.$$

Setzt man ferner $\frac{F_e}{F_b} = \frac{F_e}{bh} = \varphi$, alsdann die mittlere Pressung des Querschnittes $b \cdot h$ durch die Normalkraft N also: $\frac{N}{bh}, = k_{bo}$ schließlich die gedachte Biegungsspannung des Querschnittes bh durch das auf den Schwerpunkt der Eiseneinlage bezogene Moment $(M) = \sigma_{bo} = \frac{M}{\frac{1}{6} bh^2}$ und bezeichnet endlich das Verhältnis der Trägheitsmomente: $\frac{I_e}{\frac{1}{12} \cdot bh^3}$ mit r, so gehen die Gleichungen 11 und 14 in die folgende Form über:

$$11\text{a)}\quad \frac{N}{b \cdot h} = \frac{\sigma_b}{\lambda}\left[\left(\lambda - \frac{\lambda}{2}\right) \cdot \lambda - (1 - \lambda - s) \cdot n \frac{F_e}{bh}\right]$$

$$k_{bo} = \frac{\sigma_b}{\lambda}\left[\frac{\lambda^2}{2} - (1 - \lambda - s)\, n\, \varphi\right] \text{ und}$$

$$14\text{a)}\quad \sigma_{bo} = \frac{\sigma_b}{\lambda}\left[\frac{\lambda^3}{2} + 3\lambda^2\left(1 - s - \frac{\lambda}{2}\right) + \frac{n\,r}{2}\right].$$

Liegt nun ein rechteckiger Querschnitt vor, der ausschließlich auf Biegung beansprucht ist, so sind in den obigen Gleichungen die weiteren Sonderwerte einzuführen:

$$N = o;\ k_{bo} = o;$$

Demgemäß folgt aus Gleichung 11 a)

$$11\text{b)}\quad \frac{\lambda^2}{2} = (1 - \lambda - s)\, n \cdot \varphi.$$

$$11\text{c)}\quad \varphi = \frac{\lambda^2}{2\,(1 - \lambda - s) \cdot n},$$

während Gleichung 14 a) ihre Form bewahrt. Sind die Eiseneinlagen klein, so kann man in 11c) $s = o$ setzen und auch den Wert $r = \frac{I_e}{I_b} = \frac{I_e}{\frac{bh^3}{12}}$ in Gleichung 14a) $= o$ annehmen.

Dann ergibt sich:

$$11\text{d)}\quad \varphi = \frac{\lambda^2}{2\,(1 - \lambda) \cdot n}.$$

$$14\text{b)}\quad \sigma_{bo} = \frac{\sigma_b}{\lambda} \cdot \left[\frac{\lambda^3}{2} + 3\lambda^2\left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)\right] \text{ oder:}$$

$$14\text{c)}\quad \sigma_{bo} = \sigma_b \lambda \cdot (3 - \lambda).$$

Beispiel. Eine Eisenbetonplatte soll durch ungleichschenklige Winkeleisenpaare armiert werden; die letzteren sollen zugleich zum Anhängen der Schalung dienen; sie sind unter der Annahme zu dimensionieren, daß das Moment des Eigengewichtes einschließlich Schalung, das zu 30000 kg.cm anzunehmen ist, von den Winkeln allein aufgenommen wird, und daß das Moment der Nutzlast = 100000 kg.cm von dem gesamten Querschnitte getragen werde.

$\sigma_{b\,max} = 40;\ \sigma_{e\,max} = 1200$ kg qcm.

Abstand 1,00 m

Abb. 46.

Angenommen die Winkel seien — Abb. 46 — je 50 . 100 . 10; die Plattenstärke ist 12 cm; der Abstand der Winkel sei — entsprechend der Berechnungsbreite für die Momente — zunächst zu 1,00 m angenommen.

Es ergibt sich aus Abb. 46:

$$e\,h = 10;\ h = 12{,}0 \text{ cm};$$

mithin wird:

$$e = \frac{10}{12} = 0{,}83.$$

Ferner ergibt sich nach den Normalprofiltabellen: $I_e = 2 \cdot 141 = 282.$

und $s\,h = 3{,}67$ cm, also $s = \frac{3{,}67}{10} = 0{,}37;\ W_u = \frac{282}{3{,}67} = 76{,}8;\ W_o = \frac{282}{6{,}33} = 44{,}5.$

Es werden mithin die Spannungen in den äußersten Fasern der Winkel infolge Eigengewichtes:

$$\sigma_{ug} = \frac{M_g}{W_u} = \frac{30000}{76{,}8} = 391 \text{ kg/qcm};$$

$$\sigma_{og} = \frac{M_g}{W_o} = \frac{30000}{44{,}5} = 674 \text{ kg/qcm}.$$

Die für eine Beanspruchung durch Verkehrslast mithin noch verfügbare Eisenspannung an der Winkelunterseite ist demgemäß:

$$\sigma_{up} = 1200 - \sigma_{ug} = 1200 - 391 = \text{rund } 800 \text{ kg/qcm}.$$

Aus der Gleichung 1) $\frac{\sigma_b}{\sigma_{ue}} = \frac{40}{800} = \frac{\lambda}{(1-\lambda) \cdot n}$ berechnet sich für einen Wert $n = 10$ der Wert von λ:

$$\lambda = \frac{1}{3} = 0{,}333.$$

Hieraus folgt mit Hilfe von Gleichung 11 c)

$$\varphi = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{2\left(1 - \frac{1}{3} - 0{,}37\right) \cdot 10} = \frac{1}{9 \cdot 2\,(0{,}3) \cdot 10} = \frac{1}{54{,}0} = \text{rund } 1{,}85\,\%.$$

Es ist mithin eine Plattenbreite = b = der Entfernung der Winkelpaare notwendig, die sich aus der Beziehung bestimmt:

$$\varphi = \frac{F_e}{F_b} = \frac{1}{54{,}0} = \frac{28{,}2}{b \cdot h} = \frac{28{,}2}{b \cdot 12};$$

hieraus folgt:

$$b = \frac{54{,}0 \cdot 28{,}2}{12} = \text{rund } 1{,}27 \text{ m}.$$

Da die Entfernung der Winkel zunächst zu 1,00 m angenommen ist, wäre mithin eine ausreichende Sicherheit vorhanden; der zu 1,85 % bestimmte Eisengehalt steigt alsdann auf 2,36 %. Mit Rücksicht auf diese ungewöhnlich hohe Armierung dürfte es sich vom wirtschaftlichen Standpunkte aus empfehlen, die Querschnittsverhältnisse anders zu wählen und mit kleineren Eisen die Armierung durchzuführen.

---

§ 17.

Die Berechnung des rechteckigen, einfach armierten Eisenbetonquerschnittes (von Platten oder Balken) unter Berücksichtigung der Zugspannungen im Beton.

Wenn es auch — wie in § 13 ausführlich dargelegt — in der Praxis des Eisenbetonbaues durchaus üblich und gerechtfertigt ist, die Betonzugspannungen in der Zugzone zu vernachlässigen, so kann es doch in bestimmten Fällen von Wichtigkeit sein, ihren angenäherten Wert kennen zu lernen; man wird alsdann in die Lage versetzt, die oft bedeutsame Frage zu beanworten, ob das Auftreten von Rissen in der Zugzone des Betons bei der Größtbeanspruchung des Querschnittes zu erwarten steht, oder ob sich die Betonzugspannungen in durchaus solchen Grenzen halten, daß eine Überschreitung der Betonzugfestigkeit nicht zu befürchten steht. Wie schon mehrfach hervorgehoben, schreiben z. B. die neuen Bestimmungen der Kgl. Eisenbahn-Direktion

Berlin in diesem Sinne vor, daß die Zugspannungen im Beton sich so mäßig ergeben sollen, daß das Eintreten wirklicher Risse ausgeschlossen wird. Die Spannungen der auf Biegung beanspruchten Körpers sind demgemäß hier unter der Annahme zu berechnen, daß

a) die Eiseneinlagen sämtliche Zugkräfte aufzunehmen vermögen, und daß

b) der Beton auch an der Aufnahme der Zugkräfte sich voll beteiligt.

Bei der letzteren Ermittelung, auf die hier eingegangen werden soll, wird man zweckmäßig berücksichtigen, daß im Gegensatze zu frühen Annahmen, — vergl. § 2 —, der Beton auch in Verbindung mit einer Armierung keine höhere Dehnung auszuführen und demgemäß auch keine höhere Zugspannung auszuhalten vermag als ohne Verbindung mit Eiseneinlagen; es werden mithin zur Beurteilung des Eintretens von Rissen im Beton

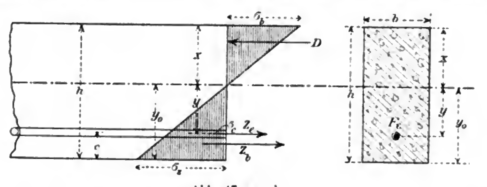


Abb. 47 a u. b.

und innerhalb der Zugzone nur die Festigkeitszahlen für unarmierten Beton maßgebend sein. Da sich — wie in § 4 genauer ausgeführt — bei Berechnung der Zugspannungen nach Navier stets erheblich höhere Werte ergeben als tatsächlich auftreten, die vielfach sogar an den doppelten Betrag der tatsächlichen Spannungen heranreichen, so wird man bei Berechnungen, wie der vorliegenden, auch relative Zugfestigkeiten von 20—25 kg/qcm zulassen können, ohne die Bildung von Rissen befürchten zu müssen. Diese Werte entsprechen normalen Zugfestigkeitszahlen von etwa 12—15 kg/qcm.

Die Berechnung der auftretenden Spannungen kann im Hinblicke auf Abb. 47 in der folgenden einfachen Weise ausgeführt werden: Der gesamte ideelle Querschnitt (F_i) ergibt sich unter Berücksichtigung des verschiedenen elastischen Wertes des Betons und des Eisens zu:

1) $F_i = b \cdot h + n F_e$, worin $n = \frac{E_e}{E_b} = 10$, — wie stets — zu setzen ist.

Der Abstand der neutralen Achse von der oberen Plattenfläche $= x$ kann aus der Bezeichnung $x = \frac{S_0}{F_i}$ bestimmt werden, worin S_0 das statische Moment des ideellen Querschnittes bezogen auf die Plattenoberkante darstellt und F_i den vorstehenden Wert besitzt.

Es ergibt sich aus Abb. 47

2) $S_0 = \frac{bh \cdot h}{2} + n F_e (y + x)$.

3) I_0 = dem Trägheitsmoment des Verbundquerschnittes bezogen auf die Plattenoberkante $= \frac{bh^2}{2} \cdot \frac{2}{3} h + n F_e (y + x)^2$ [1].

[1]) Es ist: $S_0 = \frac{1}{2} bh^2 = F \cdot \frac{1}{2} h$; $I_0 = \frac{1}{3} bh^3 = S_0 \cdot \frac{2}{3} h$.

$$4)\ x = \frac{\frac{bh^2}{2} + n\,F_e\,(y + x).}{bh + n\,F_e}.$$

Nach Auffindung von I_o ist auch I_n — auf die neutrale Achse bezogen — unmittelbar bekannt.

5) $I_n = I_o - F_i\,x^2$. Hieraus wieder bestimmen sich — nach den auf S. 125 u. 126 gegebenen Darlegungen — die Spannungen, wenn M das Biegungsmoment für die Plattenbreite = b darstellt:

$$6a)\ \sigma_b = \frac{M\,.\,x}{I_n}$$

$$6b)\ \sigma_z = \frac{M\,y_o}{I_n}$$

$$6c)\ \sigma_e = n\,.\,\frac{M\,y}{I_n}$$

Die Anwendung der Gleichungen sei an dem nachstehenden, einfachen Zahlenbeispiele gezeigt:

Ein Plattenstreifen von 20 cm Breite und 10 cm Stärke sei Abb. 48 mit einer Eiseneinlage von 14 mm Durchmesser armiert. Das Biegungsmoment beträgt für diese Breite 10120 kg.cm. Die auftretenden Spannungen sind zu berechnen:

Es ergibt sich:

$$F_i = 20\,.\,10 + 10\,.\,\frac{1{,}4^2\ 3.14}{4} = 200 + 10\,.\,1{,}54 = 215{,}4 \text{ qcm.}$$

$$S_o = 200\,.\,\frac{1}{2}\,10 + 15{,}4\,.\,8 = 1000 + 123 = 1123 \text{ cm}^3.$$

$$I_o = 1000\,\frac{2}{3}\,.\,10 + 123\,.\,8 = 6666 + 984 = 7650 \text{ cm}^4.$$

$$I_n = 7650 - 215{,}4\,.\,5{,}21^2 = 1803 \text{ cm}^4.$$

$$x = \frac{S_o}{F_i} = \frac{1123}{215{,}4} = 5{,}21 \text{ cm.}$$

Abb. 48.

Demgemäß wird $y_o = 10 - 5{,}21 = 4{,}79$; $y = 4{,}79 - 2{,}0 = 2{,}79$ cm.

Nunmehr sind auch alle Spannungen bestimmt:

$$\sigma_d = \frac{5.21\,.\,10120}{1803} = \text{rund 29 kg qcm.}$$

$$\sigma_z = \frac{4.79\,.\,10120}{1803} = \text{rund 27 kg/qcm.}$$

$$\sigma_e = 10\,.\,\frac{2.79\,.\,10120}{1803} = 156 \text{ kg qcm.}$$

Ob hierselbst ein Eintreten von Rissen zu befürchten steht, wird einerseits von der Güte der Ausführung, andererseits von dem Material abhängen.

Es lassen sich, wie in nachfolgendem gezeigt werden soll, naturgemäß auch ganz entsprechende Gleichungen aufstellen, wie sie in § 14 für einfach armierte Platten ohne Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Betons aufgestellt wurden. Unter Annahme, daß die Querschnitte auch nach der Biegung eben bleiben und sich demgemäß die Spannungen wie die zugehörenden Abstände von der Nulllinie verhalten, ergibt sich — vergl. Abb. 47 — unter Berücksichtigung des Grundgesetzes:

$$1)\ n\,\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = \frac{x}{y}.$$

$$2)\ \frac{\sigma_b}{\sigma_z} = \lambda\,.\,\frac{x}{y_o}.$$

Hierin bedeutet λ einen Faktor, welcher der Verschiedenheit der Elastizitätszahlen des Betons auf Druck und Zug Rechnung zu tragen hat. Nimmt man E_{bDr} zu rund

220 000 oder zu 200 000, E_{bz} zu rund 165 000 oder 150 000 kg/qcm an, und zwar bei den üblichen Spannungsgrößen und entsprechend den bei Biegungsbeanspruchung zusammengehörenden Spannungszahlen[1]), so ergibt sich $\lambda = \frac{E_{b\,Dr}}{E_{bz}} =$ rund $\frac{4}{3}$; es lautet somit die obige Gleichung:

2a) $\frac{\sigma_b}{\sigma_z} = \frac{4}{3} \frac{x}{y_o}$[2]).

Ferner folgt aus der Gleichheit der äußeren Kräfte: $Z_b + Z_e = D$.

3) $\frac{\sigma_z \cdot y_o \cdot b}{2} + F_e\, \sigma_e = \frac{\sigma_b \cdot x \cdot b}{2}$,

während eine Beziehung der Momente auf die Nullachse die Gleichung liefert.

4) $M = \left(\frac{b\,x}{2} \cdot \sigma_b\right) \frac{2}{3} x + Z_e\,(y_o - c) + b \frac{\sigma_z\, y_o}{2} \frac{2}{3} y_o$.

Schließlich liefert Abb. 47 die Gleichungen:

5) $h = (y_o + x)$.

6) $y_o = (y + c)$.

Da in der Regel bei einer gegebenen Platte bekannt sind: M, h, c, F_e, b, so reichen die 6 Gleichungen aus zur Bestimmung der 6 Unbekannten, σ_b, σ_e, σ_z, x y und y_o.

Der Gang der Rechnung ist durchaus gleichartig dem im § 14 gegebenen. Auch hier bildet Gleichung 3) zunächst den Ausgangspunkt für die Ermittelung von x, also zur Bestimmung der Nulllinie; auch hier ersetzt man zu diesem Zwecke in Gleichung 3) die Spannungswerte σ_z und σ_e durch σ_b gemäß den Gleichungen 1) und 2), kürzt dann die gesamte Gleichung durch σ_b, drückt y_o und y durch x aus: $y_o = (h - x)$; $y = (h - x - c)$, und erhält so schließlich eine quadratische Gleichung zur Bestimmung von x.

Genauer sei auf dieses — an sich einfache — Verfahren nicht eingegangen, weil die an erster Stelle gegebene Berechnungsmethode in den meisten praktischen Fällen schneller zum Ziele führen dürfte. —

§ 18.

Die Berechnung des beiderseits armierten, rechteckigen Platten- oder Balkenquerschnittes[3]).

Der Fall, daß eine einfache Platte sowohl in ihrem Druckgurte als auch in der Zugzone armiert wird, kommt in der Praxis verhältnismäßig selten vor; bei Rippenbalken, auf die an anderer Stelle eingegangen werden soll, ist diese Armierungsart jedoch eine ebenso zweckmäßige, wie vielfach ausgeführte.

Daß einfache Platten nur in seltenen und besonderen Fällen, in ihrem Druckgurte mit Eisen armiert werden, hat darin seinen Grund, daß die hier liegenden Eisen ent-

---

[1]) Vergl. u. a. hierzu: Mörsch, Der Eisenbetonbau, II. Aufl., S. 33.

[2]) Es hat auf das Endergebnis der Rechnung keinen sehr erheblichen Einfluß, wenn man λ zu $\frac{4}{5}$ oder auch zu 1 annimmt. Da der letztere Wert im besonderen bei sehr niedrigen Zugbeanspruchungen des Betons in Frage kommen würde, wird er für praktische Fälle wenig Anwendung finden können.

[3]) Vergl. u. a. von Emperger: Über Berechnung von beiderseits armierten Betonplatten. B. u. E. 1903, Heft III und IV: Schlußfolgerungen S. 259; ferner Mörsch, II. Aufl., S. 90—91; B. u. E. 1905, Heft X, S. 252 und Heft XI, S. 271. (Aufsatz von Elwitz) usw. usw.

weder, um der Gefahr des Ausbiegens und Ausknickens nicht ausgesetzt zu sein, größere Profile besitzen müssen, und alsdann schwer werden, oder daß sie die Anordnung von Bügeln, Spiralen usw. verlangen, welche fest und genügend tief in den Beton eingreifen, um hier die auf Druck beanspruchten Eiseneinlagen zu verankern und somit ihr Knicken auszuschließen; endlich kommt auch in Frage, daß der Beton in der Druckzone den ihn beanspruchenden Kräften gut zu widerstehen vermag und deshalb eine Verstärkung mit Eisen nur durch besondere Verhältnisse — sehr geringe Konstruktionshöhe, Vereinigung starker Belastungen auf kurze Strecken usw. — bedingt werden dürfte.

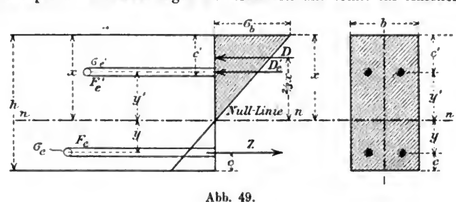


Abb. 49.

Wenn sich somit bei einfachen rechteckigen (Platten-) Querschnitten die Doppelarmierung nur selten findet, so soll doch der Vollständigkeit dieser Bearbeitung halber auf sie — wenn auch nur entsprechend kurz — eingegangen werden.

Wie aus der beigefügten Abb. 49 zu entnehmen, bedeutet gleichwie in den vorstehenden Ausführungen:

D die Druckkraft im Beton,

D_e' „ „ im Eisen innerhalb der Druckzone.

Z die Zugkraft der gezogenen Eiseneinlagen; σ_b, σ_e' und σ_e seien die zugehörenden Größt-Spannungen, x, y' und y die betreffenden Abstände von der Nulllinie, F_e' und F_e die Eiseneinlagen, schließlich der Abstand dieser von oben c', von unten c, sowie b die in Frage kommende Plattenbreite.

Wie früher, ergeben sich auch hier, bei eben verbleibenden Querschnitten und bei Vorhandensein eines Gleichgewichtszustandes, die folgenden Beziehungen:

1) $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = n\,\frac{y}{x}$.

2) $\frac{\sigma_e'}{\sigma_b} = n\,\frac{y'}{x}$.

3) $Z = F_e\,\sigma_e = \Sigma D = D + D_e' = \frac{1}{2}\,\sigma_b\,x\,b + F_e'\,\sigma_e'$.

4) $M = \frac{2}{3}\,x\,\sigma_b\,\frac{x\,.\,b}{2} + \sigma_e F_e'\,.\,y' + \sigma_e F_e\,.\,y$, als Momenten-Gleichung, bezogen auf die Nullachse. Setzt man die Werte aus 1) und 2) in Gleichung 3) und 4) ein, so ergibt sich

5) $\frac{1}{2}\,\sigma_b\,x\,.\,b + F_e'\,\sigma_b\,n\,\frac{y'}{x} - F_e\,\sigma_b\,n\,\frac{y}{x} = 0 = \frac{1}{2}\,x^2 b + n\,(F_e'\,y' - F_e\,y)$.

6) $M = \frac{2}{6}\,x^2\sigma_b\,b + F_e'\,\sigma_b\,n\,\frac{y'^2}{x} + F_e\,\sigma_b\,n\,\frac{y^2}{x} = \frac{\sigma_b}{x}\left[\frac{1}{3}\,x^3 b + n\,(F_e'\,y'^2 + F_e\,y^2)\right]$.

Während man aus Gleichung 5) nach Einführung von:

$y' = (x - c')$; $y = (h - x - c)$ die Größe „x“ als Unbekannte ermittelt, folgt aus Gleichung 6) der Wert von σ_b nach Auffinden von x.

Die Lösung der aus 5) sich ergebenden, quadratischen Gleichung liefert das Endergebnis:

$$7)\ x = -n\frac{(F_e' + F_e)}{b} + \sqrt{n^2\frac{(F_e' + F_e)^2}{b^2} + 2\frac{n}{b}\left(F_e' c' + F_e(h-c)\right)}\ ^{1)}.$$

Betrachtet man die Form sowie den Klammerausdruck der Gleichung 6), so zeigt sich auch hier die Grundgleichung der Biegungsspannung:

$$8)\ \sigma_b = \frac{M \cdot x}{I_n},$$

weil der Ausdruck:

$$\left[\frac{1}{3}x^3 b + n(F_e' y'^2 + F_e y^2)\right] = I_n$$

nichts anderes darstellt, als das Trägheitsmoment I_n des in Berücksichtigung gezogenen Verbund-Querschnittes, bezogen auf die neutrale Achse.

Hieraus folgen dann auch unmittelbar durch Verbindung mit Gleichung 1) und 2) die übrigen gesuchten Spannungen σ_e' und σ_e:

$$9)\ \sigma_e = \frac{n \cdot M \cdot y}{I_n},$$

$$10)\ \sigma_e' = \frac{n \cdot M \cdot y'}{I_n},$$

worin die y-Werte sich aus ihren einfachen Beziehungen zu h und x ergeben.

Während die oben entwickelten Formeln sich zur Ermittelung der in einem **gegebenen Querschnitte** auftretenden Spannungen sehr gut eignen, gestatten sie keine unmittelbare **Dimensionierung**. Es sei demgemäß in den nachfolgenden Betrachtungen auf diese — besonders für einfache rechteckige Balken (ohne obere Platte) wichtige — Frage nachstehend, und zwar an der Hand einer Untersuchung des Ingenieurs S. C. Drach[2]) eingegangen.

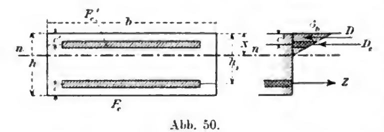


Abb. 50.

Hierbei wird angenommen, daß beide Eiseneinlagen einen gleich großen Abstand von der oberen bezw. unteren Querschnittsbegrenzung besitzen; es geschieht dies, weil hierdurch die Untersuchung wesentlich vereinfacht wird, und dabei eine Abweichung von dieser Annahme in einem praktischen Falle die Brauchbarkeit des Ergebnisses in keiner nennenswerten Weise einschränkt. Ferner werden zwei Grenzfälle behandelt und zwar die Sonderfälle betrachtet, daß

a) die obere Eiseneinlage der unteren gleich ist und

b) die obere Eiseneinlage nur die Hälfte der unteren ausmacht.

Sonderfall a.

Beide Eiseneinlagen sind gleich groß.

Es ist alsdann, vergl. Abb. 50:

---

[1]) Setzt man in dieser Gleichung: $F_e' = o$, so zeigt sich für x das für eine einfache Armierung bereits auf S. 125 erzielte Ergebnis:

$$x = -\frac{n F_e}{b} + \sqrt{\frac{n^2 F_e^2}{b^2} + \frac{2n}{b} F_e (h-c)} = \frac{n F_e}{b}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2b \cdot (h-c)}{n F_e}}\right).$$

Die letzte Umwandlung wurde durch Erweiterung des zweiten Summanden unter der Wurzel mit $\frac{n^2 F_e^2}{b^2}$ bewirkt.

[2]) Vergl. B. u. E. 1906, Heft VIII, S. 203.

1) $F_e = F_e'$; $c = c'$; $\lambda = \frac{n F_e}{b} = \frac{n F_e'}{b}$.

Führt man das Randspannungsverhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = r$ ein, so besteht für die Größe von x die Beziehung:

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = n \frac{y}{x} = n \frac{h_1 - x}{x}, \qquad x r = n(h_1 - x), \qquad x r + n x = n h_1.$$

2) $x = \frac{n h_1}{r + n} = \frac{h_1}{\frac{r}{n} + 1}$.

Setzt man hierin: $\frac{r}{n} + 1 = u$ so folgt:

$$x = \frac{h_1}{u}.$$

Ferner folgt aus der voranstehenden Gleichung 7) — auf S. 154 — nach Einfügung des obigen λ-Wertes:

3) $x = 2\lambda\left(\sqrt{1 + \frac{h_1}{2\lambda}} - 1\right)$.

Aus der Gleichsetzung von 1) und 2) folgt weiter der Wert von λ:

4) $\lambda = \frac{h_1^2}{2 u^2 \left(h_1 + c - 2\frac{h_1}{u}\right)}$.

Wird hierin weiter: $\frac{c}{h_1} = v$ eingeführt, so erlangt der obige Ausdruck eine Form:

5) $\lambda = \frac{h_1}{2u[u(1+v) - 2]}$

und demgemäß geht die Beziehung $F_e = F_e' = \frac{\lambda b}{n}$ in die Form über:

6) $F_e = F_e' = \frac{b h_1}{2 n u [u(1+v) - 2]}$,

sodaß schließlich F_e in der Form erscheint

7) $F_e = F_e' = \beta\, b \,.\, h'$, worin

8) $\beta = \frac{1}{2 n \,.\, u [u(1+v) - 2]}$ ist.

Bezieht man die Momente der äußeren Kräfte auf die Schwerlinie der unteren Eiseneinlage, so erhält man die Beziehung:

$$M = \sigma_b \frac{b \,.\, x}{2}\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) + F_e' \sigma_e' (h_1 - c) = \sigma_b\, b \frac{x}{2}\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) + \frac{b \,.\, F_e'}{b}\, n\, \sigma_b \frac{y'}{x}(h_1 - c)$$

$$= \sigma_b \,.\, b\left[\frac{x}{2}\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) + \lambda \frac{x - c}{x}(h_1 - c)\right].$$

Hieraus folgt:

9) $\sigma_b = \frac{M}{b} \,.\, \frac{1}{\frac{x}{2}\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) + \lambda \frac{x - c}{x}(h_1 - c)}$,

woraus weiter folgt:

$$\frac{M}{\sigma_b \cdot b} = \frac{x}{2}\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) + \lambda \frac{x-c}{x} \cdot (h_1 - c) = \frac{h_1}{2u}\left(h_1 - \frac{h_1}{3u}\right) + n\beta h_1 \frac{h_1 - cu}{h_1}(h_1 - c)$$
$$= h_1^2 \left[\frac{3u-1}{6u^2} + n\beta(1-v)(1-uv)\right].$$

Aus der letzteren Gleichung folgt schließlich für h_1 die Beziehung:

10) $h_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{3u-1}{6u^2} + n\beta(1-v)(1-uv)}} \cdot \sqrt{\frac{M}{\sigma_b \cdot b}}$ oder:

11) $h_1 = \gamma \sqrt{\frac{M}{\sigma_b \cdot b}}$, worin:

12) $\gamma = \frac{1}{\sqrt{\frac{3u-1}{6u^2} + n\beta(1-v)(1-uv)}}$ ist.

Die Gleichungen 6) (bezw. 7) und 8) und 10) (bezw. 11) und 12) gestatten die Bestimmung der Hauptabmessungen des rechtwinkligen doppelt armierten Querschnittes für ein beliebiges Randspannungsverhältnis r und für einen jeden Wert von $v = \frac{c}{h_1}$, sofern die Faktoren β und γ gegeben sind.

Wie S. C. Drach durch Versuchsrechnungen[1]) nachweist, weichen die Werte der Faktoren β und γ bei einem Verhältnisse von $\frac{c}{h_1} = \frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{26}$ sehr wenig von einander ab. Für den Fall $\sigma_b = 40$, und $n = 15$, ergeben die obigen Gleichungen für Randspannungsverhältnisse zwischen $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 30$ bis 20 die folgenden Größenwerte, welche zweckmäßig für Annäherungsrechnungen oder zur ersten Schätzung der geeigneten Querschnittsabmessungen Anwendung finden können:

13) $h_1 = 0{,}307 \sqrt{\frac{M}{b}}$.

14) $F_e = F_e' = 0{,}0097\, b h_1$.

Sonderfall b.

Die obere Eiseneinlage beträgt nur die Hälfte der unteren.

Diese Anordnung kann in vielen praktischen Fällen als wirtschaftlich bezeichnet werden; die nachfolgenden, den Entwickelungen unter a) im übrigen durchaus entsprechenden Untersuchungen werden demgemäß auch eine erhöhte Bedeutung für die Praxis besitzen.

Es ergibt sich:

15) $F_e = 2F_e'$; $\lambda = 2\lambda'$; $c = c'$.

Es folgt weiter der Wert von x:

16) $x = \frac{3}{2}\lambda\left[\sqrt{1 + \frac{4}{9}\frac{2h_1 - c}{\lambda}} - 1\right]$,

woraus in Verbindung mit der Beziehung $x = \frac{h_1}{u}$ die Gleichung folgt:

17) $\lambda = \frac{h_1}{u[u(2+v) - 3]}$,

so daß F_e in der Form erscheint:

1) Vergl. hierzu die Tabellen in B. u. E. 1906, Heft VIII, S. 204.

18) $F_e = \frac{b\lambda}{n} = \frac{b\,h_1}{n\,u\,[u(2+v)-3]}$ oder:

19) $F_e = \delta b h'$, worin

20) $\delta = \frac{1}{n\,.\,u\,[u\,(2+v)-3]}$ ist.

In gleicher Weise wie vorstehend wird aus der Gleichung für σ_b:

$$\sigma_b = \frac{M}{b} \cdot \frac{1}{\frac{x}{2}\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) + \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{x-c}{x}(h_1 - c)},$$

die Beziehung abgeleitet:

$$\frac{M}{\sigma_b b} = \frac{x}{2}\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) + \frac{\lambda}{2}\frac{x-c}{x}(h_1 - c) = \frac{h_1}{2u}\left(h_1 - \frac{h_1}{3u}\right) + \frac{n\delta h_1}{2} \cdot \frac{h_1 - c u}{h_1} \cdot (h_1 - c) =$$

$$h_1^2 \cdot \left[\frac{3u-1}{6u^2} + \frac{n\delta}{2}(1-v)(1-uv)\right];$$

hieraus folgt dann schließlich:

21) $h_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{3u-1}{6u^2} + \frac{n\delta}{2}(1-v)(1-uv)}} \cdot \sqrt{\frac{M}{\sigma_b\,.\,b}}$ oder:

22) $h_1 = \eta \sqrt{\frac{M}{\sigma_b\,.\,b}}$, worin

23) $\eta = \frac{1}{\sqrt{\frac{3u-1}{6u^2} + \frac{n\delta}{2}(1-v)\,1-uv)}}$ ist.

Als Näherungswerte sind unter Zugrundelegung derselben Verhältnisse wie bei a) ($\sigma_b = 40$; $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 30$ bis 20), auch hier von Drach die Gleichungen entwickelt:

24) $h_1 = \frac{F_e}{0{,}007\,b} = 0{,}365 \sqrt{\frac{M}{b}}$,

25) $F_e = 0{,}007\,b h_1 = 0{,}00254 \sqrt{M\,.\,b} = 2\,F_e'$.

Je nachdem nun das Verhältnis von $\frac{F_e}{F_e'}$ zwischen den Grenzen 1 und 2 liegt, wird man von vornherein aus den gegebenen Annäherungsgleichungen die ungefähren Abmessungen ableiten und für den besonderen Wert von $\frac{F_e}{F_{e1}}$ die betreffende Größe durch Interpolation bestimmen können. Man ist auf diese Weise in den Stand gesetzt, die Querschnittsverhältnisse ziemlich gut und zwar unter Innehaltung wirtschaftlicher Rücksichten, d. h. guter Materialausnutzung schon bei Beginn der Untersuchung festzulegen. Natürlich wird hierbei zu bedenken sein, daß mit Rücksicht auf die Verbindung von Beton und Eisen in der Druckzone und die verhältnismäßig (d. h. gegenüber dem Eisen) geringe Druckfestigkeit des ersten Materiales eine hohe Ausnutzung des Eisens hierselbst ausgeschlossen sein wird.

Sind die Abmessungen des Betonquerschnittes gegeben und wird weiter die Forderung gestellt, daß die Ausnutzung beider Materialien eine möglichst gute sein soll, so können die Eiseneinlagen in der Druck- und Zugzone — vergl. Abb. 51 — folgendermaßen bestimmt werden[1]).

[1]) Vergl. Berechnung doppelt bewehrter oder mit Profileisen versehener Betoneisenträger von E. Elwitz-Düsseldorf in B. u. E. 1905, Heft X, S. 252 und Heft XI, S. 271.

Die Nullachse ist bei Innehaltung der Spannungsgrenzwerte durch die Gleichung:

$$\frac{\sigma_{b\,max}}{\sigma_{e\,max}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{x}{y} = \frac{1}{n} \frac{x}{(h' - x)} \text{ gegeben.}$$

Auch der Wert von σ_e', die Größe der Spannung in der oberen Eiseneinlage, ist von vornherein bekannt und aus der Beziehung:

1) $\sigma_{e\,max}' = n \frac{\sigma_{b\,max}}{\alpha\, h'} \cdot (\alpha h' - c')$ zu berechnen.

Ist x (oder $\alpha h'$) bestimmt, so ergibt sich der Abstand der Gesamtdruck- und Zugkraft im Querschnitte = „a“ aus der Gleichung:

2) $a = (h' - x) + u + \varepsilon$;

hierin bedeutet u den Abstand des Druckmittelpunktes des Betons von der neutralen Achse ($= {}^2/_3 x$), ε die in vielen praktischen Beispielen zu vernachlässigende, d. h. = 0 zu setzende Entfernung von D_b und $\Sigma D = D_e + D_b$.

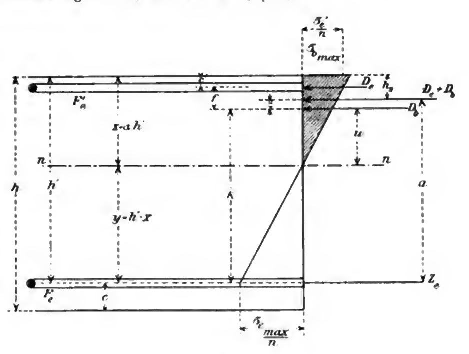


Abb. 51.

Wird der Abstand von D_b und D_e mit f bezeichnet, so folgt weiter aus dem Hebelgesetze:

3) $\varepsilon \,.\, \Sigma D = f\, D_e$; $\quad \varepsilon = \frac{f \,.\, D_e}{D_b + D_e}$.

Hieraus ergibt sich:

4) $a = h' - x + \frac{2}{3} x + \frac{f \,.\, D_e}{D_b + D_e} = h' - \frac{x}{3} + \frac{f \,.\, D_e}{D_b + D_e} = k + \frac{f \,.\, D_e}{D_b + D_e} = \frac{M}{D_b + D_e}$.

Nunmehr ist:

5) $D_e = \frac{M - D_b\, k}{f + k}$.

6) $F_e = \frac{Z}{\sigma_{e\,max}} = \frac{D_b + D_e}{\sigma_{e\,max}}$.

7) $F_e' = \frac{D_e}{\sigma_{e\,max}'}$.

Beispiel: In dem in Abb. 52 dargestellten, unregelmäßigen, durch ein Biegungsmoment von 850000 kg.cm beanspruchten Querschnitte ergibt sich bei Innehaltung von $\sigma_{e\,max} = 1000$, $\sigma_{b\,max} = 40$, die Größe von x aus der Beziehung:

$$\frac{\sigma_{b\,max}}{\sigma_{e\,max}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{x}{h' - x} = \frac{1}{10} \cdot \frac{x}{51 - x} = \frac{1}{25}$$

$$25\,x = 10\,(51 - x)$$

$$35\,x = 510;\; x = \frac{510}{35} = 14{,}6 \text{ cm.}$$

Ferner ergibt sich:

$$\sigma'_{e\,max} = 10 \cdot \frac{40}{14{,}6} \cdot (14{,}6 - 2) = 346 \text{ kg/qcm.}$$

Abb. 52.

$$D_b = 40 \cdot \frac{14{,}6}{2} \cdot 50 - \frac{40 \cdot 4{,}6^2}{2 \cdot 14{,}6} \cdot 25^{1)} = \text{rund } (14600 - 724) = 13876 \text{ kg.}$$

$$y = h' - x = 51 - 14{,}6 = 36{,}4 \text{ cm.}$$

$$k = y + \frac{2}{3}(x - d) + \frac{\left(\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}(x - d)\right) \cdot 14600^{2)}}{13876}.$$

$$k = (51 - 14{,}6) + \frac{2}{3}(14{,}6 - 10) + \frac{\left(\frac{2}{3} \cdot 14{,}6 - \frac{2}{3} \cdot 4{,}6\right) 14600}{13876} = 36{,}4 + 3{,}06 + 7{,}0 = \text{rund } 46{,}5 \text{ cm.}$$

Demgemäß wird: $f = h' - c - k = 51{,}0 - 2{,}0 - 46{,}5 = 2{,}5$ cm und mithin erhält man:

$$D_e = \frac{M - D_b \cdot k}{f + k} = \frac{850000 - 13876 \cdot 46{,}5}{46{,}5 + 2{,}5} = \text{rund } 4200 \text{ kg.}$$

Hieraus folgt:

$$Z = D_b + D_e = 13876 + 4200 = \text{rund } 18000 \text{ kg; und dementsprechend:}$$

$$F_e = \frac{Z}{\sigma_{e\,max}} = \frac{18000}{1200} = 15{,}0 \text{ qcm.}$$

$$F_e' = \frac{D_e}{\sigma_e'_{max}} = \frac{4200}{346} = 12{,}2 \text{ qcm.}$$

Handelt es sich schließlich um einen Eisenquerschnitt, der zusammenhängend sich sowohl in die Zug- als auch in die Druckzone erstreckt, so kann die Rechnung auf dem allgemeinen in § 16 angegebenen Wege durchgeführt werden; man wird aber auch bei Platten, ohne einen sehr erheblichen Fehler zu machen, die Wirkung des beide Trägerflanschen verbindenden Steges unberücksichtigt lassen können und nur die Flanschen oben und unten selbst betrachten und für sie demgemäß die Größen F_e' und F_e einführen. Es bleibt dann die Rechnung genau die gleiche, wie sie oben gezeigt wurde.

In welcher Art man zweckmäßig — auch bei Berücksichtigung der Stegfläche — vorgeht, soll an anderer Stelle bei Untersuchung der Plattenbalken dargelegt werden. Es sei jedoch noch bemerkt, daß — wie das letzte Beispiel deutlich erkennen läßt — die vorstehenden Untersuchungen auch für Plattenbalken in T- und Γ-Form durchaus Gültigkeit haben.

[1]) Der wegen der Unregelmäßigkeit der Druckfläche vorzunehmende Abzug ist durch die Dreiecksfläche r s t in Abb. 52 bedingt. Die Höhe des Dreieckes ist: 4,6 cm, während seine Basis (b') durch die Beziehung: $b' : \sigma_{b\,max} = 4{,}6 : 14{,}6$ in der Größe: $b' = \frac{40 \cdot 4{,}6}{14{,}6}$ gegeben ist. Da die Querschnittsschwächung sich auf 25 cm Länge ausdehnt, ist mithin die in Abzug zu bringende Größe:

$$\frac{1}{2} \cdot 4{,}6 \cdot \frac{40 \cdot 4{,}6}{14{,}6} \cdot 25 = \frac{40 \cdot 4{,}6^2}{2 \cdot 14{,}6} \cdot 25 \text{ — vergl. oben.}$$

[2]) Hier ist also wiederum eine Korrektur wegen der Unregelmäßigkeit des Druckquerschnittes vorgenommen.

§ 19.

Die Berechnung der auf Biegung beanspruchten, auf allen Seiten freigelagerten oder eingespannten Eisenbetonplatte über rechteckigem Grundrisse.

In der Regel werden, wie schon in § 13 ausgeführt wurde, die einfachen Platten unter der Annahme berechnet, daß sie in Richtung ihrer kürzeren Abmessung gestützt seien; es wird demgemäß die Rechnung für diese Stützlänge und meist für 1 m Breite durchgeführt. Die Größe des Momentes richtet sich alsdann im besonderen nur nach der Lagerung der Platte, der geringen oder größeren Intensität der Einspannung usf.

Sind bei derartigen Platten Haupttragstäbe auch parallel der längeren Seite der Platten in diese eingefügt, so wird man — bei Berücksichtigung nur einer Tragrichtung — allzu ungünstig rechnen, weil ohne Frage eine zweite gleichartige Hauptarmierung — wenigstens bei nicht allzu langer Platte — die erstere entlastet und auch für sich einen Teil der Lasten übernimmt und überträgt. In welcher Art allerdings diese Lastverteilung vor sich geht, wie sich hieran die beiden Haupttragrichtungen und die ihnen entsprechenden Querschnitte beteiligen, ist zurzeit eine noch ungelöste Frage; wie schwierig die Lösung dieser Aufgabe ist, möge daraus entnommen werden, daß die Arbeiten von v. Bach über ringsum aufgelagerte bezw. eingespannte, homogene Platten selbst für den einfachsten Fall gleichmäßig verteilter Belastung nur zu — weiter unten erwähnten — Annäherungsgleichungen geführt haben. Es werden demgemäß auch die nachfolgenden Untersuchungen keinerlei Anspruch auf Genauigkeit machen können, um so mehr als sie von einer Anzahl von Voraussetzungen ausgehen, welche oft nur in beschränktem Maße zutreffen dürften. Hier werden ausschließlich praktische Versuche, von denen bisher nur wenige vorliegen, Aufschluß zu geben vermögen. Daß die Ergebnisse der zurzeit zur Verfügung stehenden Versuche den nachfolgend entwickelten Beziehungen sich anpassen, möge aber als ein Beweis für deren praktische Verwendbarkeit gelten.

I. Liegt eine vollkommen quadratische, in jeder ihrer Hauptrichtungen gleichartig und gleich stark armierte Platte vor, so werden fraglos beide Tragsysteme sich — genügend genau für die Praxis — vollkommen gleichartig an der Lastübertragung beteiligen; es wird mithin in einer jeden der Hauptrichtungen die Hälfte der Belastung zu berücksichtigen sein. Auch können, wenn auch die Eiseneinlagen gegeneinander in der Höhe etwas verschoben liegen, die Trägheitsmomente beider Richtungen in entsprechenden Querschnitten als durchaus gleich angenommen werden.

Ist die Platte über einen rechtwinkeligen Grundriß gespannt[1]) mit den Seiten l_1 und l_2 und nimmt man an, daß die Gesamtbelastung $= p$ kg/qcm sich in die Teilbelastungen p_1 und p_2 nach diesen Richtungen teile, so liefert die Größe der Durchbiegung im Mittelpunkte der Platte (δ_m) die folgende Beziehung:

$$1)\quad \delta_m = \frac{5}{384}\frac{p_1 l_1^4}{E I_1} = \frac{5}{384}\frac{p_2 l_2^4}{E I_2}.$$

Werden annähernd die beiden Trägheitsmomente, die in erster Linie von der konstanten Höhe des Betons beeinflußt werden, einander gleich gesetzt, so folgt weiter die Annäherungsgleichung:

---

[1]) Vergl. u. a. die Untersuchung von H. Fröhlich in B. u. E. 1906, Heft VIII, S. 205, sowie die Ausführungen im Werke von Christophe: Der Eisenbeton und seine Anwendung im Bauwesen S. 467.

2) $p_1 l_1^4 = p_2 l_2^4$, woraus in Verbindung mit

3) $p_1 + p_2 = p$

sich die Gleichungen:

4a) $p_1 = p \dfrac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4}$ und

4b) $p_2 = p \cdot \dfrac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4}$

ableiten lassen.

Mit diesen Werten können nunmehr — z. B. bei freiaufliegenden Platten — die Momente:

5a) $M_{1max} = \dfrac{p_1 l_1^2}{8} = \dfrac{p}{8} \dfrac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4} l_1^2$ und

5b) $M_{2max} = \dfrac{p_2 l_2^2}{8} = \dfrac{p_2}{8} \dfrac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4} l_2^2$

gebildet werden[1]).

Ist $l_1 < l_2$, so ist $p_1 > p_2$ und in der Regel auch $M_1 > M_2$, ersteres also für die Dimensionierung maßgebend.

Beispiel: Es sei $l_1 = 4{,}00$ m; $l_2 = 5{,}00$ m; $p = 1000$ kg qm; alsdann ergibt sich:

$$p_1 = 1000 \cdot \frac{5^4}{4^4 + 5^4} = 710 \text{ kg qm.}$$

$$p_2 = 1000 \cdot \frac{4^4}{4^4 + 5^4} = 290 \text{ kg qm.}$$

$$M_1 = \frac{710 \cdot 4^2}{8} = 142000 \text{ kg . cm}$$

$$M_2 = \frac{290 \cdot 5^2}{8} = 90000 \text{ kg . cm, also } M_1 > M_2.$$

Ist die Platte — zum Teil oder vollkommen — eingespannt, so sind naturgemäß die in § 13 auf S. 105 erwähnten Formeln bei Bestimmung der Momente heranzuziehen.

Der Faktor $\dfrac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4}$ wird $= 0$ für $l_2 = \infty$, d. h. es wird alsdann auch $p_2 = 0$ und somit hat sich die Berechnung der Platte nur auf die Größe von l_1 zu erstrecken, da in dieser Richtung allein eine Lastübertragung stattfindet; wird $l_1 = l_2$, d. h., ist die Platte quadratisch, so wird:

$\lambda = \dfrac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4} = \dfrac{1}{2}$ und $p_1 = p_2 = \dfrac{p}{2}$; der Faktor λ erreicht sein Maximum.

Ist $l_2 = 2 l_1$ so wird:

$\lambda_{,} = \dfrac{l_1^4}{l_1^4 + (2 l_1)^4} = \dfrac{1}{1 + (2)^4} = \dfrac{1}{1 + 16} = 0{,}059 = \text{rd. } 0{,}06$, während der entsprechende Wert $\lambda_{,,} = \dfrac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4}$ sich zu $\dfrac{(2 l_1)^4}{(l_1)^4 + (2 l_1)^4} = \dfrac{16}{17} = 0{,}94$ ergibt[2]).

Allgemein zeigt sich, daß der Faktor $\lambda_{,,}$ — wenn l_1 ein Vielfaches von l_2 ist — mit fortschreitender Größe dieses Verhältnisses nahe an „1" heran kommt, also eine Abänderung des Momentes alsdann praktisch nicht mehr zu berücksichtigen wäre. Es empfiehlt sich demgemäß hier die Platte als zweiseitig gelagert zu berechnen.

---

[1]) Die genau gleiche Formel gibt Christophe; er bezeichnet bei seinen Untersuchungen den Faktor $\dfrac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4}$ mit z, vorausgesetzt, daß $l_2 > l_1$ ist, und demgemäß der vorstehende Wert von z in Frage kommt.

[2]) Dieser Wert folgt auch in sehr einfacher Weise aus der Beziehung: $\lambda_{,} + \lambda_{,,} = 1$; $\lambda_{,,} = 1 - 0{,}06 = 0{,}94$

Aus den vorstehend erwähnten Versuchen von v. Bach ergibt sich die bei quadratischer mit p gleichmäßig belasteter Platte auftretende Biegungsspannung σ zu:

1) $\sigma = \frac{\varphi}{4} \frac{a^2}{s^2} p$, worin s die Plattenstärke ausdrückt, während φ eine von der Art der Plattenlagerung abhängige Zahl ist. Für frei aufliegende Platten ist φ zu 1,12, für gut eingespannte zu 0,8 bis 0,75 zu nehmen. Bedeutet M das Biegungsmoment der äußeren Kräfte für 1 m, so ist $M = \sigma W = \sigma \frac{1 \cdot s^2}{6}$, woraus in Verbindung mit Gleichung 1) folgt:

2) $M = \frac{\varphi}{24} \cdot a^2 p$.

Wird bei eingespannter Platte $\varphi = 0{,}8$ gesetzt, so wird:

3) $M = \frac{p \cdot a^2}{36}$, eine Gleichung, die deshalb bemerkenswert erscheint, weil Hennebique mit ihr rechnet und diese Gleichung durch die Praxis bewährt erscheint; allerdings sei auch erwähnt, daß die Bruchversuche mit zwei Platten Hennebiquescher Bauart im Palais des costumes der 1900er Pariser Weltausstellung gezeigt haben, daß ein Moment von $\frac{pl^2}{24}$ als annähernd zu erwarten steht[1]).

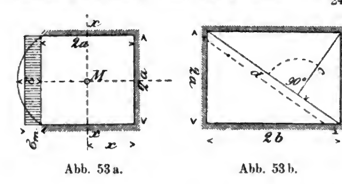


Abb. 53a. Abb. 53b.

Nach Untersuchungen von Föppl[2]) ist — Abb. 53a — das Moment einer allseits gelagerten, quadratischen Platte von einer Seite = 2a für den ganzen Querschnitt in der Achse xx: $M = p \cdot a^2 x$, vorausgesetzt, daß $x \leqq \frac{a}{2}$ ist.

Es ist also auch:

1) $M \leqq p \frac{a^3}{2}$.

Nicht bekannt ist die Verteilung des Momentes über die Platte. Teilt man es durch die Seitenlänge, so ergibt sich ein „Mittelmoment":

1') $M_m = \frac{pa^2}{2a} x$,

das für die Mitte zu günstig, für die Enden zu groß ist.

Das Widerstandsmoment des in Frage gezogenen Querschnittes wäre alsdann bei einer Höhe dieses von „h" $= \frac{2a\,h^2}{6}$ und somit ergibt sich für σ ein Wert:

1'') $\sigma = \frac{6\,M}{2\,a\,h^2} \leqq \frac{3}{2}\left(\frac{a}{h}\right)^2 p \leqq 1{,}5\left(\frac{a}{h}\right)^2 \cdot p$.

Dieser Wert erscheint wiederum für die Mitte zu günstig, für die Endteile der Querschnitte zu hoch.

Betrachtet man — Abb. 53b — einen Diagonalschnitt, so erhält man nach Föppl und v. Bach übereinstimmend die Momentengleichung:

2) $M = \frac{1}{3} a \cdot b \cdot c \cdot p$;

hieraus folgt für den Diagonalquerschnitt:

2') $\sigma = \frac{\frac{1}{3} a b c p}{\frac{d h^2}{6}} = 2p \frac{a b c}{d h^2}$.

[1]) Vergl. B. u. E. 1903, Heft 1, S. 17.

[2]) Vergl. hierzu Föppl, Band III, 2. Auflage, sowie für die weiteren Untersuchungen den Aufsatz von Zipkes in D. B. Z. 1906, Nr. 5, S. 17. Die Frage der Berechnung von Eisenbetonplatten, auf allen Seiten gelagert, wird hier im Anschlusse an die Beschreibung eines Lagerhauses für Eisenwaren erörtert.

Für das Quadrat ist: $a = b$, $c = \frac{d}{2}$, so daß die Gleichungen 2 und 2′ in die Form übergehen:

3) $M = \frac{p a^2 d}{6}$.

3′) $\sigma = \left(\frac{a}{h}\right)^2 p$.

Sind die Seiten nur mit a und b (im Gegensatze zu Abb. 53) bezeichnet, so folgt:

4) $M = \frac{1}{12} a^3 p \sqrt{\frac{1}{2}}$.

4′) $\sigma = \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h}\right)^2 p$.

Fügt man, dem Vorgange v. Bachs folgend, diesen Gleichungen einen Einspannungskoeffizienten hinzu: $\varphi = 1{,}12$ bei freiaufliegender, $= 0{,}75$ bei eingespannter Platte, so ergeben sich die Gleichungen:

5) Bei Einspannung: $M = 0{,}75 \frac{1}{12} a^3 p \sqrt{\frac{1}{2}} = 0{,}0445\, a^3 p = \text{rd}\, \frac{1}{22{,}5} \cdot a^3 p$.

5′) Bei freiaufliegender Platte (kaum vorkommend):

$$M = 1{,}12 \cdot \frac{1}{12} a^3 p \sqrt{\frac{1}{2}} = 0{,}066\, a^3 p = \text{rd.}\, \frac{1}{15} a^3 p,$$

und demgemäß wird:

5a) $\sigma = 0{,}75 \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h}\right)^2 p = 0{,}188 \left(\frac{a}{h}\right)^2 \cdot p$.

5′a) $\sigma = 1{,}12 \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h}\right)^2 \cdot p = 0{,}28 \left(\frac{a}{h}\right)^2 \cdot p$.

Berücksichtigt man, daß in der Mitte der Platte — also bei M in Abb. 53a — die Spannung stets gleich groß ist, auch im näheren Umkreise um M, daß also der gleiche Spannungswert hier sowohl in der Mittellinie (xx) als auch in der Diagonale eintritt, so führt dies zu der Gleichung:

6) $\sigma = \frac{M}{W} = \frac{p a^2 x}{\frac{2a h^2}{6}} = \frac{p a^2 d}{\frac{6 \cdot d h^2}{6}}$

woraus sich unmittelbar ergibt:

7) $x = \frac{a}{3}$.

Demgemäß wird für den Mittelpunkt (M):

7′) $\sigma = \frac{p \cdot a^2 \cdot \frac{a}{3}}{\frac{2a h^2}{6}} = \left(\frac{a}{h}\right)^2 \cdot p$

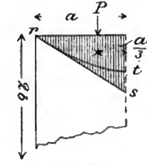


Abb. 54.

und unter Einführung des mittleren Momentes M_m aus Gleichung 1′:

7″) $M_m = \frac{p a^2 x}{2a} = \frac{p a^2}{6}$.

Für die Punkte außerhalb M ist das Moment in der Richtung der Mittellinie größer, wie sich aus dem Auftreten der Risse an diesen Stellen bei Bruchversuchen zu erkennen gibt. Nimmt man — Abb. 54 — keine der obigen Rechnung entsprechende gradlinige Verteilung des Auflagerdruckes nach Form eines Dreieckes an, sondern ersetzt

die Grade rs durch eine — wahrscheinlichere — Parabelkurve rt, so rückt der Angriffspunkt von P in die Entfernung $x = {}^3/_8\, a$, das Moment wird:

8) $M = {}^3/_8\, p a^3$ und die Spannung stellt sich auf:

8') $\sigma = 1{,}125 \left(\frac{a}{h}\right)^2 p$; sie ist also größer als in der Richtung senkrecht zur Diagonale.

Wird in Gleichung 7'') 2a durch l ersetzt, so ergibt sich für M_m:

9) $M_m = \frac{p l^2}{24}$

für eine frei aufliegende quadratische Platte.

Dieser Wert nimmt zu mit Vergrößerung des Verhältnisses $\frac{b}{a}$; liegt die Platte frei, so tritt bei $\frac{b}{a} = 10$ ein Moment = rd. $p \frac{l^2}{13}$ auf, das für höhere Werte von b als konstant angesehen werden kann. In ähnlicher Weise nähert sich — bei eingespannten Platten — wie Bosch[1]) nachweist —, schon bei einer Größe von $\frac{b}{a} = 3$ bis 3,5 das Moment dem Wert $\frac{q l^2}{13}$, um auch von hier an seinen Wert wenig zu ändern. Es wird also ein Mittelwert von $\frac{q l^2}{12}$ für langgedehnte, rechteckige, frei aufliegende oder eingespannte Platten als ein nicht erreichter Größtwert bezeichnet werden können.

Zieht man aus den vorstehenden Betrachtungen einen Gesamtschluß, so wird man bei einer **quadratischen** in beiden Hauptrichtungen gleichartig armierten Platte bei freier Auflagerung derselben das Moment nach der ersten Entwickelung

$$M = \frac{p l^2}{8} \lambda . = \frac{p l^2}{8} \frac{1}{2} = \frac{p l^2}{16},$$

nach der an zweiter Stelle gegebenen Berechnungsart

$$M = \frac{p l^2}{24} \text{ setzen können.}$$

Als Mittelwert dürfte sich für die Praxis:

$$M = \frac{p l^2}{20} \text{ empfehlen.}$$

Ist die quadratische Platte vollkommen eingespannt, so folgt aus Entwickelung I ein Moment:

$$M_m = + \frac{p l^2}{24} \cdot \frac{1}{2} = + \frac{p l^2}{48}$$

in der Mitte, und am Auflager von:

$$M_a = - \frac{p l^2}{12} \frac{1}{2} \cdot = - \frac{p l^2}{24}.$$

Die gleichen Werte empfiehlt auch, wenn auch auf anderem Wege und unter anderer Voraussetzung, sowie für homogenes Material entwickelt, Grashof. Da nun aber, wie bereits — in § 13 — hervorgehoben, ein vollkommener Einspannungszustand bei Eisenbeton-

[1]) Vergl. die Untersuchung von Bosch in B. u. E. 1905, Heft VII, S. 177. Auszug aus einem im oberbayer. Arch.- und Ing.-Vereine gehaltenen Vortrage über: „Die Berechnung der Eisenbeton-Platten".

platten praktisch nicht vorzuliegen pflegt, wird es sich empfehlen, auch hier mit der halben Einspannung zu rechnen und demgemäß die Gleichungen:

$$M_m = + \frac{pl^2}{10} \frac{1}{2} = + \frac{pl^2}{20},$$

$$M_a = - \frac{pl^2}{8} \frac{1}{2} = - \frac{pl^2}{16}$$

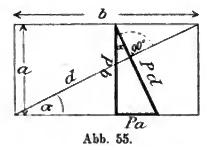


Abb. 55.

zu wählen.

Ist die Platte **länglich**, so ist nachgewiesen, daß mit zunehmender Länge gegenüber der Breite der Lastanteil für die kürzere Stützweite erheblich zunimmt. Nach Entwickelung I hat sich gezeigt, daß schon bei einem Verhältnisse der Seiten von 1 : 2 fast die ganze Belastung von den kürzeren Einlagen aufgenommen werden muß, während bei Berechnung II sich diese Grenze erheblich günstiger stellt. Beide Entwickelungen lassen aber erkennen, daß bei der meist vorliegenden, halbeingespannten Platte ein Moment von $\frac{ql^2}{12}$ in der Mitte als Grenzwert kaum noch zu erwarten steht. Berücksichtigt man nun einerseits die Ergebnisse der praktischen Bruchversuche, welche eine Momentengröße von $\frac{ql^2}{24}$ gezeigt haben (S. 162, oben) und vergegenwärtigt man sich, daß bei nicht allzu großer Abweichung der Seitenlängen die zweite Haupteinlage nicht unerheblich mittragen hilft, so wird man bis zu einem Verhältnisse von a : b = 1 : 1,5 mit den Momenten:

$$M_m = + \frac{pl^2}{24} \text{ und } M_a = - \frac{pl^2}{12}$$

rechnen können. Über das angegebene Verhältnis hinaus dürfte es sich aber empfehlen, die Platten wie einseitig gelagert zu behandeln [1]).

Betrachtet man — Abb. 55 — eine innerhalb der Platte wirkende, senkrecht zur Diagonalrichtung verlaufende Kraft P_d und zerlegt diese in 2 Seitenkräfte parallel zu den Plattenseiten P_a und P_b, so ergibt sich aus der Abbildung unmittelbar die Gleichung [2]):

$$\frac{P_a}{\sin \alpha} = \frac{P_b}{\cos \alpha} = P_d,$$

und da $a = d \sin \alpha$, $b = d \cos \alpha$ ist, folgt weiter:

$$\frac{P_a}{a} = \frac{P_b}{b} = \frac{P_d}{d}.$$

Ordnet man nun, wie es Voraussetzung der Rechnung ist, die Eiseneinlagen durchaus gleichartig in beiden Hauptrichtungen an, so besagt die obige Beziehung, daß die Kräfte P den Eisenquerschnitten unmittelbar proportional sind; zudem sind sie auch für die Längeneinheit gleich groß nach jeder Richtung, es bedarf mithin auch

[1]) Für den Fall, daß die Platte nur an ihren vier Ecken als eingeklemmt aufgefaßt werden kann, ermittelt Bosch in B. u. E. 1905, Heft VII, S. 177 und folg. mit Hilfe des Prinzips des Kleinstwertes der Formänderungsarbeit das Einspannungsmoment in der Plattenecke zu:

$$M_a = - \frac{1}{3} q \frac{(a^3 + b^3)}{a + b}.$$

Diese Gleichung eignet sich im besonderen für die Berechnung der Platten in Silogebäuden.

Vergl. hierzu auch B. u. E. 1905, Heft X, S. 257 und Heft XI, S. 281.

[2]) Vergl. D. B. Z. 1906, Nr. 5, den Aufsatz von Zipkes: Ein Lagerhaus für Eisenwaren aus Eisenbeton S. 18, Spalte 2.

— wie vorausgesetzt war — die Platte der gleichen Armierung auf 1 lfm. in jeder der beiden Hauptrichtungen.

---

§ 20.

Die Berechnung der auf Biegung beanspruchten Plattenbalken.

Ein Plattenbalken, auch Rippenbalken genannt, wird — Abb. 56 — durch die Vereinigung einer Platte von rechteckigem Querschnitte mit einem gleichartig geformten Balken gebildet; der Querschnitt zeigt demgemäß in der Regel die Form eines „T“, kann aber auch bei einseitiger Ausbildung als Randträger eine ┌-Form aufweisen. Der Querschnitt ist im Vergleiche mit der einfachen Rechteckform alsdann besonders wirtschaftlich, wenn die obere breit ausladende Platte einen Teil des Druckgurtes bildet, weil hierbei — gegenüber einem einheitlichen rechtwinkligen Querschnitte — der doch

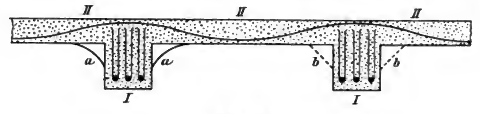


Abb. 56.

nicht als tragfähig zu rechnende Beton in der Zugzone eine erhebliche Verminderung erfährt. Zudem ist hiermit naturgemäß ein beträchtliche Erniedrigung des Eigengewichtes verbunden. Derartige Plattenbalken werden etwa erst von 3,5 bis 4 m Stützweite an mit Vorteil ausgeführt, da bei geringerer Spannweite die größeren Einschalungskosten der Rippen die Ersparnis an Material wieder ausgleichen.

Da Plattenbalken vielfach als kontinuierliche bezw. als eingespannte Balken Verwendung finden, hat die Armierung auf die bald positiven bald negativen Biegungsmomente in Trägermitte und über den Stützen Rücksicht zu nehmen. Da die negativen Momente in der Regel, absolut betrachtet, größer sind als die positiven, wird auch die Armierung über den Stützen, an den Einspannungsstellen usf. eine höhere sein müssen, als wie in den mittleren Querschnitten. Da somit die Zugzone wechselt, in Trägermitte im Untergurte, nahe dem Trägerstützpunkte im Obergurte liegt, wird man zweckmäßig einen Teil der Eisen von der Unterseite der Trägermitte aus nach dessen Oberseite aus den Lagerpunkten führen können, die Eiseneinlagen also abbiegen. Eine solche Abbiegung hat möglichst kurz — etwa unter 45⁰ Neigung — zu erfolgen, um möglichst bald von den Eisenlagen wieder Nutzen ziehen zu können. Es liegt auf der Hand, daß man die Abbiegestellen mit dem Nullpunkte der Momentenflächen zusammenfallen lassen wird, und daß demgemäß, wenn längere Eiseneinlagen eine Stoßausbildung erfordern, diese schwachen Stellen der Konstruktion in die Abbiegungen zu verlegen sind.

Durch die Form des Plattenbalkens und die verschiedenen Vorzeichen der Momente ist es ferner bedingt, daß der T-Querschnitt in dieser Form nur in der Balkenmitte ausgenützt werden kann; über den Stützen oder an den Einspannungsstellen, woselbst also der Zuggurt sich nach oben verlegt, und demgemäß der Beton der Platte als gezogen keine Berücksichtigung zu finden pflegt, verbleibt für die Berechnung mithin nur ein einfacher, rechteckiger Querschnitt mit ausschließlich oberer oder beiderseitiger

Armierung, der genau wie eine Platte zu berechnen ist. Da es bei durchgehenden Trägern nicht selten vorkommt, daß bei verschieden großen Weiten der einzelnen Öffnungen in der Mitte einer oder der anderen von diesen — bei Belastung der anschließenden Trägerfelder — negative Momente auftreten, so werden die Plattenbalken dementsprechend vielfach auch doppelte Armierung erhalten müssen. Es tritt dies auch — ähnlich wie bei Platten — alsdann ein, wenn die Konstruktionshöhe gering ist und dementsprechend die wenig ausgedehnte Betondruckzone in Balkenmitte eine Verstärkung durch Eiseneinlagen erfordert; am Auflager oder über den Stützen wird man sich in solchem Falle zunächst durch ein Herabziehen des Trägers hierselbst oder durch einen voutenförmigen Anschluß zu helfen suchen. Ist der Steg der Rippe zu schmal um alle Eiseneinlagen neben einander aufnehmen zu können, so wird man genötigt sein, diese in zwei Reihen übereinander anzuordnen; es soll aber nicht verkannt werden, daß eine derartige Konstruktion nur einen Notbehelf darstellt, da die Eisen um so mehr zu statischer Wirkung gelangen, je näher sie der Balkenunterkante liegen. Ordnet man die Eisen in zwei Reihen an, so wird man in die obere stets diejenigen Eisen legen, welche abgebogen und nach dem Obergurte geführt werden sollen. Liegt ein Balken frei auf, so wird man — allein schon zum Anschlusse der Bügel usw. einige der Untergurteisen bis zu den Auflagern reichen lassen.

Wie Mörsch nachweist[1]) ändern sich die Spannungen in den Einlagen bei Verdoppelung der Momente und demgemäß auch der Eisenquerschnitte nur wenig; weiter entspricht — bei gleichbleibender Plattenstärke — der Zunahme der äußeren Kräfte eine verhältnismäßig geringe Vergrößerung der Beton-Randdruckspannung und zwar infolge Herabgehens der Nulllinie im Querschnitte. Einen gleichen Einfluß besitzt auch die Anwendung eines geringen Mischungsverhältnisses infolge der alsdann eintretenden Verkleinerung von E_b und der hierdurch wieder bedingten Vergrößerung von $n = \frac{E_e}{E_b}$. Da mit Verschlechterung des Mischungsverhältnisses die Druckfestigkeit des Betons erheblich und schnell sinkt, so wird die letztere Beziehung naturgemäß keine praktische Bedeutung haben.

Eine bisher noch verhältnismäßig wenig behandelte oder durch praktische Versuche geklärte Frage ist die, inwieweit sich die den oberen Teil des Plattenbalkens bildende Platte an der Lastübertragung beteiligt. Die wenigen, bisher mitgeteilten Ergebnisse beruhen vorwiegend auf theoretischen Ermittelungen und bedürfen des Beweises durch praktische Versuche in größerem Umfange, oder führen zu Beziehungen, welche für die Praxis allzu verwickelt erscheinen. Die wichtigeren der hierher gehörenden Arbeiten sind in der Anmerkung[2]) aufgeführt. Fest steht jedenfalls durch die bisherigen Untersuchungen von v. Emperger und v. Thullie, daß die Ausdehnung der Platte auf die Spannung in der gezogenen Eiseneinlage einen verhältnismäßig sehr geringen Einfluß besitzt, daß aber — wie dies von Natur aus zu erwarten steht, mit Verkleinerung der Plattenbreite, also Verminderung der Druckzone, die Randdruckspannung im Beton recht bedeutend steigt. Daß eine Platte, wenn sie in ausreichender Weise, besonders auch

[1]) Vergl. Mörsch, Der Eisenbetonbau, II. Auflage, S. 107 und folg.

[2]) Vergl. hierzu die Untersuchungen von v. Emperger in B. u. E. 1903, Heft V, S. 325, welche einige allgemeine Beziehungen zwischen der Plattenbreite und den Randspannungen aufdecken, ferner die Arbeit von v. Thullie in B. u. E. 1904. Heft V, S. 307, welche die v. Empergerschen Ergebnisse bestätigt und erweitert, — schließlich die Abhandlung des Privatdozenten Dr. Karl Járay-Prag: Zu den Fragen der einfachen, direkten und ökonomischen Dimensionierung von Betoneisenkonstruktionen und der nutzbaren Plattenbreite von Verbundbalken — Sonderabdruck aus den technischen Blättern, Vierteljahrsschrift des deutschen Polytechnischen Vereins in Böhmen. XXXVIII. Jahrgang. I. und II. Heft. Prag 1906.

für die Aufnahme von Scherkräften, mit der Rippe verbunden ist, sich tatsächlich an der Lastübertragung in einwandfreier Weise beteiligt, folgt aus der gleichmäßigen Einsenkung von Platte und Rippe beim Belastungsversuche. Da nun aber bei mehreren parallel zueinander gelagerten Rippenbalken auch die zwischen diesen sich spannenden Platten nicht nur den Gurt bilden, sondern auch als über den Rippen eingespannte Platten wirken und sich auch in diesem Sinne an der Kraftübertragung beteiligen, so werden infolge dieser doppelten Beanspruchung einzelner Plattenteile Zusatz- und Nebenspannungen verschiedenster Art in den Platten hervorgerufen werden; auf ihre Art und Einwirkung wird weiter unten eingegangen werden.

Die Leitsätze des Verbandes der deutschen Architekten- und Ingenieur-Vereine und des deutschen Beton-Vereins schreiben bezüglich der anzunehmenden wirksamen Plattenbreite „b" vor, daß $b \lesseqgtr \frac{1}{3}\, l$ anzunehmen ist[1]), unter l die Stützweite des Balkens verstanden. Hierbei darf aber b nicht größer sein, als der Trägerabstand, d. h. die Breite ist höchstens bis zu den Feldmitten reichend anzunehmen. In gleicher Weise bestimmen auch die Preußischen Vorschriften für den Hochbau, daß bei Plattenbalken die Breite des plattenförmigen Teiles mit nicht mehr als einem Drittel der Balkenlänge in Rechnung gestellt werden darf. In der Regel ist in praktischen Fällen die Entfernung der einzelnen Träger in obigem Sinne für die Bemessung von „b" ausschlaggebend.

Die beim Bruche von Plattenträgern auftretenden Verhältnisse untersucht zu haben ist u. a. das Verdienst von Prof. Möller-Braunschweig[2]). Durch seine Arbeiten ist nachgewiesen, daß solange keine Risse im Betonuntergurte eintreten, also in der Zugzone sowohl der Beton als auch das Eisen statisch wirksam sind, die Druckspannungen im Obergurte wegen Tieflage der Nulllinie sehr erheblich unter den Ergebnissen der mit den üblichen Methoden gefundenen Werte verbleiben. Bezüglich des Eisens hat sich — in Übereinstimmung mit anderen Prüfungsergebnissen und vielfachen Erfahrungen auch hier gezeigt, daß mit Überschreiten der Fließgrenze (im vorliegenden Falle 3330 kg/qcm) das Eisen sich so stark zu dehnen beginnt, daß eine langsame aber unaufhaltsame Zerstörung des Trägers folgt. Bei der gewählten Betonmischung (1 Zement : 3 Sand : 3 hartem Steinschlag) bildeten sich schon bei Überschreiten der Eisenspannung von 1260 kg/qcm, von der Trägerunterkante ausgehend, aufwärts gerichtete, äußerst feine Risse, die erst bei fortschreitender Belastung deutlich hervortraten. Mit Erreichung der Fließgrenze war die Leistungsfähigkeit des Eisens am Ende, während der Beton noch rund eine 2,1fache Sicherheit gegen Zerdrücken besaß. Der Bruch des Trägers erfolgte noch nicht sogleich, sondern erst, nachdem durch die Dehnung des Eisens sich die Nulllinie soweit aufwärts verschoben hatte, daß die Betonbeanspruchung im Mittel auf den Wert der Druckfestigkeit stieg.

Aus den Versuchen ergibt sich, daß bei Wahl der Randspannung $\sigma_b = 40$ kg/qcm sehr vorsichtig verfahren ist; man kann tatsächlich bei gutem Beton auf eine rund achtfache Sicherheit gegenüber dem Bruchwerte rechnen; hingegen empfiehlt es sich auch hier die Beanspruchung des Eisens, für welches als Gefahrgrenze die Fließgrenze in Frage zu ziehen ist, geringer als 1200 kg/qcm festzusetzen. Um eine gute Vereinigung

[1]) Seitens der französischen Regierungs-Kommission ist für b der Wert von höchstens $\frac{4}{10} \cdot l$ zugelassen. Vergl. B. und E. 1903, Heft IV, S. 227.

[2]) Die Versuche wurden im Auftrage des Ausschusses für Untersuchungen mit Eisenbeton durchgeführt, welcher von der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie eingesetzt worden ist. Vergl. über die Ergebnisse der Versuche den Vortrag von M. Moeller, gehalten in der IX. Hauptversammlung des Deutschen Betonvereins im Februar 1906 in Berlin, sowie D. B. Z. 1906, Nr. 8, S. 30; in allerneuester Zeit sind die Untersuchungen in den Mitt. des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleißes (März—April—Mai 1907) in ausführlicher Weise veröffentlicht worden.

von Eisen und Beton zum einheitlich wirkenden Träger zu erreichen, muß eine Verbindung oben in der Druckzone des Betons oder an den Auflagern des Trägers erfolgen. In diesem Sinne sind auch solche Lagen des Eisens zu vermeiden, welche eine innige Verbindung und die Gleichzeitigkeit der Betonierung von Steg und Druckplatte erschweren oder verhindern[1]).

Betrachtet sei zum Zwecke **der statischen Berechnung** der in Abb. 57 dargestellte, doppelt armierte Querschnitt. Aus den für diesen erzielten Rechnungsergebnissen lassen sich dann, wie weiter unten durchgeführt, sehr leicht durch Setzung der oberen Eiseneinlage = 0 die Beziehungen für die einfache Eiseneinlage ableiten.

Zunächst sei angenommen, daß der Querschnitt einschließlich der ihn beanspruchenden äußeren Kräfte vollkommen gegeben sei und

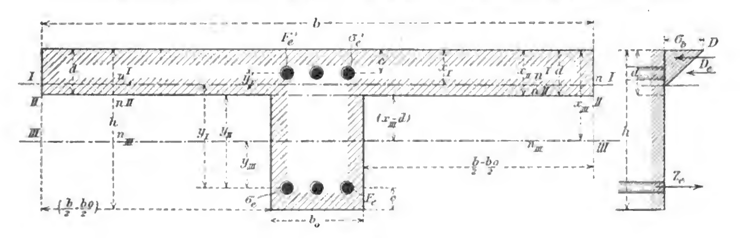


Abb. 57.

es sich somit nur um die Berechnung der Größtwerte der auftretenden Spannungen handelt. Das den Querschnitt beanspruchende Moment sei positiv, d. h. der Obergurt des Balkens wird gedrückt, der Untergurt gezogen.

Die Nulllinie n n kann in dem in Abb. 57 dargestellten Querschnitte drei verschiedene Lagen einnehmen: sie kann die Platte schneiden (Fall I), mit deren Unterkante zusammenfallen — Fall II und schließlich, unterhalb der Platte liegend, die Rippen durchschneiden — Fall III.

Im Falle I sind die in § 18 für die rechteckige Platte mit doppelter Eiseneinlage ermittelten Formeln ohne weiteres anwendbar, da der unter n_I n_I befindliche Teil der Platte in der Zugzone liegt und demgemäß — wie die Rippe — aus Beton bestehend nicht in Rechnung gezogen werden soll. Das gleiche gilt vom Fall II. Hier tritt nur die Sonderbeziehung auf, daß x = d ist, wenn d die Stärke der Platte bezeichnet. Die Rechnung ist demgemäß — mit den bereits auf S. 153 entwickelten Gleichungen durchzuführen, — vergl. die Abb. 57.

1) $\frac{1}{2}\sigma_b x \cdot b + \sigma_e' F_e' = \sigma_e F_e$.

2) $M = \frac{1}{3} x^2 \sigma_b b + \sigma_e' F_e' y' + \sigma_e F_e y$.

3) $\sigma_e = \sigma_b n \frac{y}{x}$.

4) $\sigma_e' = \sigma_b n \frac{y'}{x}$.

[1]) Weiteres ist der vorgenannten Veröffentlichung zu entnehmen; vergl. Anm. 2 S. 168.

5) $\frac{1}{2} x^2 b + n (F_e' y' - F_e y) = 0.$

6) $\sigma_b = \frac{M . x}{I_n}$, worin:

$$I_n = \frac{1}{3} x^3 . b + n (F_e' y'^2 + F_e y^2) \text{ ist.}$$

Schließlich folgt x aus Gleichung 5):

7) $x = -\frac{n (F_e' + F_e)}{b} + \sqrt{\frac{n^2 (F_e' + F_e)^2}{b^2} + \frac{2 n}{b} (F_e' c' + F_e (h - c)}.$

Im Fall II ist unmittelbar $d = x$, wodurch die Gleichungen sich in entsprechender Weise vereinfachen.

In Fall III ist $x > d$. Es ist mithin hierselbst die gedrückte Zone um zwei seitlich von der Rippe gelegene Rechteckflächen verkleinert, welche zwischen der Achse $n_{III} n_{III}$ und der Plattenunterkante liegen. Es nehmen demgemäß hier die vorstehenden Gleichungen 5) und 6) den folgenden Ausdruck an:

5') $\frac{1}{2} x^2 b - \frac{1}{2} (x - d)^2 . 2 \left(\frac{b}{2} - \frac{b_o}{2}\right) + n (F_e' y' - F_e y) = 0.$

6') $\sigma_b = \frac{M . x}{I_{n\,III}}$, worin:

$$I_{n\,III} = \frac{1}{3} x^3 b - \frac{1}{3} (x - d)^3 (b - b_o) + n F_e' y'^2 + F_e y^2.$$

Aus Gleichung 5') folgt nach Einführung der Werte von $y' = (x - c')$ und $y = (h - x - c)$.

7') $x = -\frac{1}{b_o} \left\{ d (b - b_o) + n F_e' + F_e) \right\} +$

$$+ \sqrt{\frac{1}{b_o^2} \left\{ d (b - b_o) + n (F_e' + F_e) \right\}^2 + \frac{2}{b_o} \left\{ \frac{1}{2} d^2 (b - b_o) + n \left(F_e' c' + F_e (h - c)\right) \right\}}.$$

Ist nun die **Einlage einfach**, d. h. bei positiv angenommenem Momente nur im Untergurte der Rippe angebracht, so ist in sämtlichen obigen Gleichungen der Wert von $F_e' = 0$ zu setzen. Im Fall I und II $(x = d)$ gelten mithin die einfachen Beziehungen — wie bei der einfach armierten Platte:

1) $\frac{1}{2} x^2 b = n F_e y.$

2) $M = \frac{1}{3} \sigma_b x^2 b + \sigma_e F_e y = \frac{1}{3} \sigma_b x^2 b + \frac{1}{2} \sigma_b . x . b . (h - c - x) =$

$$= \frac{\sigma_b . x . b}{6} . [2x + 3 (h - c) - 3x] = \frac{\sigma_b . x . b}{6} [3 (h - c) - x].$$

$$\sigma_b = \frac{6 M}{x . b [3 (h - c) - x]}.$$

3) $\sigma_e = n \sigma_b \frac{y}{x}.$

4) $x = - n \frac{F_e}{b} + \sqrt{\frac{n^2 F_e^2}{b^2} + 2 n \frac{F_e (h - c)}{b}}.$

Im Falle III ergibt sich:

1') $\frac{1}{2} x^2 b - \frac{1}{2} (x - d)^2 (b - b_o) = n F_e y$

$$2') \quad \sigma_b = \frac{M \cdot x}{I_{n\,III}},$$

worin:

$$3') \quad I_{n\,III} = \frac{1}{3} x^3 b - \frac{1}{3} (x - d)^3 (b - b_0) + n F_e y^2, \text{ ist.}$$

$$4') \quad x = -\frac{1}{b_0} \left\{ d (b - b_0) + n F_e \right\} +$$

$$+ \sqrt{\frac{1}{b_0^2} \left\{ d (b - b_0) + n F_e \right\}^2 + \frac{2}{b_0} \left\{ \frac{1}{2} d^2 (b - b_0) + n F_e (h - c) \right\}}$$

Ist nun an der Einspannungsstelle eines Rippenbalkens oder über einer Stütze bei kontionuierlichen Balken das Moment negativ, so wandelt sich in der Regel die Platte nebst dem anliegenden Rippenteile in den Zuggurt, während der Unterteil der Rippe zum Druckgurte wird. Da hierselbst fast stets in beiden Gurten Eisen zu liegen pflegen, wird es ausreichen, den Fall doppelter Armierung zu besprechen, um so mehr als sich aus den Rechnungsergebnissen für diesen ohne weiteres — wie vorstehend gezeigt — die Beziehungen für eine nur einfache Armierung ableiten lassen.

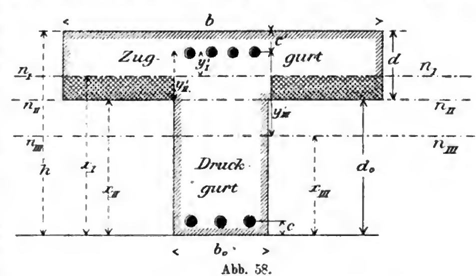


Abb. 58.

Auch hier sind wiederum, genau wie bei positivem Moment, drei Lagen der Nulllinie im Querschnitte — Abb. 58 — möglich.

Im Fall I, woselbst die Nulllinie die Platte schneidet, vergrößert sich der im Querschnitte untenliegende Druckgurt in seinem oberen Teil und zwar um die beiden in der Abb. 58 [1]) schraffierten Rechtecksflächen. Man erhält demgemäß, entsprechend den oben stehenden Ausführungen die Gleichungen:

$$1) \quad \frac{1}{2} x^2 b_o + \frac{1}{2} (x - d_o)^2 (b - b_o) + n (F_e' y' + F_e y) = 0.$$

$$2) \quad I_{n\,III} = \frac{1}{3} x^3 b_o + \frac{1}{3} (x - d_o)^3 \cdot (b - b_o) + n (F_e' y'^2 + F_e y^2).$$

Aus 1) folgt die Lage der neutralen Achse, während das aus 2) bestimmte Trägheitsmoment zur Berechnung der Randspannung σ_b und mittelst dieser zur Bestimmung von σ_e' und σ_e führt.

Für den Fall II und III gestaltet sich die Berechnung genau so wie bei einem einfachen, doppelt armierten Rechtecksquerschnitte, da hierselbst die Betonplatte vollkommen in der Zugzone liegt, von ihr also nur die Eiseneinlage Berücksichtigung findet.

Nicht selten ist es in der Praxis üblich, auch bei doppelter Eiseneinlage nur mit der Armierung in der Zugzone zu rechnen, das Eisen in der Druckzone mithin als eine konstruktive Verstärkung aufzufassen — vergl. das nachfolgende Beispiel III. Immerhin dürfte sich ein solcher Annäherungsweg

[1]) Die Lage der x-Abstände in der Abb. ist zu beachten.

nur dort empfehlen, wo durch eine derartig vereinfachte Berechnung keine Querschnittsverstärkung bedingt ist; sollte letzteres sich zeigen, so wird sich die genaue Rechnung nicht umgehen lassen. —

Bei Aufgaben der Praxis wird bei negativem Momente in der Regel Fall II oder III vorliegen; es empfiehlt sich deshalb, von vornherein versuchsweise mit den Gleichungen für den einfachen Rechtecksquerschnitt zu rechnen. —

Beispiel I. Ein über mehrere Stützen hindurchgehender Plattenbalken hat in der Feldmitte ein $+ M = + 400000$ kg . cm, über den Stützen ein $- M = - 500000$ kg . cm aufzunehmen. Es soll untersucht werden, ob der in Abb. 59 dargestellte Plattenquerschnitt ausreicht. Es ist $F_e = F_e' = 4 . \frac{2^2 \pi}{4} = 4 . 3{,}14 =$ rund 12,5 qcm; mithin ergibt sich für: $F_e' + F_e =$ rund 25 qcm.

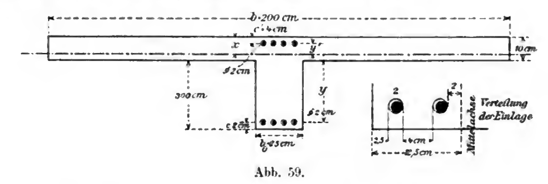


Abb. 59.

Zunächst sei das positive Moment berücksichtigt. Es sei versucht, ob die Nulllinie noch innerhalb der Platte liegt. Es würde in diesem Falle x nach Gleichung 7 S. 170 zu berechnen sein.

$$x = - n \frac{(F_e' + F_e)}{b} + \sqrt{n^2 \frac{(F_e' + F_e)^2}{b^2} + \frac{2n}{b}(F_e' c' + F_e [h - c])} = \frac{10 . 25}{200} +$$

$$+ \sqrt{\frac{10 . (25)^2}{200^2} + \frac{2 . 10}{200} . 12{,}5 (4 + 40 - 2)} = 6{,}10 \text{ cm}.$$

Da die Platte 10 cm stark ist, war mithin die gemachte Annahme richtig, es liegt Fall I vor. Aus $x = 6{,}10$ cm folgt weiter:

$$y' = 6{,}10 - 4 = 2.1 \text{ cm}.$$
$$y = 40 - 6{,}1 - 2 = 31{,}9 \text{ cm}.$$

Es wird demgemäß:

$$J_{nI} = \frac{1}{3} x^3 b + n (F_e' y'^2 + F_e y^2) = \frac{1}{3} 6{,}10^3 . 200 + 10 (12{,}5 . 2{,}1^2 + 12{,}5 . 31{,}9^2) = 130230 \text{ cm}^4.$$

$$\sigma_b = \frac{M . x}{J_n} = \frac{400000 . 6{,}1}{130230} = 18{,}7 \text{ kg/qcm Druck.}$$

$$\sigma_e = \sigma_b \frac{n . y}{x} = 18{,}7 . 10 . \frac{31{,}9}{6{,}10} = 947 \text{ kg/qcm.}$$

$$\sigma_e' = \sigma_b \frac{n . y'}{x} = 18{,}7 . 10 . \frac{2{,}1}{6{,}10} = 63{,}6 \text{ kg/qcm.}$$

Die Spannungen halten sich also durchaus innerhalb der gestatteten Grenzen.

Über den Stützen tritt ein Moment von $- 500000$ kg . cm auf. Da jetzt der Druckgurt an der Unterseite des Balkens beginnt, ist für b der Wert $b_0 = 25$ cm einzuführen; auch wechseln die Werte c und c': $c' = 2$ cm, $c = 4$ cm. Zunächst sei versucht, ob die Nulllinie die Platte nicht mehr schneidet. Alsdann würde sich x — wie bei der doppelt armierten Platte — ergeben zu:

$$x = - \frac{10 . 25}{25} + \sqrt{\frac{10^2 . 25^2}{25^2} + \frac{2 . 10}{25} (12{,}5 . 2 + 12{,}5 (40 - 4)} = 11{,}9 \text{ cm}.$$

Die bezüglich der Lage der neutralen Achse gemachte Annahme (Fall III Abb. 58) trifft mithin zu Ferner wird:

$$y' = 11{,}9 - 2 = 9{,}9 \text{ m}.$$
$$y = 40 - 11{,}9 - 4 = 24{,}1 \text{ cm}$$

$$J_{nIII} = \frac{1}{3} 11{,}9^3 25 + 10 . 12{,}5 (9{,}9^2 + 24{,}1^2) = 98910 \text{ cm}^4 = \text{rund } 99000 \text{ cm}^4.$$

$$\sigma_b = \frac{500000 . 11{,}9}{99000} = \text{rund } 60 \text{ kg/qcm (!);}$$

also ein unerlaubter Wert, der sich jedoch durch voutenförmige Führung des Plattenbalkens am Anschlusse an die stützende Säule leicht erheblich verringern läßt.

Weiter ergibt sich:

$$\sigma_e = \sigma_b \cdot n \frac{y}{x} = 60 \cdot 10 \cdot \frac{24,1}{11,9} = \text{rund } 1200 \text{ kg/qcm},$$

während für σ_e' der Wert:

$$\sigma_e' = 60 \cdot 10 \cdot \frac{9,9}{11,9} = \text{rund } 500 \text{ kg/qcm erscheint.}$$

Beispiel II. Ein als frei aufliegend zu berechnender, und im Untergurte armierter Plattenbalken habe eine Stützweite von 8,00 m. Seine gleichförmig verteilte Belastung betrage 600 kg/qm. Die Eiseneinlagen sollen so bemessen werden, daß die neutrale Achse mit der Plattenunterkante zusammenfällt.

Abb. 60.

Es folgt aus Abb. 60:
$b = 100$ cm; $d = x = 10$ cm; $y = 40,0$ cm.

Ferner ist:

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{0,6 \cdot 8^2}{8} = 4,8 \text{ t.m.} =$$
$$= 480\,000 \text{ kg.cm.}$$

Aus der Beziehung: $\frac{1}{2} x^2 b = n F_e y$ folgt:

$$F_e = \frac{\frac{1}{2} x^2 b}{ny} = \frac{\frac{1}{2} 10^2 \cdot 100}{10 \cdot 40} = 12,5 \text{ qcm.}$$

Gewählt werden 4 Rundeisen vom Durchmesser von je 2 cm: $F_e = 4 \frac{2^2 \cdot 3,14}{4} = \text{rund } 12,5$ qcm.

Es wird nach Gleichung 2) auf S. 170:

$$\sigma_b = \frac{6\,M}{x \cdot b\,(3\,(h-c) - x)} = \frac{6 \cdot 480\,000}{10 \cdot 100 \cdot 3 \cdot (50 - 10)} = 20,6 \text{ kg/qcm}$$

und demgemäß zeigt sich der Wert von $\sigma_e = \sigma_b\, n \cdot \frac{y}{x} = 20,6 \cdot 10 \cdot \frac{40}{10} = 824$ kg/qcm. —

Beispiel: III. Ein kontinuierlich durchgehender Balken sei von folgenden größten und kleinsten Biegungsmomenten beansprucht:

a) in Trägermitte von:

1. $M_{max} + = + 2\,450\,000$ kg.cm.
2. $M_{max} - = - 100\,000$ kg.cm.

b) am Auflager von:

$M_{max} - = - 3\,500\,000$ kg.cm.

Die Trägerquerschnitte sind versuchsweise anzunehmen und die auftretenden Spannungen zu berechnen. Der Sicherheit halber sollen — falls hierdurch keine Querschnittsvergrößerung bedingt ist — in dem mittleren Querschnitte, die in der Druckzone liegenden Eiseneinlagen keine Berücksichtigung finden; der Querschnitt am Auflager ist jedoch in Anbetracht des großen Biegungsmomentes als doppelt armiert zu berechnen.

Die Grenzspannungen sollen für Beton höchstens 50, für das Eisen 1000 kg/qcm betragen. Die Entfernung der einzelnen Träger sei zu 5,00 m, ihre Stützweite zu 6,33 m gegeben.

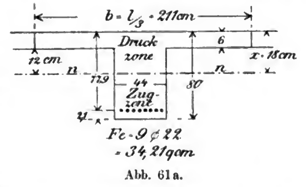


Abb. 61a.

a) der Querschnitt in Trägermitte.

Angenommen sei der in der Abb. 61a dargestellte Querschnitt. Da die Trägerentfernung größer als $\frac{1}{3}$ der Stützweite, soll letztere Größe für die Bemessung der Gurtplattenbreite maßgebend sein; für diese ist also der Wert $b = \frac{1}{3} = \frac{6,33}{3} = 2,11$ m einzuführen; die Plattenstärke betrage 6 cm, die gesamte Trägerhöhe 80 cm, die Rippenbreite 44 cm; als Eiseneinlage seien im Untergurte 9 Rundeisen vom Durchmesser 2,2 cm angenommen, die einen Abstand von 2,1 cm von der Rippenunterkante erhalten.

Es ist demgemäß $F_e = 9 \cdot \frac{2{,}2^2 \cdot 3{,}14}{4} = 34{,}21$ qcm.

Bei der geringen Stärke der Platte steht zu erwarten, daß Fall III vorliegt. Es sei demgemäß unter Zugrundlegung dieser Sonderlage der neutralen Achse der Wert von x versuchsweise berechnet.

Aus Gleichung 4') auf S. 171 folgt:

$$x = -\frac{1}{b_o}\left\{d(b-b_o)+nF_e\right\} + \sqrt{\frac{1}{b_o^2}\left\{d(b-b_o)+nF_e\right\}^2 + \frac{2}{b_o}\left\{\frac{1}{2}d^2(b-b_o)+nF_e(h-c)\right\}} =$$

$$-\frac{1}{44}\left\{6(211-44)+10 \cdot 34{,}21\right\} + \sqrt{\frac{1}{44^2}\left\{6(211-44)+10 \cdot 34{,}21\right\}^2 + \frac{2}{44}\left\{\frac{1}{2} \cdot 6^2(211-44)+10 \cdot 34{,}21(77{,}9)\right\}}$$

= rund 18 cm; mithin war die Voraussetzung, daß der Fall III vorliegt, richtig. Nunmehr folgt auch $y = 77{,}9 - 18 = 59{,}9 =$ rund 60 cm und hiermit:

$$J_{III} = \frac{1}{3} \cdot 211 \cdot 18^3 - \frac{1}{3}(211-44) \cdot (18-6)^3 + 10 \cdot 34{,}21 \cdot 60^2 = \text{rund } 1\,573\,500 \text{ cm}^4.$$

Demgemäß wird:

$$\sigma_b = \frac{Mx}{J_{III}} = \frac{2\,450\,000 \cdot 18}{1\,573\,500} = \text{rund } 28 \text{ kg/qcm und:}$$

$$\sigma_e = n\,\sigma_b\,\frac{y}{x} = 10 \cdot 28 \cdot \frac{60}{18} = \text{rund } 935 \text{ kg/qcm,}$$

Neben dem positiven Momente kann auch bei bestimmten Laststellungen ein negatives Moment von — 100000 kg.cm den mittelsten Querschnitt beanspruchen; hier steht zu erwarten, daß Fall III vorliegt, also die Nulllinie, welche den gedruckten Untergurt von der Zugzone trennt nur die Rippe schneidet. Demgemäß wird x versuchsweise nach den Gleichungen für den einfachen Rechtecksquerschnitt berechnet und zwar, da die Eiseneinlagen (9 Rundeisen von 2,2 cm Durchmesser) in der Druckzone nicht berücksichtigt werden sollen, nach den Formeln für einfache Armierung. Als Einlagen seien Abb. 61b im Obergurte 3 Rundeisen von je 14 mm Durchmesser angenommen; es wird mithin $F_e = 4{,}62$ qcm; c sei zu 1,7 cm bemessen.

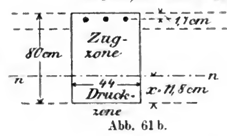


Abb. 61 b.

Alsdann ergibt sich:

$$x = \frac{nF_e}{b}\left(-1+\sqrt{1+\frac{2b \cdot (h-c)}{nF_e}}\right) = \frac{10 \cdot 4{,}62}{44}\left(-1+\sqrt{1+\frac{2 \cdot 44 \cdot 78{,}3}{10 \cdot 4{,}62}}\right) \doteq 11{,}8 \text{ cm.}$$

Demgemäß wird:

$$y = h - c - x = 80 - 1{,}7 - 11{,}8 = 66{,}5 \text{ cm und}$$

$$a = h - c - \frac{x}{3} = 80 - 1{,}7 - \frac{11{,}8}{3} = 74{,}4 \text{ cm.}$$

Hieraus folgen die Spannungen:

$$\sigma_b = \frac{2M}{b \cdot x \cdot a} = \frac{2 \cdot 100000}{44 \cdot 11{,}8 \cdot 74{,}4} = \text{rund } 5{,}2 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e = \frac{M}{aF_e} = \frac{100000}{74{,}4 \cdot 4{,}62} = \text{rund } 290 \text{ kg/qcm.}$$

Da sich diese Spannungen, ohne Berücksichtigung der Eiseneinlagen im Unter- jetzt Druckgurte bereits sehr gering ergeben, war der eingeschlagene Annäherungsweg durchaus zweckmäßig.

Abb. 61c.

b) Die Trägerquerschnitte am Auflager
(vergl. Abb. 61c).

Es mögen liegen im Ober-Zuggurte 9, vom Untergurte des Balkens noch hier heraufgebogene, Rundeisen von 2,2 cm Durchmesser, desgleichen die infolge des negativen Biegungsmomentes in Trägermitte notwendig gewordenen 3 Rundeisen von 1,4 cm Durchmesser, zudem zur besonderen Verstärkung noch 3 Rundeisen von je 2,4 cm. Im Untergurte seien zur Armierung des Druckgurtes eingelegt 10 Rundeisen von 2,2 cm Durchmesser.

Es ist mithin:

$$F_e = \frac{9 \cdot 2{,}2^2\, 3{,}14}{4} (= 34{,}21 \text{ qcm}) + \frac{3 \cdot 1{,}4^2 \cdot 3{,}14}{4} (= 4{,}62 \text{ qcm}) + \frac{3 \cdot 2{,}4^2 \cdot 3{,}14}{4} (= 13{,}57 \text{ qcm}),$$

in Summa also: 52,4 qcm.

$$F_e' = \frac{10 \cdot 2{,}2^2 \cdot 3{,}14}{4} = 38{,}0 \text{ qcm, somit } F_e + F_e' = \text{rund } 90 \text{ qcm.}$$

Da sehr wahrscheinlich Fall III vorliegt, so wird x versuchsweise nach den Gleichungen für den doppelt armierten einfachen Rechtecksquerschnitt berechnet. Es ist demgemäß:

$$x = -\frac{n}{b}(F_e + F_e') + \sqrt{\frac{n^2}{b^2}(F_e + F_e')^2 + \frac{2n(F_e' c' + F_e [h - c])}{b}} =$$

$$-\frac{10}{44} \cdot 90 + \sqrt{\frac{10^2}{44^2} 90^2 + \frac{2 \cdot 10}{44}(38 \cdot 2{,}1 + 52{,}4 [80 - 2{,}1])} = \text{rund } 27{,}5 \text{ cm.}$$

Demgemäß wird:

$$y = 80 - 27{,}5 - 2{,}1 = 50{,}4 \text{ cm.} \qquad y' = 27{,}5 - 2{,}1 = 25{,}4 \text{ cm.}$$

$$I_{n\,III} = \frac{1}{3} x^3 b + n F_e' y'^2 + n F_e y^2 = \frac{1}{3} \cdot 27{,}5^3 \cdot 44 + 10 \cdot (38 \cdot 25{,}4^2 + 52{,}4 \cdot 50{,}4^2) = \text{rund } 1\,903\,300 \text{ cm}^4.$$

Hieraus ergeben sich schließlich die Spannungsgrößtwerte:

$$\sigma_b = \frac{M \cdot x}{I_{n\,III}} = \frac{3\,500\,000 \cdot 27{,}5}{1\,903\,300} = \text{rund } 50 \text{ kg/qcm.}$$

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \frac{y}{x} = 10 \cdot 50{,}0 \cdot \frac{50{,}4}{27{,}5} = 915 \text{ kg/qcm.}$$

$$\sigma_e' = n \cdot \sigma_b \frac{y'}{x} = 10 \cdot 50 \cdot \frac{25{,}4}{27{,}5} = 462 \text{ kg/qcm}^{1)}.$$

Wird am Auflager der Träger durch Vouten verstärkt, so ist eine Verringerung von σ_b zu erwarten. Jedenfalls zeigt sich, daß die gewählten Querschnitte die betreffenden Momente aufnehmen können, ohne daß gefährliche Spannungen auftreten. Dabei ist auch die Materialausnutzung eine durchaus zufriedenstellende; es können mithin die zunächst versuchsweise gewählten Querschnitte beibehalten werden.

Nicht selten wird in der Praxis für die Berechnung der Plattenbalken ein Näherungsweg eingeschlagen[2]), der sich darauf gründet, bei positiven Momenten die Nulllinie mit der Plattenunterkante zusammenfallend anzunehmen, ersterer also von vornherein eine bestimmte Lage zuzuweisen. Da bei den meisten praktischen Aufgaben die neutrale Achse bei positivem Moment unterhalb der Platte zu liegen kommt (Fall III), wird durch eine derartige allerdings recht weitgehende Annahme die Druckzone verkleinert angenommen, demgemäß für die Druckspannung im Beton ein zu hoher Wert ermittelt, im Sinne der Sicherheit der Konstruktion also günstig gerechnet. Im besonderen kann dieser Rechnungsweg gegangen werden, wenn die Querschnittsmaße noch nicht bekannt sind und es sich um die vorläufige Bestimmung von Annäherungswerten für die Querschnittsform und Größe handelt.

Eine zweite, sehr häufig verwendete und in der Praxis eingeführte Annäherungsmethode ist dadurch gekennzeichnet, daß man zwar die Lage der

---

[1]) Rechnet man bei dieser letzten Ermittelung mit $n = 15$, so ergeben sich die Zahlen:

$$x = 30{,}8 \text{ cm}; \ \sigma_b = 42{,}5 \text{ kg/qcm}; \ \sigma_e = 970 \text{ kg/qcm}; \ \sigma_e' = 592 \text{ kg/qcm},$$

d. h. es zeigt sich, wie in früheren Beispielen, eine Verringerung von σ_b und eine Erhöhung von σ_e und σ_e'; letztere ist aber für σ_e — und auf diesen Wert kommt es im besonderen an — nicht sehr erheblich.

[2]) Von seiten der Französ. Regierungs-Kommission (vergl. B. u. E. 1902, Heft II, 1903, Heft I, im besonderen 1903, Heft II, S. 227) wird ausgeführt, daß der Abstand des Druck- und Zugzonenmittelpunktes bei einfacher Armierung und positivem Momente durch die Beziehung $a = h' - \frac{x}{3}$ gegeben sei und daß x im allgemeinen zwischen den Werten von $\frac{h'}{3}$ und $\frac{h'}{6}$ schwanke und im Mittel versuchsweise zu $\frac{2}{9} h'$ angenommen werden könne; hieraus folgt dann weiter:

$$a = h' - \frac{2\,h'}{9{,}3} = \frac{25}{27} h' = \text{rund } 0{,}9\, h'.$$

Nulllinie durch Rechnung genau bestimmt, im Fall III jedoch — vergl. weiter unten — auf die Mitwirkung des Betondruckzonenteils verzichtet, welcher innerhalb der Rippe zwischen der Plattenunterkante und der

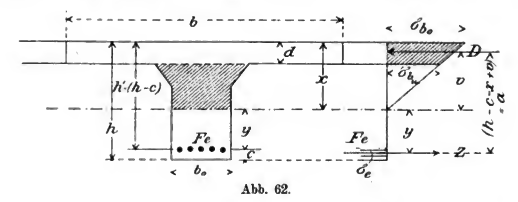


Abb. 62.

neutralen Achse liegt. In diesem Sinne geben sowohl die preußischen Hochbaubestimmungen als auch die Verbands-Leitsätze den Gang zur Berechnung der Plattenbalken im Fall III an[1]).

Der Gang der Rechnung gestaltet sich hierselbst folgendermaßen — vergl. Abb. 62. Unmittelbar aus der Figur folgt:

$$1)\quad \sigma_{bu} = \sigma_{bo} \frac{x - d}{x};$$

ferner ist nach dem Grundgesetze:

$$2)\quad \sigma_e = n \sigma_{bo} \frac{h - c - x}{x} = n \sigma_{bo} \frac{y}{x}.$$

Aus der Gleichheit der äußeren Kräfte $D = Z$ folgt:

$$3)\quad \frac{\sigma_{bo} + \sigma_{bu}}{2} \cdot \frac{b \cdot d}{2} = \sigma_e F_e.$$

Setzt man hierin die Werte aus 1) und 2) für σ_{bu} und σ_e ein, so ergibt sich — nach Kürzung der Gleichung mit σ_{bo} — eine Bestimmungsgleichung für x.

Aus dieser folgt:

$$4)\quad x = \frac{(h - c) n F_e + \frac{bd^2}{2}}{n F_e + b d} = \frac{2h' n F_e + bd^2}{2(n F_e + bd)}.$$

Da der Abstand des Schwerpunktes des Drucktrapezes, in welchem D angreift, von der Oberkante $= x - v$ durch die Beziehung gegeben ist:

$$5)\quad x - v = \frac{d}{3} \cdot \frac{\sigma_{bo} + 2\sigma_{bu}}{\sigma_{bo} + \sigma_{bu}},$$

so folgt weiter nach Einsetzung des obigen Wertes von σ_{bu}:

$$6)\quad v = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x - d)}$$

und demgemäß:

1) Die preußischen Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten bestimmen in Abschnitt III: Rechnungsverfahren mit Beispielen:

„Bei T-förmigen Querschnitten, sogenannten Plattenbalken, unterscheidet sich die Berechnung nicht von der vorigen (d. h. bei einfachem Rechteckquerschnitte), wenn die Nulllinie in die Platte selbst oder in die Unterkante der Platte fällt. Geht die Nulllinie durch den Steg, so können die geringen im Steg auftretenden Druckspannungen vernachlässigt werden."

In ähnlichem Sinne sprechen sich auch die Verbandsleitsätze aus.

7) $\sigma_e = \frac{M}{F_e(h - c - x + v)} = \frac{M}{F_e . a}$.

8) $\sigma_{bo} = \sigma_e . \frac{x}{n . y}$.

Die Anwendung der vorstehenden Annäherungsgleichungen sei durch die nachfolgenden Beispiele klargelegt. —

Beispiel I. Ein frei aufliegender Plattenbalken habe eine Lichtweite von 10,60 m, eine Stützweite von 11,00 m. Die gleichförmig verteilte Gesamtlast betrage q = rund 1440 kg/lfm. Mithin wird

$$M = \frac{ql^2}{8} = \frac{1440 . 11,0^2 . 100}{8} = 2178000 \text{ kg . cm.}$$

Die Einlage besteht aus 8 Rundeisen von 28 mm Durchmesser; mithin ist $F_e = 49,26$ qcm. Es ergibt sich vergl. Abb. 63:

$$x = \frac{2n h' F_e + b d^2}{2(n F_e + b d)} =$$

$$= \frac{2 . 10 . 54 . 49,26 + 170 . 10^2}{2(10 . 49,26 + 170 . 10)} = \text{rund 16 cm.}$$

Abb. 63.

Demgemäß wird:

$$v = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x - d)} = 16 - 5 + \frac{10^2}{6(2 . 16 - 10)} = 11,75 \text{ cm.}$$

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e(h' - x + v)} = \frac{2178000}{49,36(54,0 - 16,0 + 11,75)} = \text{rund 880 kg/qcm.}$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e\, x}{n(h' - x)} = \frac{800 . 16}{10(54 - 16)} = \text{rund 37,2 kg/qcm}^{1)}.$$

Beispiel II. Es sei der erste, in Beispiel III auf S. 173 behandelte, Plattenbalkenquerschnitt unter Verwendung der vorstehend gegebenen Näherungsgleichungen berechnet. — Vergl. hierzu Abb. 61a —.

In diesem Beispiel war:

$M = + 2450000$ kg . cm; $b = 211$ cm; $d = 6$ cm; $h' = 77,9$ cm; $F_e = 34,21$ qcm.

Hieraus folgt nach Gleichung 4 auf S. 176.

$$x = \frac{2 . 10 . 77,9 . 34,21 + 211 . 6^2}{2(10 . 34,21 + 211 . 6)} = 18,9 \text{ cm.}$$

Ferner ergibt sich nach Gleichung 6 auf S. 176.

$$v = 18,9 - \frac{6}{2} + \frac{6^2}{6(2 . 18,9 - 6)} = \text{rund 14,0 cm;}$$

nunmehr sind auch die Grenzspannungen bekannt:

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e(h' - x + v)} = \frac{2450000}{34,21 . (77,9 - 18,9 + 14,0)} = \frac{2450000}{34,21 . 73,0} = \text{rund 980 kg/qcm.}$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e . x}{n(h' - x)} = \frac{980 . 18,9}{10(77,9 - 18,9)} = \frac{980 . 18,9}{590} = 31,4 \text{ kg/qcm.}$$

Vergleicht man mit den Ergebnissen des letzten Beispieles die auf einem genaueren Wege gefundenen Rechnungsresultate auf S. 174 (x = rund 18,0 cm, $\sigma_e = 935$ kg/qcm, σ_b = rund 28,0 kg/qcm), so wird man sich davon überzeugen müssen, daß die Abweichung eine in Berücksichtigung des praktischen Rechnungsergebnisses nur unerhebliche ist, und daß demgemäß die in der Praxis eingeführte, durch sehr vereinfachte Gleichungen ausgezeichnete, angenäherte Rechnungsmethode durchaus zu empfehlen ist.

---

1) Dieses Beispiel, z. T. den Verbandsbestimmungen entnommen, ist dortselbst mit n = 15 durchgerechnet. Es ergibt sich alsdann:

$x = 19,84$ cm; $v = 15,4$ cm; $\sigma_e = 892$ kg/qcm und $\sigma_b = 34,5$ kg/qcm.

Die Unterschiede, welche die erhebliche Abweichung des Wertes n bedingt, sind mithin auch hier als wenig beträchtlich erwiesen! —

Will man auch die **Zugfestigkeit des Betons in Berücksichtigung ziehen,** um sich davon zu überzeugen, daß ein Eintreten von Rissen im Beton des Zuggurtes nicht zu befürchten steht, so gehe man zweckmäßig in einer den Ausführungen im § 17 vollkommen entsprechenden Weise vor. Auch hier wird der auf Beton zurückgeführte Querschnitt, sowie das statische Moment dieses in bezug auf die Plattenoberkante bestimmt, aus beiden die Lage der neutralen Achse abgeleitet, dann das Trägheitsmoment bezogen auf diese ermittelt und mit dessen Hilfe an die Bestimmung der Spannungen gegangen. Der entsprechend den Ausführungen im § 17 einzuschlagende, einfache Rechnungsweg sei durch das nachfolgende Zahlenbeispiel[1]) erläutert.

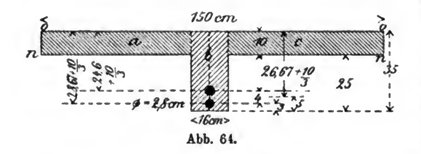


Abb. 64.

Beispiel: Der in Abb. 64 dargestellte Querschnitt eines Plattenbalkens sei gegeben. Das ihn beanspruchende positive Moment betrage: 358400 kg.cm, die Eiseneinlage im Untergurt des Balkens sei durch 2 Rundeisen von je 2,8 cm Durchmesser gebildet, es wird also

$$F_e = 2 \cdot \frac{2{,}8^2 \cdot 3{,}14}{4} = 2 \cdot 6{,}2 \text{ qcm.}$$

Da die beiden Eisen nicht in derselben Ebene liegen, sollen auch ihre beiden Querschnitte, insbesondere bei Berechnung der statischen und Trägheitsmomente getrennt berücksichtigt werden. Zerlegt man zur Vereinfachung der Berechnung den Betonquerschnitt in die Rechtecke a, b, c, so ergibt sich unter Innehaltung eines Wertes $n = 10$.

1) F_0 = reduz. Querschnitt $= 16 \cdot 35 + 2 \cdot \frac{134}{2} \cdot 10 + 2 \cdot 10 \cdot 6{,}2 = 560 + 1340 + 62 + 62 = 2024$ qcm.

2) S_0 = statisches Moment bezogen auf $00 = 560 \cdot \frac{35}{2} + \frac{1340 \cdot 10}{2} + 62 \cdot 28 + 62 \cdot 32 = 9800 + 6700 + 1736 + 1984 = 20220$ cm³.

3) I_0 = Trägheitsmoment bezogen auf $00 = 9800 \cdot \frac{2 \cdot 35}{3} + 6700 \cdot \frac{2 \cdot 10}{3} + 1736 \cdot 28 + 1984 \cdot 32 = 385430$ cm⁴. Aus 1) und 2) ergibt sich die Lage der Nullachse:

4) $x = \frac{S_0}{F_0} = \frac{20220}{2024}$ = rund 10 cm; d. h. es fällt die neutrale Achse gerade mit der Plattenunterkante zusammen. Nun ist auch I_{nn} gegeben.

5) $I_{nn} = 385430 - F_0 \cdot x^2 = 385430 - 2024 \cdot 10{,}0^2 = 183030$ cm⁴, woraus die Grenzspannungen folgen:

σ_{bd} = größte Druckspannung im Beton $= \frac{M \cdot x}{I_n} = \frac{358400 \cdot 10}{183030}$ = rund 20 kg qcm.

σ_{bz} = größte Zugspannung im Beton $= \frac{358400 \cdot 25}{183030}$ = rund 49 kg qcm,

d. h. man wird mit dem Auftreten von Rissen zu rechnen haben, wenn keine Querschnittsänderung vorgenommen wird.

Der Abstand des Druck- und Zugmittelpunktes = a ergibt sich aus der Beziehung:

$$a = 35 - \frac{1}{3} \cdot 10 - 5 = 26{,}67 \text{ cm.}$$

Demnach wird die Zugkraft im Eisen $= Z = \frac{M}{a}$.

$$Z = \frac{358400}{26{,}67} = 13440 \text{ kg und somit:}$$

$$\sigma_e = \frac{13440}{2 \cdot 6{,}2} = 1084 \text{ kg qcm.}$$

[1]) Vergl. hierzu: Die Bauweise Hennebique von Prof. Dr. W. Ritter. Sonderabdruck aus der Schweizerischen Bauzeitung 1899. Bd. XXXIII, Nr. 5, 6, 7. Zürich 1900. S. 6.

Streng genommen, werden allerdings die beiden Zugeinlagen ungleich beansprucht. Ihr Spannungsverhältnis: $\sigma_{e_1}:\sigma_{e_2}$ wird den betr. Abständen der Eisen von der Nulllinie entsprechen:

$$\sigma_{e_2}:\sigma_{e_1} = 35 - 10 - 7 : 35 - 10 - 3 = 18 : 22 = 0{,}82.$$

Ferner ist a_2 (entsprechend σ_{e_2}) $= 24{,}67$. a_1 (entsprechend σ_{e_1}) $= 28{,}67$ cm. Aus der Beziehung

$$\sigma_{e_2} \cdot F_e \cdot a_2 + \sigma_{e_1} F_e a_1 = M$$

und der voranstehenden Gleichung folgt dann schließlich: $\sigma_{e_1} = 1182$, also höher als vorstehend berechnet, während für $\sigma_{e_2} = 0{,}82 \cdot \sigma_{e_1}$ der Wert: rund 970 kg qcm folgt.

Rechnet man schließlich damit, daß nach Eintritt von Rissen die Eiseneinlage ganz allein die Zugkräfte aufzunehmen habe, so wäre die Ermittelung der Spannung in vollkommen normaler Weise durchzuführen.

Die durch die Annäherungsgleichung 4) auf S. 176 gegebene Beziehung zur Bestimmung der **neutralen Achse** gestattet leicht die Auffindung dieser auf **graphischem Wege**. Aus der Formel:

$$x = \frac{2h' n F_e + d^2 b}{2db + 2n F_e}$$

läßt sich durch Kürzung des Bruches mit b und Einführung des Wertes $\frac{F_e}{b} = F_{e_1}$ die Beziehung ableiten:

$$x = \frac{2h' n F_{e_1} + d^2}{2d + 2n F_{e_1}}.$$

In Abb. 65 ist dieser Ausdruck nun in folgender Weise konstruiert.

Im Anschlusse an die Mittellinie des Plattenbalkens ist das Rechteck $ABCD = h' . 2n . F_{e_1}$ also $AB = CD = 2n F_{e_1}$ gemacht worden; zu diesem ist dann ein Rechteck FADG addiert, welches $= d^2$ ist, also der Beziehung:

$$FADG = FA . GF = v . h' = d^2$$

entspricht.

Es stellt nunmehr das Rechteck FBCG den Zähler des obigen Bruches dar.

Ferner wurde BE gleich dem Nenner des Bruches gemacht, d. h., da $BA = 2n F_{e_1}$ ist, so wurde $AE = 2d$ von A nach links aus abgetragen.

Da nun aus der obigen Gleichung die Beziehung folgt:

$$x . (2d + 2n F_{e_1}) = h_1 . \left(2n F_{e_1} + \frac{d^2}{h_1}\right) =$$

Rechteck BC . FB,

so wird x als fehlende Seite eines Rechtecks bestimmt werden können, welches mit FBCG inhaltsgleich ist und BE zur anderen Seite hat.

Abb. 65.

Zieht man in diesem Sinne die Gerade EC und zu ihr parallel FO, so bestimmt O die Größe x und demgemäß die Lage der Nulllinie. . . . . —

Handelt es sich ferner um die **Dimensionierung des Plattenbalkens**, also um die Bestimmung seiner wichtigsten Querschnittsgrößen von vornherein, so kann man auf einem oder dem anderen der nachfolgend angegebenen Wege zum Ziele gelangen. Eine derartige besondere Rechnung wird aber nur bei positiven Momenten und im Falle III

— also bei Lage der Nulllinie unterhalb der Platte überhaupt notwendig sein; denn sobald die neutrale Achse die Platte schneidet oder mit deren Unterkante zusammenfällt, können die in § 14 und auf Seite 129 usf. gegebenen Berechnungsmethoden unmittelbar Anwendung finden. Auch wird es bei einer vorläufigen Querschnittsbestimmung in der Regel genügen, die Rechnung für das größte positive Moment — zwischen den Stützen — durchzuführen und den gefundenen Querschnitt am Auflager, entsprechend den in der Regel größeren negativen Momenten, durch voutenförmigen Anschluß an die Stütze, durch Hinzufügung neuer Eiseneinlagen usf. zu verstärken.

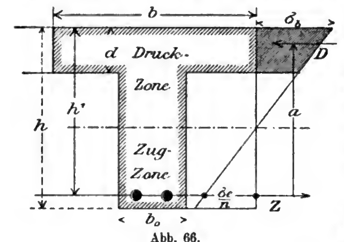


Abb. 66.

1. Dr. P. Weiske-Cassel geht[1]) unter Zugrundelegung der preußischen Bestimmungen für den Hochbau und der hierin gegebenen Annäherungsberechnung von dem trapezförmigen Spannungsdiagramm in der Plattendruckzone aus, Abb. 66. Aus letzterer folgt unmittelbar der Abstand a.

$$1)\quad a = h' - \frac{d}{2} \cdot \frac{6 - 4\frac{d}{x}}{6 - 3\frac{d}{x}},$$

woraus sich nach Einführung eines Wertes $\lambda = \frac{a}{h'}$ ergibt:

$$2)\quad \lambda = \frac{a}{h'} = 1 - \frac{d}{2h'} \cdot \frac{6 - 4\frac{d}{x}}{6 - 3\frac{d}{x}}.$$

Aus der Gleichung der wagerechten Kräfte ergibt sich:

$$F_e \sigma_e = Z = D = \frac{\sigma_b + \left(1 - \frac{d}{x}\right) . \sigma_b}{2} . d . b = \sigma_b \left(1 - \frac{d}{2x}\right) . d . b \text{ und somit:}$$

$$3)\quad F_e = b d \left(1 - \frac{d}{2x}\right) \frac{\sigma_b}{\sigma_e}.$$

Demgemäß wird das Querschnittsverhältnis:

$$4)\quad \varphi = \frac{F_e}{b . h'} = \frac{d}{h'} \left(1 - \frac{d}{2x}\right) \frac{\sigma_b}{\sigma_e}.$$

Da mit den zulässigen Größtwerten der Spannungen bei der Querschnittsermittelung zu rechnen ist, so ist x als eine Funktion der nutzbaren Höhe durch die Gleichung bestimmt:

$$5)\quad \frac{x}{h'} = \frac{\sigma_b}{\sigma_b + \frac{\sigma_e}{n}} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_e}{n \sigma_b}};$$

nunmehr lassen sich auch für die verschiedensten Werte von $\frac{x}{h'}$ die Koeffizienten λ und φ aus den Gleichungen 2) und 4) berechnen.

[1]) Vergl. D. B. Z. 1906, Nr. 2, S. 7.

Weiter ist:

$$M = \sigma_e F_e . a = \sigma_e F_e h' \lambda = \sigma_e \varphi b h' \lambda h' = \sigma_e \lambda \varphi b h'^2.$$

Hieraus ergibt sich:

$$6)\ \frac{M}{\sigma_e} = \lambda \varphi b h'^2 = \alpha b h'^2 = W_e,$$

worin W_e das Widerstandsmoment des Eisenquerschnittes, bezogen auf die Nullachse, darstellt; zugleich folgt aus der obigen Gleichung:

$$7)\ h' = \sqrt{\frac{M}{\sigma_e . \lambda \varphi . b}},$$

eine Beziehung, welche zur Auffindung von h' führt, nachdem die Koeffizienten λ und φ ermittelt sind.

Setzt man das Biegungsmoment M für 100 cm Breite in m.t in die obige Gleichung ein, so ist diese in der Form zu schreiben:

$$7')\ h' = \sqrt{\frac{100000}{\sigma_e \lambda \varphi 100}} \sqrt{M} = \sqrt{\frac{1000}{\sigma_e \lambda \varphi}} \sqrt{M}.$$

Den einfachen Gang der Rechnung, welcher allerdings die Annahme des Verhältnisses von $\frac{d}{h'}$ bedingt, möge das nachfolgende Zahlenbeispiel zeigen:

Beispiel. Es sei:

$$d = 0{,}2\ h';\ \sigma_e = 1000\ \text{kg/qcm};\ \sigma_b = 40\ \text{kg/qcm};\ n = 10.$$

Alsdann ist nach Gleichung 5):

$$\frac{x}{h'} = \frac{40}{40 + \frac{1000}{10}} = 0{,}288.$$

Ferner ergibt sich:

$$\frac{d}{x} = \frac{0{,}2\ h'}{0{,}288\ h'} = 0{,}695.$$

$$\lambda = \frac{a}{h'} = 1 - \frac{d}{2h'} \frac{6 - 4\frac{d}{x}}{6 - 3\frac{d}{x}} = 1 - 0{,}1 . \frac{6 - 4 . 0{,}695}{6 - 3 . 0{,}695} = 1 - 0{,}1 . 0{,}836.$$

$$\lambda = 0{,}916.$$

$$\varphi = \frac{d}{h'}\left(1 - \frac{d}{2x}\right)\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = 0{,}2\left(1 - \frac{0{,}695}{2}\right)\frac{40}{1000} = 0{,}0052 = 0{,}52\ \%.$$

Demgemäß ergibt sich die Nutzhöhe h' des Querschnittes zu:

$$h' = \sqrt{\frac{1000}{\sigma_e . \lambda . \varphi}} \sqrt{M} = \sqrt{\frac{1000}{1000 . 0{,}916 . 0{,}0052}} \sqrt{M}; \quad h' = 14{,}5 . \sqrt{M}.$$

Hierin bedeutet also M das Moment für 1 m Plattenbreite in m.t.

Ist die Rippenentfernung gleich b, so ist der Eisenquerschnitt für eine Rippe: $F_e = \varphi b h'$. Ist die Plattenbreite $b > \frac{l}{3}$, so darf den Bestimmungen entsprechend nur $\frac{l}{3}$ als Plattenbreite in die Rechnung eingeführt werden; alsdann ist der erforderliche Eisenquerschnitt: $F_e = \varphi h' \frac{l}{3}$, worin F_e in qcm erscheint, wenn h' in cm und $\frac{l}{3}$ in m eingeführt wird.

Aus dem Widerstandsmomente $W_e = \lambda \varphi b h'^2$ läßt sich auch das Widerstandsmoment für die Druckkante „W_b“ berechnen und zwar aus den Beziehungen:

$$W_b = \alpha_1 b h'^2 \text{ und } \frac{W_b}{We} = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}.$$

Daher ist α_1 durch die Gleichung gegeben:

$$\frac{\alpha_1\,b h'^2}{W_e} = \frac{\alpha_1\,b h'^2}{\lambda\,\varphi\,b h'^2} = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}; \qquad \alpha_1 = \lambda \cdot \varphi \cdot \frac{\sigma_e}{\sigma_b}.$$

In dem obigen Beispiele ist:

$$\alpha_1 = \lambda\,\varphi \cdot \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 0{,}916 \cdot 0{,}0052\,\frac{1000}{40} = 0{,}13;\ \text{also ist}\ W_b = 0{,}13\,b\,h'^2.$$

2. In ähnlicher Weise, wie bei einem einfachen, rechteckigen Querschnitte — vergl. § 14 auf S. 131 —, behandelt Elwitz-Düsseldorf die Querschnittsermittelung von Plattenbalken für den Fall III und bei positivem Momente [1]).

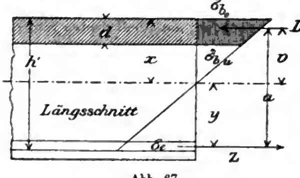


Abb. 67.

Im Anschlusse an Abb. 67 ergibt sich:

1) $\frac{\sigma_e}{\sigma_{bo}} = \gamma = \frac{n\,(h'-x)}{x}$;

hieraus folgt:

2) $x = \frac{n}{n+\gamma}\,h' = \alpha\,h'$, worin $\alpha = \frac{n}{n+\gamma}$.

Ferner folgt aus der Gleichheit der äußeren Kräfte die Beziehung:

3) $D = Z = \frac{M}{a} = \frac{\sigma_{bo} + \sigma_{bu}}{2} \cdot d \cdot b.$

Setzt man $a = h' - x + v$, und hierin wieder:

$$x = \alpha\,h';\ v = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2x-d)},$$

so ergibt sich:

4) $a = h' - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2\alpha h' - d)} = \frac{3\,(2\alpha h' - d)\,.\,(2h' - d) + d^2}{6\,(2\alpha h' - d)}.$

Zwischen σ_{bo} und σ_{bu} besteht die Beziehung:

$$\sigma_{bu} : \sigma_{bo} = x - d : x = (\alpha h' - d) : \alpha h'; \qquad \sigma_{bu} = \sigma_{bo} \cdot \frac{\alpha h' - d}{\alpha h'}.$$

Demgemäß geht Gleichung 3) in die Form über:

3') $\frac{M}{a} = \frac{\sigma_{bo} + \sigma_{bu}}{2}\,d \cdot b = \frac{d \cdot b}{2} \cdot \frac{2\alpha h' - d}{\alpha h'} \cdot \sigma_{bo}.$

Setzt man hierin den vorstehend unter 4) gefundenen „a"-Wert ein, so ergibt sich:

$$\frac{6\,(2\alpha h' - d)\,M}{3\,(2\alpha h' - d)\,.\,(2h' - d) + d^2} = \frac{d\,b}{2} \cdot \frac{2\alpha h' - d}{\alpha h'} \cdot \sigma_{bo}.$$

Hieraus folgt schließlich:

5) $h' = \varepsilon + \sqrt{-\beta + \varepsilon^2}$, worin $\beta = \frac{d^2}{3\alpha}$ und $\varepsilon = \frac{M}{2\,\sigma_{bo}\,d \cdot b} + \frac{d}{4}\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$ ist.

Geht man schließlich von der Beziehung $F_e\,\sigma_e = \frac{M}{a}$ aus, und ersetzt hierin den Wert von a, so folgt:

6) $F_e = \frac{6\,(2\alpha h' - d)\,M}{3\,(2\alpha h' - d)\,(2h' - d) + d^2}.$

---

1) Vergl. die Querschnittsbemessung von Platten und Plattenbalken aus Eisenbeton nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten von Dipl.-Ing. E. Elwitz-Düsseldorf, B. u. E. 1905, Heft I und II, S. 18 und 38.

Die Gleichungen 5) und 6) gestatten — wenn man dessen sicher ist, daß die neutrale Achse unterhalb der Platte zu liegen kommt, die Vorausbestimmung der nutzbaren Plattenhöhe und des Eisenquerschnittes, stehen in dieser Beziehung also den unter 1 gegebenen Beziehungen nahe[1]).

3. Untersuchungen von S. C. Drach-Düsseldorf[2]) beziehen sich im besonderen auf wirtschaftliche Gesichtspunkte, den Materialkosten Rechnung tragend; sie gehen — für ein Verhältnis von a) $x \leqq d$ und b) $x > d$ — von der für alle Querschnittsarten gültigen Beziehung aus:

$$1)\quad x = \frac{h'}{\frac{r}{n} + 1},$$

worin x den Abstand der Neutralachse von der Plattenoberkante, r das Randspannungsverhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$, h' die nutzbare Querschnittshöhe und n den Quotienten $\frac{E_e}{E_b} = 10$ darstellen[3]).

Vereinigt man, zunächst unter der Voraussetzung $x \leqq d$, diese Gleichung mit der Formel:

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e\left(h' - \frac{x}{3}\right)},$$

so ergibt sich:

$$2)\quad h' = \frac{3r + 3n}{3r + 2n} \cdot \frac{M}{\sigma_e F_e} = \alpha \cdot \frac{M}{\sigma_e F_e}.$$

Der Faktor α und ebenso der aus ihm abgeleitete Koeffizient $\frac{\sigma_e}{\alpha} = \varepsilon$ ist für einige Randspannungsverhältnisse nachstehend zusammengestellt:

$r =$	25	30	40
$\alpha =$	1,106	1,09	1,07
$\varepsilon = \frac{1200}{\alpha} =$	1055	1100	1123
$\varepsilon = \frac{1000}{\alpha} =$	906	920	934

---

[1]) An die oben wiedergegebenen Ausführungen schließt Elwitz noch einige recht bemerkenswerte Untersuchungen über die Kosten von Platten und Plattenbalken an. Da ein Eingehen auf diese Frage hier zu weit führen dürfte, sei nur auf die in der vorstehenden Anmerkung mitgeteilte Literaturstelle verwiesen. Es sei hier nur hervorgehoben, daß bei Plattenbalken das Eigengewicht der Rippe gegenüber dem Gewicht von Platten — ständiger — und Nutzlast, eine durchaus untergeordnete Rolle spielt. Da ferner durch die Eiseneinlage im Stege die Kosten im Verhältnisse zum Beton sehr erheblich beeinflußt werden, letzterer also wenig Ausschlag gibt, wird man den Steg zur Kostenersparnis des gesamten Plattenbalkens möglichst hoch halten. Praktisch wird man jedoch diejenige Höhe meist nicht ausführen können, welche einer Mindestkostengröße entspricht, weil sich hierdurch die Wirksamkeit der Platte als Druckzone verringern dürfte, ganz abgesehen davon, daß die Natur der Aufgabe auch in der Regel die Konstruktionshöhe beschränkt. Man wird demgemäß bei möglichster Höhe auf eine gute Ausnutzung der Platte und des Eisens bedacht sein.

[2]) Vergl. hierzu: D. B. Z. 1906, Nr. 14, S. 54 und folg. Beitrag zur Ökonomie der Plattenbalken aus Eisenbeton von Ing. Siegfr. Carl Drach in Düsseldorf.

[3]) Es ist nach dem Hauptgesetze:

$$\frac{x}{h'} = \frac{\sigma_b}{\frac{\sigma_e}{n} + \sigma_b}.$$

Hieraus folgt:

$$x = \frac{h'}{\frac{\sigma_e}{\sigma_b \cdot n} + 1} = \frac{h'}{\frac{r}{n} + 1}.$$

Bedenkt man nun, daß eine gute Materialausnutzung in der Praxis fast stets eine gute Ausnutzung des Eisens erfordert, so läßt sich Gleichung 2) in der Form:

$$2') \quad h' = \frac{M}{\varepsilon F_e}$$

schreiben, weil für einen bestimmten zugelassenen Größtwert von σ_e das Verhältnis $\frac{\sigma_e}{\alpha} = \varepsilon$ für die in der Praxis vorkommenden Randspannungsverhältnisse als annähernd konstant angenommen werden kann. Wie gering und von welcher Unerheblichkeit der hierbei gemachte Fehler ist, möge das in der Anmerkung[1]) gegebene Beispiel zeigen.

Bezeichnet man nun mit p_b den Preis des Betons, mit p_e denjenigen des Eisens auf je ein Querschnitts-qcm und eine Länge von 1 m bezogen, so ergibt sich der Gesamtpreis (P) des veränderlichen Querschnittsteiles zu:

$$3) \quad P = F_e p_e + b_o (h - d) p_b,$$

worin b_o die Rippenbreite, h die Gesamtquerschnittshöhe und d die Stärke der Platte bezeichnen. Vereinigt man mit Gleichung 3) die oben entwickelte Formel 2') so erhält man:

$$3') \quad P = F_e p_e + b_o \left(c + \frac{M}{\varepsilon F_e} - d\right) p_b = b_o (c - d) p_b + p_e F_e + \frac{b_o p_b M}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{F_e}.$$

Unter der Annahme, daß bei dem gerade vorliegenden Endwurfe p_b und p_e als konstant angenommen werden können, stellt Gleichung 3') die Gesamtkostensumme als eine ausschließliche Funktion der Veränderlichen „F_e" dar.

Wir erhalten mithin aus der nach F_e gebildeten ersten und gleich o gesetzten Ableitung die geringste notwendige Eisenmenge in bezug auf die Kosten; es ergibt die Differentiation der obigen Gleichung:

$$4) \quad o = p_e - \frac{b_o p_b M}{\varepsilon} \frac{1}{F_e^2}.$$

$$4') \quad F_e = \sqrt{\frac{p_b}{\varepsilon \cdot p_e}} \cdot \sqrt{b_o M} = C \sqrt{b_o M},$$

worin der erste Wurzelausdruck für eine bestimmte Ausführung als konstant angesehen werden kann. Gleichung 4' bietet einen sehr bequemen Weg zur Ermittelung der im wirtschaftlichen Sinne zweckmäßigen Eiseneinlage. Die Formel setzt nur neben den Zahlen p_b, p_e und ε die Kenntnis des stets gegebenen Momentes und der Rippenbreite b_o voraus; letztere ist zwar anzunehmen, läßt sich jedoch leicht abändern mit Hilfe der Gleichung 4); da sie von der Größe F_e selbst beeinflußt wird, so werden sich beide Größen gegenseitig bedingen und demgemäß Proberechnungen am Platze sein.

Liegt Fall III (b) vor, d. h. ist $x > d$, und wird auch hier im Anschlusse an die mehrfach erwähnten Bestimmungen die Druckzone im Beton nur bis zur Plattenunterkante gerechnet, so geht man wiederum von der allgemeinen Beziehung aus:

$$x = \frac{h'}{\frac{r}{n} + 1} = \frac{h'}{u}.$$

---

[1]) Es sei $M = 350\,000$ kg . cm.

$F_e = 7{,}0$ qcm; alsdann ergibt sich für $\varepsilon = 1085$: $h' = 46{,}1$ cm und für $\varepsilon = 1223$: $h' = 44{,}5$ cm.
desgl. für $\varepsilon = 906$: $h' = 55{,}2$ „
$\varepsilon = 934$: $h' = 53{,}6$ „

d. h. es verändert sich die Höhe nur um wenige cm; es kann mithin für die Praxis für ε ein konstanter Mittelwert, je nach dem Größtwert von σ_e, eingeführt werden.

σ_e folgt hier — wie auf S. 177 (Glchg. 7) bereits ausgeführt — aus der Gleichung:

$$\sigma_e = \frac{M}{F_e(h - c - x + v)},$$

woraus in Verbindung mit der vorstehenden Formel sich die Beziehung ergibt:

$$5)\quad \frac{M}{\sigma_e F_e} = h' - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{12\left(\frac{h'}{u} - \frac{d}{2}\right)}.$$

Da der letzte Summand, wie Anmerkung[1]) erkennen läßt, sehr klein ist, kann derselbe fortgelassen werden, um so mehr, als sich hierbei der Wert von F_e etwas zu groß ergibt.

Demgemäß folgt aus 5):

$$6)\quad h' = \frac{d}{2} + \frac{M}{\sigma_e F_e}.$$

Die Preisgleichung lautet wie vorher:

$$P = F_e p_e + b_o (h - d) p_b$$

und erscheint nach Einführung des Wertes von h' aus Gleichung 6) in der Form:

$$P = F_e p_e + b_o \left(c - \frac{d}{2} + \frac{M}{\sigma_e F_e}\right) p_b = p_b b_o \left(c - \frac{d}{2}\right) + p_e F_e + p_b b_o . \frac{M}{\sigma_e} \frac{1}{F_e}.$$

Hieraus wird — genau wie vorstehend — durch Differentiation nach F_e und Setzen der ersten Abgeleiteten gleich o, die Beziehung $o = p_e - p_b b_o \frac{M}{\sigma_e} \frac{1}{F_e^2}$ und alsdann der im wirtschaftlichen Sinne zweckmäßige Wert von F_e:

$$7)\quad F_e = \sqrt{\frac{p_b}{\sigma_e p_e}} \sqrt{b_o M} = C_1 \sqrt{b_o M} \text{ abgeleitet.}$$

Schließlich wäre noch diejenige Form eines Plattenbalkens zu behandeln, bei welcher ein **zusammenhängendes größeres Walzprofil die Eiseneinlage** bildet und sich somit in beide Trägergurte erstreckt. Soweit hierbei die Lage I und II der Nulllinie in Frage kommt, sei zugleich auf die §§ 16 und 18 verwiesen; die hier gegebenen Berechnungsarten sind ohne weiteres innerhalb der oben genannten Grenzen auch für Plattenbalken anwendbar.

Steht Abb. 68, Fall III, für die Lage der Nulllinie zu erwarten, so kann der folgende Berechnungsweg eingeschlagen werden[2]). Derselbe benutzt bei zur Armierung verwendeten Profileisen die Trägheitsmomente dieser sowie ihre Schwerpunktsabstände entsprechend den betreffenden Profiltabellen. Die Zugspannungen im Beton seien auch hier vernachlässigt. Bezeichnet man mit S_u das statische Moment des gesamten Querschnittes, bezogen auf die untere Kante des Profils u u, so hat dasselbe — siehe Abb. 68 — den folgenden Ausdruck:

$$1)\quad S_u = \int b_1 h_1 db_1 + (n - 1) F_e . p\ ^{3)}.$$

---

[1]) Es sei $h' = 6\,d$; u (für $r = 30) = \frac{30}{10}$; $u + 1 = 4$; alsdann wird:

$$\frac{d^2}{12\left(\frac{h'}{u} - \frac{d}{2}\right)} = \frac{d^2}{12\left(\frac{6\,d}{4} - \frac{d}{2}\right)} = \frac{d}{12},$$

d. h. bei den üblichen Werten von d höchstens = 1 cm, meist aber kleiner als dieser Wert.

[2]) Vergl. Berechnung doppeltbewehrter oder mit Profileisen versehener Betoneisenträger. B. u. E. 1905. Heft XI, S. 272 273 v. E. Elwitz.

[3]) Bei zusammengesetzten Profileisen ist $F_e p = F_{e_1} p_1 + F_{e_2} p_2 + \ldots$

Die Multiplikation des Anteils des Eisens am statischen Moment mit (n — 1) erscheint — der Genauigkeit des Ergebnisses wegen — deshalb notwendig, weil der Beton. querschnitt voll gerechnet wurde.

In gleicher Weise ergibt sich die Querschnittsfläche des Eisenbetonbalkens auf Beton reduziert zu:

2) $F = (n-1)\ F_e + \int b_1 \,.\, dh_1$ [1]).

Aus der Schwerpunktsbedingung folgt nunmehr die Gleichung zur Bestimmung der Lage der neutralen Achse:

3) $\left. S_u - \frac{(h'-x)^2}{2} \right\} b_o' = [F - b_o'(h'-x)](h'-x)$, worin $b_o' = (b_o - \delta)$ ist.

Hieraus ergibt sich nach einer einfachen Umformung zur unmittelbaren Bestimmung von x:

4) $x^2 + 2\left(\frac{F}{b_o'} - h'\right) . x = \frac{2}{b_o'}(F . h' - S_u) - h'^2$ [2]).

Man geht nun genau so weiter, wie es bereits mehrfach gezeigt wurde, bestimmt nach Ermittelung von x das Trägheitsmoment, bezogen auf die Nulllinie und leitet mit dessen Hilfe alsdann unmittelbar die Grenzspannungen aus den Momenten ab. Es ist:

5) $I_n = (n-1)[\Sigma I_e + \Sigma F_e (p - h' + x)^2] + I_b$.

Hierin bedeutet:

ΣI_e das Trägheitsmoment des Eisens, bezogen auf seine eigene Schwerachse, während die zweite Summierung die Veränderung dieses Momentes durch die notwendig gewordene Beziehung desselben auf die Nulllinie berücksichtigt; I_b schließlich ist das auf nn bezogene Trägheitsmoment des gedrückten Betonquerschnittes.

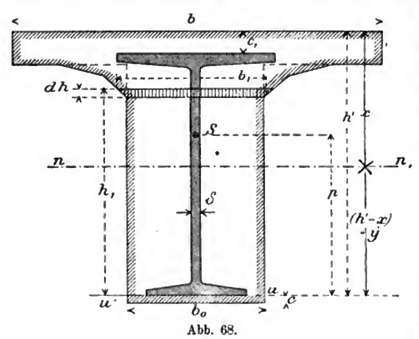


Abb. 68.

Ist I_n gefunden, so erhält man schließlich:

6a) $\sigma_b = \frac{M . x}{I_n}$ und

6b) $\sigma_e = \frac{M . y}{I_n}$.

Hat der Plattenbalken wie in Abb. 68 am Übergange der Rippe zur Platte Verstärkungen, Ausrundungen oder dergleichen, so werden diese zweckmäßig vernachlässigt; es wird also nur die reine T-Form bei der Berechnung berücksichtigt. Da hierdurch die Sicherheit ein wenig vergrößert wird, erscheint diese Annäherung nicht nur erlaubt, sondern auch

[1]) In gleicher Weise, wie oben, tritt bei zusammengesetzten Querschnitten an Stelle von $(n-1) F_e$ der Wert: $(n-1)(F_{e_1} + F_{e_2} + \ldots .)$.

[2]) Für den Sonderfall konstanter Breite tritt b an Stelle von b_o', während ferner für S_u der Wert: $\frac{bh'^2}{2} + (n-1) F_e p$ und für F die Größe: $b . h' + (n-1) F_e$ einzusetzen ist.

empfehlenswert. Daß der Zusammenhang derartiger, mit hohen Profilen armierter Plattenbalken ein besonders guter ist, liegt klar; hier ersetzt der durchgehende Steg die sonst zur Aufnahme der Schubkräfte notwendigen abgebogenen Eisen in so ausgezeichneter Weise, daß ein besonderer Nachweis der Festigkeit der Verbindung gegenüber der Schubwirkung in der Regel überflüssig erscheint.

Den Gang der Rechnung zeigt das nachfolgende Beispiel.

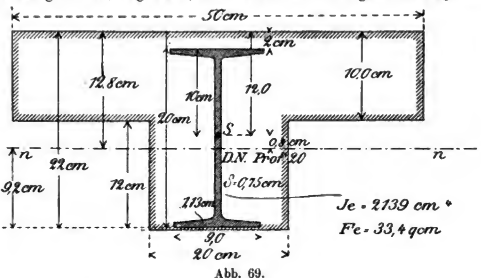


Abb. 69.

Beispiel. Gegeben sei $M = +200000$ kg . cm.

Es ergibt sich im Hinblicke auf Abb. 69:

1) $S_n = \frac{bh'^2}{2} + (n-1) F_e p = \left(50 . 10 . 17 + 20 . \frac{12^2}{2}\right) + 9 . 33{,}4 . 10 =$ rund 12930 cm³.

2) $F = (50 . 10 + 20 . 12) + 9 . 33{,}4 =$ rund 1043 qcm; $b_0' = (b_0 - \delta) = (20 - 0{,}75) = 19{,}25$ cm.

Die Bestimmungsgleichung für x lautet:

3) $x^2 + 2\left(\frac{1043}{19{,}25} - 22\right) x = \frac{2}{19{,}25}(1043 . 22 - 12930) - 22^2.$

Hieraus folgt $x = 12{,}8$ cm; es liegt mithin Fall III vor.

Demgemäß wird:

4) $I_n = 9\,(2139 + 33{,}4 . 0{,}8^2) + \frac{50 . 12{,}8^3 - 30 . 2{,}8^3}{3} =$ rund 54000 cm⁴.

5) $\sigma_b = \frac{M . x}{I_n} = \frac{200000 . 12{,}8}{54000} =$ rund 47,5 kg/qcm.

6) $\sigma_e' = \frac{n . \sigma_b}{x}\, y' = 10 . \frac{47{,}5 . 10{,}8}{12{,}8} =$ rund 40 kg/qcm.

7) $\sigma_e = \frac{n . M . y}{I_n} = \frac{10 . 200000}{54000} . 9{,}2 =$ rund 340 kg/qcm.

Wird bei Plattenbalken, wie den zuletzt behandelten, bei denen also die Eiseneinlage durch einen selbst tragfähigen Träger gebildet wird, letztere herangezogen zum Tragen der Schalung, der etwaigen Rüstungen sowie des noch frischen Betons, so sind naturgemäß die Anfangsspannungen zu berücksichtigen, welche das Eisen durch diese Belastung erfährt. Für die Beanspruchung der Eiseneinlage als Teil des Plattenbalkens infolge der auf letzteren entfallenden Nutzlast darf alsdann nur die Differenz aus der zulässigen Spannung und der berechneten Anfangsspannung gestattet werden.

Beispiel[1]). In einem Plattenbalken möge als Einlage ein I-Normal-Profil Nr. 25 Verwendung finden; an demselben sei die Schalung usw. angehängt, sodaß das Eisen zugleich auch den unabgebundenen Beton zu tragen hat. Das durch diese Eigenlasten hervorgerufene Moment sei $= 225000$ kg . cm; da das Normal-Profil Nr. 25 ein $W_x = 396$ hat, ergibt sich mithin die Anfangszugspannung σ_{az} im Untergurte des Trägers zu:

$$\sigma_{az} = \frac{225000}{396} = 570 \text{ kg/qcm}.$$

[1]) Vergl. D. B. Z. 1905, Nr. 19, S. 76.

Durch die Nutzlast sei ein Moment von 610000 kg.cm bedingt. Das Widerstandmoment des Plattenbalkens sei in bezug auf die Eiseneinlage W = rund 1000 cm³.

Es ergibt sich mithin die Beanspruchung der Eiseneinlage im Plattenbalken durch die Nutzlast zu: $\sigma_e = \frac{610\,000}{1000} = 610$ kg/qcm, sodaß die Gesamtbeanspruchung des ⊥-Eisens m Untergurte sich auf: $\Sigma\sigma = 570 + 610 = 1180$ kg/qcm stellt.

Vernachlässigt man die Anfangsspannung, die nur im Eisen wirkt, so würde sich für eine $\Sigma M = 225\,000 + 610\,000 = 835\,000$ kg.cm eine Gesamtspannung ergeben haben: $\Sigma\sigma = \frac{835\,000}{1000} = 835$ kg/qcm, d. h., erheblich, um mehr als 40%, abweichend!

Wie schon im Anfange dieses Paragraphen erwähnt, treten infolge der verschiedenartigen Beanspruchung der Platte des Rippenbalkens, die bald als (Druck)-Gurt des Trägers wirkt, bald als Platte zwischen den Rippen liegend auf Biegung beansprucht wird, innerhalb der Platte **Nebenspannungen** auf — vergleiche Abb. 70. Hier sind die Hauptspannungen, soweit sie dem Plattenbalken entsprechen, mit σ bezeichnet und ihre Vorzeichen ohne Einklammerung gegeben, während die aus der Biegungsbeanspruchung der Platte herrührenden Spannungen mit σ' bezeichnet und eingeklammert sind. Aus der Darstellung ergibt sich, daß die Richtungen der beiden Spannungen σ und σ' in der Horizontalebene nicht gleich laufen, sondern hierselbst senkrecht aufeinander stehen; und zwar wirken über der Rippe (bei +M) die Hauptspannungen als Druck, die sekundären, senkrecht hierzu gehenden Spannungen als Zug. Die ideelle Hauptspannung (σ_a) wird also hier:

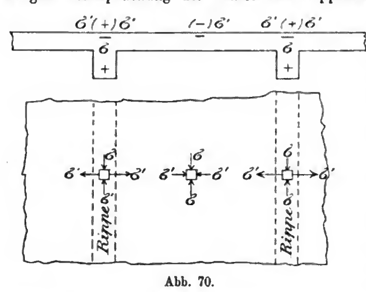


Abb. 70.

$$\sigma_a = \sigma - \frac{1}{m}(-\sigma') = \sigma + \frac{\sigma'}{m},$$

worin $\frac{1}{m}$ die Querdehnungszahl $\left(\text{etwa } \frac{1}{4}\right)$ bezeichnet. In der Plattenmitte treten an der Oberfläche nur Druckspannungen auf; hier wird $\sigma_a = \sigma - \frac{1}{m}\sigma'$ [1]); die ideelle Hauptspannung ist also hier geringer als über der Rippe.

In der Praxis ist es nicht üblich, diese Nebenspannungen zu berücksichtigen, obwohl dies leicht durch eine Herabsetzung der zulässigen Spannung zu erreichen wäre. Würde man z. B., dem Vorschlage von v. Thullio folgend, innerhalb der — auch für

[1]) Die in zwei Richtungen — senkrecht zueinander stehend — wirkenden Druckkräfte heben sich teilweise auf, indem sie auf die Größe der Querdehnung vermindernd einwirken. Das entgegengesetzte tritt ein, wenn — wie über der Rippe Zugkräfte sich mit den Druckkräften zusammensetzen. Vergl. zu diesen Untersuchungen: Nebenspannungen bei Rippenbalken von Seifert in B. u. E. 1905 Heft III S. 66, sowie zur Dimensionierung der rechteckigen und T-förmigen betoneisernen Träger von v. Thullie. B. u. E. 1904 Heft V u. 1905 Heft VII S. 175.

sich armierten — Platte nur die Hälfte der sekundären Spannungen berücksichtigen, so würde die ideelle Spannung σ_a sein:

$$\sigma_a = \sigma + \frac{1}{4}\frac{\sigma'}{2} = \sigma + \frac{1}{8}\sigma',$$

d. h. eine Verringerung der zulässigen Spannung um 12,5 % würde schon eine Berücksichtigung der sekundären Spannungen an der gefährlichsten Stelle — in der Mitte der Rippen — in sich schließen. Da jedoch — wie z. B. aus den Möllerschen Untersuchungen (S 168) sich ergibt, bei der üblichen Berechnungsart für die Beanspruchung des Betons eine recht große Sicherheit gewährt ist, so ist es durchaus erklärlich, daß die Praxis den Nebenspannungen in der Platte keine besondere Bedeutung beilegt.

---

§ 21.

Die Schubspannungen in auf Biegung beanspruchten Eisenbetonquerschnitten und die Mittel zu ihrer Aufnahme.

Schubspannungen werden in einem auf Biegung beanspruchten, einfachen Balken sowohl durch die Einwirkung der Querkraft selbst in den einzelnen Querschnitten, als auch infolge der Differenz der Normalkräfte in den Fasern parallel zur Balkenachse hervorgerufen.

Im ersteren Falle möge für einen beliebig geformten und armierten Querschnitt die Betonquerschnittsfläche F_b, der Gesamteisenquerschnitt F_e, die Größe der parallel zur Querschnittsfläche wirkenden und diese unmittelbar auf Abscherung beanspruchenden Querkraft Q sein; schließlich sei $\frac{E_e}{E_b} = n = 10$ der Rechnung zugrunde gelegt. Nimmt man die, in jedem der beiden Materialien auftretenden Schubkräfte über die betreffenden Querschnittsteile als gleichmäßig verteilt an, so wird das Verhältnis der Schubspannungen auch hier — ähnlich wie beim Drucke — sich nach dem elastischen Verhalten der Materialien richten; es wird demgemäß für die Schubspannung im Beton eine ideelle Betonquerschnittsfläche $= F_b + n F_e$, für die Beanspruchung des Eisens eine solche $= F_e + \frac{1}{n} F_b$ in Frage kommen. Demgemäß werden die Schubspannungen selbst in den Gleichungen:

1) $\tau_b = \frac{Q}{F_b + n F_e}$ und

2) $\tau_e = \frac{Q}{F_e + \frac{F_b}{n}}$

ihren Ausdruck finden; hierin bedeutet τ_b die Schubspannung im Beton, τ_e diejenige im Eisen, während F_b und F_e die betreffenden einfachen Querschnitte darstellen.

Es wird demgemäß das Verhältnis von τ_b und τ_e:

$$\frac{\tau_b}{\tau_e} = \frac{F_e + \frac{F_b}{n}}{F_b + n F_e} = \frac{n\left(F_e + \frac{F_b}{n}\right)}{n(F_b + n F_e)} = \frac{n F_e + F_b}{n(n F_e + F_b)} = \frac{1}{n}, \text{ oder:}$$

3) $\tau_e = n \tau_b = 10 \tau_b$.

Beispiel: Eine 1,50 m weitgestützte Eisenbetonplatte hat für 1 m Breite und auf 1 m Länge d. h. für 1 qm eine Gesamtlast von 1300 kg zu tragen. Die Platte selbst ist 12 cm stark und am Auflager durch in ihrem Untergurte liegende Rundeisen von 1 cm Durchmesser im Abstande von 4 cm armiert; es kommen mithin auf 1 m Plattenbreite 25 derartige Eisen, so daß $F_e = 25 \cdot \frac{1^2}{4} 3{,}14 = 19{,}6$ qcm ist.

Bei der Berechnung von F_b pflegt man die Schwächung der Betonfläche durch die Eisenlagen in der Regel nicht zu berücksichtigen. Es ergibt sich $F_b = 12 \cdot 100 = 1200$ qcm. Die größte Querkraft Q_{max} tritt als Auflagerkraft am Balkenende auf. Sie beträgt

$$\frac{1{,}5 \cdot 1300}{2} = 975 \text{ kg.}$$

Mithin ergeben sich die Schubspannungen zu:

$$\tau_b = \frac{975}{1200 + 10 \cdot 19{,}6} = \frac{975}{1396} = 0{,}7 \text{ kg qcm.}$$

$$\tau_e = \frac{975}{19{,}6 + \frac{1200}{10}} = \frac{975}{139{,}6} = 7 \text{ kg qcm.}$$

Die Beanspruchung ist also eine außerordentlich geringe, wie dies bei einfachen Platten die Regel bildet. Das Verhältnis $\tau_e = 10\ \tau_b$ trifft zu.

Um die für die Zerstörung von Balken in hohem Grade wichtigen **Schubkräfte**[1]) **in der parallel zur Achse gelegenen Faser** zu ermitteln, seien im nachfolgenden die verschiedenen, hierselbst in Frage kommenden Balkenquerschnitte: die doppelt und einfache armierte rechteckige Platte, sowie der Plattenbalken in seiner verschiedenen Ausgestaltung behandelt. Bei den einzelnen Querschnittsformen wird zunächst die Anordnung mit doppelten Einlagen besprochen, da aus den für diese ermittelten Beziehungen leicht die Ergebnisse für eine einfache Armierung abgeleitet werden können.

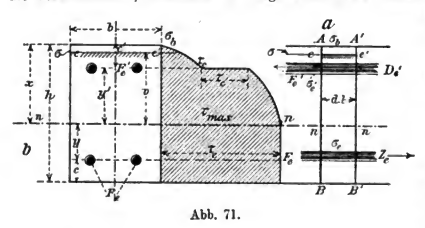


Abb. 71.

a) Die doppelt armierte Platte.

Im doppelt armierten Plattenquerschnitte — Abb. 71 — seien A B und A′B′ zwei um den Abstand dl voneinander entfernt liegende Nachbarquerschnitte. Aus der Beziehung, daß bei einem Gleichgewichtszustande die in der beliebigen Betonfaser e e′ des obersten Querschnittsteiles auftretenden Schubkräfte gleich der Differenz der Normalkräfte in den beiden Nachbarquerschnitten sein müssen, folgt die Gleichung:

$$1)\ \tau_b \cdot b \cdot dl = \text{Größe der Schubkraft} = \int_v^x (b \cdot dv)\, d\sigma = \text{der Differenz der Normalkräfte.}$$

Nun ist gemäß Gleichung 8″) auf S. 125 $\sigma_b = \frac{M \cdot x}{I_n}$, und mithin:

[1]) Wird ein Balken ausreichend sicher in seinem Gurte armiert, sonst aber nicht (gegen die Schubkräfte) verstärkt, so wird sein Bruch in der Regel nicht durch Bildung von Rissen oder Materialzerdrückungen in dem Gurte, sondern durch wagrecht oder schräg gerichtete Risse bedingt, welche als Wirkung der Schubkraft nahe dem Auflager und in der Gegend der neutralen Faser sich ausbilden. Es ist demgemäß die Berücksichtigung der Schubkraft von hoher Wichtigkeit für die statische Berechnung und entsprechende Verstärkung des Trägers.

$\frac{d\sigma_b}{dl} = \frac{dM}{dl} \cdot \frac{x}{I_n} = Q \cdot \frac{x}{I_n}$, worin Q die, den Querschnitt beanspruchende, Querkraft darstellt; ferner folgt aus Abb. 71:

$\frac{d\sigma}{d\sigma_b} = \frac{v}{x}$, vorausgesetzt, daß die Querschnitte eben bleiben[1]), und hieraus weiter:

$$d\sigma = \frac{v}{x} d\sigma_b = \frac{v}{x} \frac{Q \cdot x}{I_n} dl.$$

Setzt man diesen Wert in die obige Gleichung 1) ein, so erhält man:

$$2)\quad \tau_b \cdot b \cdot dl = \int_v^x b \cdot dv \cdot v \frac{Q}{I_n} dl;$$

$$2')\quad \tau_b \cdot b = \frac{b \cdot Q}{2 I_n} (x^2 - v^2).$$

In letzterer Gleichung stellt der Ausdruck $\frac{b(x^2 - v^2)}{2}$ nichts anderes vor, als das statische Moment des durch den Schnitt ee' abgetrennten oberen Querschnittsteiles bezogen auf die Nullachse nn:

$$S_n = \frac{b \cdot (x^2 - v^2)}{2}.$$

Man hat also auch hier — wie zu erwarten steht — die bei homogenen Querschnitten für die Schubspannung gültige Gleichungsform:

$$\tau_b \cdot b = \frac{Q \cdot S_n}{I_n}.$$

Es ist ersichtlich, daß τ_b seinen Größtwert für $v = 0$ erhält:

$$3)\quad b \cdot \tau_{b\,max} = \frac{Q}{I_n} \cdot \frac{1}{2} x^2 \cdot b.$$

Bei der Eiseneinlage F_e' vergrößert sich τ_b plötzlich um einen konstanten Wert, der sich wiederum aus dem Unterschiede der hierselbst im Eisen auftretenden Druckkräfte $= dD_e'$ ergibt; man erhält:

$$4)\quad b \cdot \tau_e' dl = dD_e',$$

worin D_e' den Druck in der oberen Eiseneinlage F'_e darstellt; für σ_e' ist durch Gl. 10 auf S. 154 der Wert gefunden:

$$\sigma_e' = \frac{n \cdot M \cdot y'}{I_n};$$

hieraus folgt:

$$D_e' = \sigma_e' F_e' = \frac{n \cdot M \cdot y' \cdot F_e'}{I_n}$$

[1]) Die Entstehung von Schubspannungen überhaupt schließt eigentlich ein Ebenbleiben der Querschnitte aus; es soll jedoch, gleich wie bei homogenen Querschnitten, auch hier mit letzterer Annahme gerechnet werden. Würde man die elastischen Verschiebungen der Haftflächen zugleich berücksichtigen, so wären innerhalb bestimmter Strecken Adhäsionskräfte und infolge dieser Schubspannungen im Beton auch im Falle konstanter Momente und Querkräfte nachzuweisen. Wird hiervon — was sich mit Rücksicht auf eine praktische Ausgestaltung der Berechnung und wegen der unerheblichen Wirkung der Haftflächenverschiebung auf die Schubkraft empfiehlt —, abgesehen, so sind die Schubspannungen allein durch die Differenz der Normalspannungen benachbarter Querschnitte — wie oben ausgeführt wurde — entstanden zu denken; vergl. hierzu u. a. die Ausführungen von Dr. Saliger — Kassel, in B. u. E. 1904, Heft III u. V.

und weiter:

$$\frac{d D_e'}{d l} = \frac{d M}{d l} \frac{n \cdot y'}{I_n} F_e' = \frac{Q n y' F_e'}{I_n}.$$

Wird dieser Wert schließlich in Gleichung 4) eingesetzt, so ergibt sich:

$$5)\ b \cdot \tau_e' = \frac{Q \cdot n}{I_n} y' F_e' = \frac{Q \cdot S_n}{I_n},$$

worin $S_n = n F_e' y'$ wiederum das statische Moment des in Beton umgerechneten Eisenquerschnittes F_e' in bezug auf die neutrale Achse darstellt. Mithin ergibt sich die gesamte Schubspannung in dieser Achse nn:

$$6)\ \tau_{max} = \tau_{b\,max} + \tau_e' = \frac{Q}{I_n \cdot b}\left(\frac{1}{2} x^2 b + n y' F_e'\right).$$

In der nunmehr folgenden Zone ist die Zugkraft des Betons, da dieser nicht zu statischer Arbeit herangezogen werden soll, nicht zu berücksichtigen; es verändert sich demgemäß der Wert von τ_{max} bis zur F_e-Faser nicht. Hier tritt eine Schubspannung — entsprechend der vorstehend gegebenen Entwickelung auf, von:

$$7)\ \tau_e = \frac{Q \cdot n \cdot y}{b \cdot I_n} \cdot F_e = \tau_{max}.$$

Dieselbe ist genau so groß, wie der Wert von τ_{max}.

Der Beweis für die Richtigkeit dieser Behauptung sei indirekt geführt:
Die Beziehung:

$$\tau_e = \tau_{max} = \frac{Q n y}{b I_n} \cdot F_e = \frac{Q}{b I_n}\left(\frac{1}{2} x^2 b + n y' F_e\right) \text{ bedingt}$$

die Gleichung:

$$n y F_e = \frac{1}{2} x^2 b + n y' F_e'.$$

Diese ist richtig und aus der Gleichheit der äußeren Kräfte bei der doppelt armierten Platte auf Seite 153 (Glchg. 3) abgeleitet.

Hiermit ist der gesamte Verlauf der Schubkraftskurve in Abb. 71 gegeben. Das Maximum der Schubkraft zeigt sich in der neutralen Achse.

b) Der nur in der Zugzone armierte Plattenquerschnitt.

In den voranstehend entwickelten Beziehungen ist alsdann der Wert von $F'_e = 0$ zu setzen. Es ergibt sich demgemäß der Wert von τ_{max} zu:

$$6')\ \tau_{max} = \frac{Q x^2}{2 I_n} = \frac{Q \cdot x^2 \cdot \sigma_b}{2 \cdot M \cdot x}.\text{[1]}$$

Da nun ferner:

$M = D \cdot a = b \cdot \frac{\sigma_b x}{2} \cdot a$ ist, so geht die Gleichung 6' über in die Form:

$$6'')\ \tau_{max} = \frac{Q \cdot x^2 \cdot \sigma_b}{2 b \cdot \frac{\sigma_b x^2}{2} \cdot a} = \frac{Q}{b \cdot a} \text{ oder:}$$

$$6''')\ \tau_{max} = \frac{Q}{b\left(h - \frac{x}{3} - c\right)} = \frac{3 Q}{b(3 h - 3 c - x)} = \frac{Q}{b\left(h' - \frac{x}{3}\right)}.$$

Dieser Wert tritt in der neutralen Achse auf und ergibt sich auch für die Eiseneinlage.

[1] Aus der Beziehung: $M = \frac{\sigma_b}{x} \cdot I_n$, folgt $I_n = \frac{M \cdot x}{\sigma_b}$, welcher Wert in der obigen Gleichung eingesetzt wurde.

Hierselbst ist:

$$b \,.\, \tau_0 \,.\, dl = Z;\; Z = \frac{M}{a};$$

$$\frac{dZ}{dl} = \frac{dM}{dl}\frac{1}{a} = \frac{Q}{a};\; b\,\tau_0 = \frac{Q}{a};$$

$$\tau_0 = \frac{Q}{b\,.\,a} = \frac{Q\,^{1)}}{b\left(h - \frac{x}{3} - c\right)} = \tau_{max}.$$

Das gleiche Ergebnis kann auch nach Koenen[2]) dadurch gewonnen werden, daß man für die Einheit der Länge am Auflager die Beziehung aufstellt:

$D \,.\, a = A \,.\, 1{,}00$, worin A den Auflagerdruck $= Q_{max}$ darstellt; setzt man hierin: $a = h' - \frac{x}{3}$, $A = Q$, so ergibt sich bei einer Trägerbreite $= b$ und aus der Beziehung:

$D = \tau_{max} \,.\, b \,.\, 1{,}00$ unmittelbar:

$$D = \frac{Q\,.\,1}{a} = \frac{Q}{\left(h' - \frac{x}{3}\right)} = \tau_{max} \,.\, b \,.\, 1{,}00:$$

$$\tau_{max} = \frac{Q}{\left(h' - \frac{x}{3}\right) . \, b}$$ wie oben entwickelt[3]).

Der aus den vorstehenden Gleichungen abzuleitende Wert $= \tau_{max}\, b$ **stellt zugleich die Summe der am Umfange der Eiseneinlagen wirksamen Haftspannungen dar.** Für diese ist auf S. 73 die Beziehung entwickelt worden:

$$\tau_h = \frac{Q}{\left(h' - \frac{x}{3}\right) . \, U},$$ worin U die Umfangsfläche des Eisens auf die in Frage gezogene Breite und Länge darstellt; setzt man hierin den aus Gleichung 6‴ zu entnehmenden Wert von $\frac{Q}{\left(h' - \frac{x}{3}\right)}$ ein, so ergibt sich unmittelbar:

8) $\tau_h = \frac{b \,.\, \tau_{max}}{U}$[4]),

---

1) Th. Landsberg setzt $b = 1$ und gelangt somit zu der Gleichung: $\tau_{max} = \frac{Q}{a}$; alsdann ist naturgemäß auch die Belastung und demgemäß Q für die Einheitsbreite $= 1$ cm zu berechnen. Ist z. B. $p = 0{,}1$, $g = 0{,}03$ kg qcm und demgemäß $q = 0{,}13$ kg qcm, so ist bei einer freien Spannweite der Platte $= 150$ cm: $Q = \frac{150 \,.\, 0{,}13}{2} = 9{,}75$ kg. Ist $a = 10{,}17$ cm, so wird mithin $\tau_{max} = \frac{9{,}75}{10{,}7} = 0{,}91$ kg qcm.

2) Vergl. die Broschüre von M. Koenen: Grundzüge für die statische Berechnung der Beton- und Eisenbetonbauten. Berlin 1906, III. Aufl., S. 18.

3) Diese Gleichung kann noch erheblich vereinfacht werden, wenn man für a einen Annäherungswert $= \frac{2}{3} h'$ einführt. Aldann erhält man:

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{A}{bh'} = \frac{3}{2}\frac{Q}{bh'},$$ und

kommt somit auf eine sowohl von Koenen als auch von Sanders-Amsterdam empfohlene, recht einfache Gleichung, die von Sanders in der Form: $\tau_{max} = 1{,}5\,\frac{Q}{F}$ gegeben wird (vergl. B. u. E. 1903, Heft III, S. 204). In diesen Untersuchungen, weist Sanders nach, daß durch den Einfluß des Eisens die Maximal-Schubkräfte bei Platten nur um höchstens 14% bei praktisch üblichen Verhältnissen verkleinert werden und folgert hieraus, daß verwickelte Berechnungen zur Bestimmung der Schubspannungen bei Platten für die Praxis wenig empfehlenswert erscheinen.

4) Diese Gleichung, sowie Gleichung 6‴ sind auch in den „Verbandsleitsätzen“ enthalten.

so daß man in der Lage ist, aus der Summe der Schubkraft auch auf die Haftspannungen zu schließen.

Bemerkt sei noch, daß es sich bei einfachen, rechteckigen dünnen Platten — nicht bei Balken — wegen der Kleinheit der hier auftretenden Schubkräfte in der Regel nicht empfiehlt, die Schubspannungen rechnerisch zu bestimmen[1]). Wenn auch hier, konstruktiv, senkrechte Verstärkungen in Form von Bügeln oder dergleichen eingelegt werden, so sollen diese in erster Linie eine gute Verbindung von Obergurt und Untergurt der Platte bewirken, und, im besonderen bei lagenweiser Herstellung dieser, die Einheitlichkeit der Platte sicher stellen. Derartige besondere Einlagen oder — besser — an ihrer Stelle schräg geführte Hauptstäbe werden erst alsdann erforderlich, wenn die Schubspannungen im Beton die als zulässig bezeichnete Größe (vergl. § 5) überschreiten; alsdann haben die vorgenannten Verstärkungen des Verbundkörpers die Aufgabe, einen Teil der Schubkräfte in der Art aufzunehmen, daß der Beton von ihnen nur in der zulässigen Höhe beansprucht wird. In welcher Weise hierbei die Rechnung auszuführen ist, wird weiter unten bei der Schubverstärkung der Plattenbalken behandelt werden.

Ist eine Platte auf allen vier Seiten gelagert, so empfiehlt es sich, ihre Schubspannungen nach den voranstehenden Gleichungen zwar zu berechnen, jedoch die Querkraft im Anschlusse an die Ausführungen im § 19 unter I entsprechend umzurechnen, sie also bei einer gleichmäßigen Belastung durch die Werte:

$$Q_1 = \frac{1}{2}\frac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4} q l_1 \text{ bezw.}$$

$$Q_2 = \frac{1}{2}\frac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4} q l_2$$

zu ersetzen. Ist die Platte quadratisch, so wird: $Q_1 = Q_2 = \frac{1}{4} q l.$

c) Der doppelt und einfach armierte Plattenbalken — Abb. 72.

Liegt der Fall I oder II vor — vergl. S. 169 —, schneidet also die Nulllinie die Platte oder fällt sie mit deren Unterkante zusammen, so bleiben die unter a ermittelten Gleichungen durchaus bestehen. Da hierselbst die Schubspannungen in der breiten Platte erheblich geringer sind als in der schwachen Rippe, so genügt es, die letztere zu berücksichtigen. Man hat also mit Gleichung 7) auf S. 192

$$\tau_{max} = \frac{Q}{I_n b_0} n y F_e$$

zu rechnen; hierin bedeutet I_n das Trägheitsmoment des Querschnittes bezogen auf die neutrale Achse:

$$I_n = \frac{1}{3} x^3 b + n(F_e' y'^2 + F_e y^2).$$

Liegt im Fall III die Nulllinie unterhalb der Platte, so tritt eine Änderung nur insofern ein, als in der obigen Gleichung der Wert von I_n durch den Wert

$$I_{n\,III} = \frac{1}{3} x^3 b - \frac{1}{3}(x - d)^3 (b - b_0) + n(F_e' y'^2 + F_e y^2)$$

zu ersetzen ist.

Handelt es sich — Abb. 72 — um die Schubfestigkeit in der senkrechten Fuge zwischen Rippe und Platte, so erscheint die Druckkraft „D'" in den beiden schraffierten

[1]) Vergl. u. a.: Z. u. B. 1906, S. 185, Aufsatz v. Ramisch.

Flächenteilen wirkend, als äußere Kraft, welche sich bemüht, die Platte in den Fugen abzuscheren. Da somit die obere Einlage nicht in Wirkung tritt, sind die Gleichungen

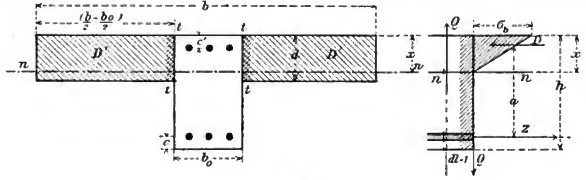


Abb. 72.

für eine einfache Eiseneinlage anzuwenden. Bezeichnet D die Druckkraft im ganzen Plattenquerschnitt, so ist:

$$D' = D \cdot \frac{b - b_o}{b};$$

sowie:

$$2 \cdot \tau_b \cdot d = D' = D \frac{b - b_o}{b};$$

D folgt aus der Beziehung:

$$D \cdot a = Q \cdot dl = Q \cdot 1;$$

$$D = \frac{Q}{a}.$$

Mithin wird:

$$9)\quad 2 \tau_b d = \frac{Q \cdot (b - b_o)}{a \cdot b} = \frac{Q (b - b_o)}{\left(h' - \frac{x}{3}\right) \cdot b}.$$

Ist das Moment negativ, also der Rippenbalken gewissermaßen umgekehrt zu betrachten — Abb. 73 —, d. h. die Platte als Zuggurt wirksam, so gelten für die Lage der Nulllinie in Fall I und II die unter a) entwickelten Regeln für den einfachen, doppelt armierten Plattenquerschnitt. Es ist also auch hier nach der Gleichung:

$$\tau_{max} = \frac{Q}{I_n b_o} n y F_e$$

zu rechnen, worin:

$$I_n = \frac{1}{3} x^3 b_o + n (F_e' y'^2 + F_e y^2) \text{ ist.}$$

Abb. 73.

Schneidet hingegen — Fall III — die neutrale Achse die Platte, so gilt die Formel:

$$\tau = \frac{Q}{I_n b} n y F_e; \quad I_{n\,III} = \frac{1}{3} x^3 b_o + \frac{1}{3} (x - d_o)^3 (b - b_o) + n (F_e' y'^2 + F_e y^2);$$

alsdann wird allerdings der Größtwert der Schubspannung nicht mehr in der neutralen Faser erzeugt, sondern in der wagerechten Fuge am Anschlusse von Platte und Rippe:

$$\tau_b = \frac{Q}{2\,I_n}(x^2 - d_o^2);\ \tau_e = \frac{Q \,.\, n\, y' F_e'}{I_n\, b_o};$$

mithin wird:

$$\tau_{max} = \tau_b + \tau_e = \frac{Q}{I_n\, b_o}\left[\frac{1}{2}(x^2 - d_o^2)\,.\, b_o + n\, y' F_e'.\right]$$

Der Fall der einfachen Armierung der Plattenbalken ist, wie schon in § 20 hervorgehoben, praktisch von geringerer Bedeutung. In der Regel werden bei den mehr oder weniger fest eingespannten Balken am Auflager, desgleichen bei deren Übergange über mehrere Stützen in der Nähe der letzteren, fast stets doppelte Armierungen Platz greifen, also an der Stelle, woselbst es sich gerade um die Berücksichtigung von Schubspannungen handelt. Im übrigen lassen sich auch die vorstehend entwickelten, allgemeinen Gleichungen für eine einseitige Armierung verwenden, wenn in ihnen der Wert von $F_e' = 0$ gesetzt wird.

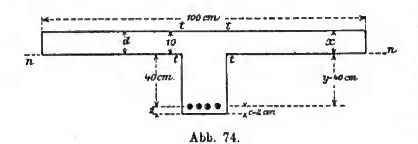


Abb. 74.

Die Anwendung der Gleichungen möge ein einfaches Zahlenbeispiel zeigen:

Beispiel: Bei dem in Beispiel 2 auf Seite 173 behandelten Plattenbalken, Abb. 74, sollen die auftretenden Schub- und Haftspannungen ermittelt werden.

Die gänzliche Belastung des 8,00 m weit gestützten, 1,0 m breiten, mit $F_e = 12{,}5$ qcm einfach armierten Plattenbalkens beträgt 600 kg/qm. Mithin wird $A = Q_{max} = \frac{ql}{2} = \frac{600 \,.\, 8}{2} = 2400$ kg; x war zu 10 cm, d. i. mit der Plattenunterkante zusammenfallend, festgesetzt.

Es ergibt sich a) die Schubspannung im senkrechten Betonquerschnitte tt.

$$2\tau_b d = \frac{Q\,.\,(b - b_o)}{b\left(h' - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2400\,.\,75}{100\left(50 - \frac{10}{3}\right)};\quad \tau_b = 1{,}93 \text{ kg qcm}.$$

b) in der neutralen Achse, d. i. im vorliegenden Falle am Anschlusse von Rippe und Platte:

$$\tau_{max} = \frac{Q}{I_n\,.\,b_o}\, n\, y\, F_e:$$

$$I_n = \frac{1}{3}x^3 b + n F_e y^2 = \frac{1}{3}10^3\,.\,100 + 10\,.\,12{,}5\; 40^2 = 233\,333 \text{ cm}^4.$$

$$\tau_{max} = \frac{2400}{233\,333\,.\,25}\,.\,10\,.\,40\,.\,12{,}5 = 2{,}06 \text{ kg qcm}\ [1]).$$

c) Die Haftspannungen der Eiseneinlagen:

Der Träger ist mit 4 bis zum Auflager durchgeführten und dort durch Umbiegen festgelegten Rundeisen von je 2 cm Duchmesser armiert; es wird mithin der Umfang derselben auf eine Längeneinheit = U:

U = 4 . 2,0 . 3,14 und somit ergibt sich für τ_h:

$$\tau_h = \frac{Q\,.\,n\,.\,y\,.\,F_e}{I_n\,.\,U} = \frac{2400\,.\,10\,.\,40\,.\,12{,}5}{233\,333\,.\,4\,.\,2\,.\,3{,}14} = \text{rund } 2{,}0 \text{ kg/qcm}.$$

Die etwas umständliche Gleichungsform ist hier nur gewählt, weil I_n vorstehend berechnet war. In einfacherer Weise ergibt sich der gleiche Wert von τ_h aus den Beziehungen:

---

[1]) Genau das gleiche Ergebnis liefert naturgemäß auch die Gleichung:

$$\tau_{max} = \frac{Q}{b_o\left(h' - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2400}{25\left(50 - \frac{10}{3}\right)} = 2{,}06 \text{ kg qcm}.$$

$$\tau_h = \frac{b \cdot \tau_{max}}{U} = \frac{25 \cdot 2{,}06}{4 \cdot 2 \cdot 3{,}14} = \text{rund } 2{,}0 \text{ kg qcm und:}$$

$$\tau_h = \frac{Q}{\left(h' - \frac{x}{3}\right) \cdot U} = \frac{2400}{\left(50 - \frac{10}{3}\right) \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3{,}14} = \text{rund } 2{,}0 \text{ kg qcm.}$$

Gleich wie bei der Berechnung der Biegungsspannung bei Plattenbalken, sind auch für die Ermittelung der Schubbeanspruchung für Fall III (bei positivem Momente), also Lage der neutralen Achse unterhalb der Platte, Annäherungsmethoden in der Praxis eingeführt.

Die in erster Linie bevorzugte, auch in den preußischen Hochbaubestimmungen und den Verbandsleitsätzen gegebene, annähernde Berechnungsart, gründet sich — gleich wie bei der Ermittelung der Biegungsspannungen — auch hier auf eine Vernachlässigung der wenig erheblichen Betondruckfläche zwischen der Nulllinie und der Plattenunterkante. Es kann alsdann der Faktor a in der Gleichung:

$$\tau_{max} = \frac{Q}{a\,b} = \frac{Q}{\left(h' - \frac{x}{3}\right) \cdot b}$$

durch die Größe:

$$(h' - x + v)$$

— vergl. Abb. 62 auf S. 176 — wie bei der Ermittelung der Biegungskräfte ersetzt werden; desgl. tritt für b, da es sich um die Schubspannung in der Rippe handelt, b_0 ein, so daß die Gleichung nunmehr lautet:

$$10)\quad \tau_{max} = \frac{Q}{b_0 \cdot (h' - x + v)}.$$

Weniger empfehlenswert ist die angenäherte Annahme, daß x mit der Plattenstärke zusammenfällt, und demgemäß „a" durch den Wert: $\left(h' - \frac{d}{3}\right)$ ersetzt werden kann, τ_{max} mithin in der Form:

$$\tau_{max} = \frac{Q}{b_0 \left(h - \frac{d}{3}\right)} \text{ erscheint.}$$

Jedoch eignet sich diese Beziehung immerhin zu überschläglichen Versuchsrechnungen [1]).

Überschreitet die im Beton der Rippen auftretende Schubspannung τ_{max} ihr zulässiges Maß, das z. B. durch die beiden vorgenannten Bestimmungen zu **4,5 kg/qcm** festgestellt ist[2]), so ist die über die übliche Größe hinausgehende Differenz der Schubspannungen durch besondere Eiseneinlagen aufzunehmen. Den Punkt im Trägerlängsschnitte, von dem an solche Schubeinlagen notwendig werden, findet man auf die folgende Weise:

---

[1]) Auch die Annäherungsgleichung: $\tau \leqq \frac{3}{2}\frac{Q}{b_0 h'}$ wird hier empfohlen, vergl. den Aufsatz von Weiske in B. u. E. 1904, Heft I und II; zugleich ist hierselbst darauf hingewiesen, daß die Beziehung $A = \frac{2}{3}\tau_{max} \cdot b_0 h'$ bei gleichbleibendem Rippenquerschnitte den größten zulässigen Auflagerdruck darstellt, wenn man ohne Schubarmierung konstruieren will. Wird τ_{max} zu 4,5 kg qcm angenommen, so ergibt sich

$$A = \frac{2}{3} b_0 h' \, 4{,}5 = 3\, b_0 h' \text{ in kg.}$$

Beispiel: $h' = 45$, $b_0 = 38$; $A_{max} = 3 \cdot 38 \cdot 45 = 5130$ kg.

[2]) Vergl. hierzu auch die Vorkehrungen zur Aufnahme der durch die Schubspannungen bedingten schiefen Hauptspannungen auf S. 199.



Die Rechnung möge aus der Gleichung:

$\tau_{max} = \frac{Q}{b_o (h' - x + v)}$ einen Wert bestimmt haben $> \tau_z = \tau_b + \tau_r$, worin der Index z den zulässigen Wert der Haftspannung angibt, während τ_r den auf die Sonderarmierung entfallenden Teil von τ_{max} darstellt. Dem Werte τ_z entspricht eine Querkraft Q_1 die — bei gleichmäßiger Belastung des Trägers mit q/lfm. — aus der Bezeichnung zu entnehmen ist:

$$\frac{Q}{\tau_{max}} = \frac{Q_1}{\tau_z}; \; Q_1 = \frac{Q}{\tau_{max}} \tau \, .$$

Hieraus folgt dann weiter die Lage des Querschnittes, in dem Q_1 auftritt bezw. der Abstand dieses Querschnittes vom Auflagerpunkte $= \xi$ zu:

$$\xi = \frac{Q - Q_1}{q}.$$

Die Aufnahme der Restschubspannung „τ_r" durch die Konstruktion wird weiter unten behandelt.

Beispiel: Ein Plattenbalken sei mit rund 1300 kg lfm. belastet; seine Stützweite betrage 9,6 m, die Stärke der Platte sei zu 10 cm, die nutzbare Konstruktionshöhe zu 56 cm bemessen. Die Platte zeige 150, die Rippe 25 cm Breite. Gefunden sei ferner: x = 16,88 cm, v = 12,58 cm.

Für $Q_{max} = A$ ergibt sich:

$$Q_{max} = Q = \frac{9{,}6 \,.\, 1300}{2} = 6240 \text{ kg}.$$

Hieraus folgt:

$$\tau_{max} = \frac{6240}{25\,(56 - 16{,}88 + 12{,}58)} = \text{rund } 5 \text{ kg/qcm}.$$

Wird als zulässiger Höchstwert der Schubspannung 4,5 kg qcm bestimmt, so ist $\tau_r = 0{,}5$ kg/qcm und ferner:

$$Q_1 = \frac{Q \,.\, 4{,}5}{5{,}0} = \frac{6240 \,.\, 4{,}5}{5{,}0} = \text{rd. } 5610 \text{ kg}.$$

Hieraus folgt ξ:

$$\xi = \frac{Q - Q_1}{q} = \frac{6240 - 5610}{1300} = \text{rund } 0{,}50 \text{ m}$$

Auf das letzte halbe Meter am Auflager müssen mithin besondere Vorkehrungen zur Aufnahme der Schubspannung τ_r getroffen werden.

Besteht die Eiseneinlage aus 4 Rundeisen von je 2,2 cm Durchmesser, so ergibt sich:

$$\tau_h = \frac{b_o \,.\, \tau_{max}}{U} = \frac{25 \,.\, 5}{4 \,.\, 2{,}2\; 3{,}14} = 4{,}5 \text{ kg/qcm};$$

die Haftspannung verbleibt mithin innerhalb der erlaubten Grenze.

Um die, über das — für Beton — zulässige Maß hinausgehenden Schubkräfte aufzunehmen, sind in der Praxis im besonderen zwei Mittel eingeführt und zwar einerseits das schräge Aufwärtsbiegen von Haupteinlagestäben, andererseits die Anordnung von senkrechten oder schräg geneigten Flach- oder Rundeisenbügeln; es sei jedoch von vorne herein hervorgehoben, daß durch neueste Versuche von Mörsch[1])

[1]) Vergl. hierzu: E. Mörsch, Versuche über die Schubwirkung bei Eisenbetonträgern, Vortrag, gehalten in der X. Hauptversammlung des Deutschen Beton-Vereins 1907; veröffentlicht in D. B. 1907, Nr. 30, S. 207, Nr. 32, S. 223 und Nr. 35, S. 241. Zur Untersuchung herangezogen wurden 12 Probebalken, deren jeder aus zwei nebeneinander liegenden, eine einheitliche Konstruktion bildenden Rippenbalken bestand. Ein Teil dieser wurde durch eine gleichmäßig verteilte Belastung, ein anderer Teil durch symmetrisch gelegene konzentrierte Lasten, der Rest durch eine Einzellast in Trägermitte bis zum Bruche beansprucht.

Die Querschnitte, im besonderen die Armierungsart und -Größe, waren verschieden, jedoch stets so gewählt, daß entweder eine Überwindung der Schub- oder der Haftfestigkeit zum Bruchstadium führen mußte. Das Alter der Balken betrug 3 Monate, der Beton war aus 1 Portl.-Zement + 4,5 Rheinkiessand gemischt. Wegen weiterer Einzelheiten der Versuchskörper, der Versuchsdurchführung und der Ergebnisse vergl. die oben genannte Literaturstelle.

erwiesen sein dürfte, daß ein Abbiegen von Haupteinlagen in weit höherem Maße geeignet ist, den Schubkräften entgegenzuwirken, als die Einschaltung von Bügeln; im besonderen nehmen auch — wie die Mörschschen Untersuchungen deutlich zeigen — die abgebogenen Eisen die mit den Schubspannungen aufs engste zusammenhängenden **schiefen Hauptspannungen** auf.

Da Schubspannungen immer paarweise auftreten, entsprechen den wagerechten Spannungen gleich große senkrechte. Setzt man voraus, daß Normalspannungen in

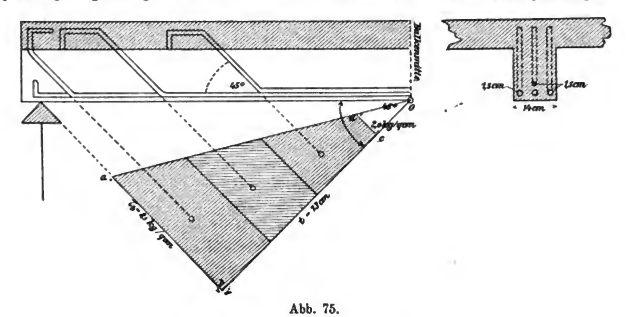


Abb. 75.

lotrechter Richtung, d. h. senkrecht zu den Balkenfasern ausgeschlossen seien, so ergeben sich die Hauptspannungen aus den Grundgleichungen:

$$\sigma_I = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}; \quad \sigma_{II} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2},$$

woraus sich unter Einführung von $\sigma = 0$ ergibt:

$$\sigma_I = +\tau; \quad \sigma_{II} = -\tau;$$

d. h. die unter 45° gegen die Wagerechte geneigten Betonflächenelemente sind in de einen Richtung gezogen, in der anderen gedrückt [1]). Während die Druckspannungen ohne Frage vom Beton selbst aufgenommen werden, müssen die Zugspannungen von unter 45° zur Wagerechten abgebogene, die Zugquerschnitte der schrägen Elemente also unter 90° schneidende und der Summe der schrägen Hauptspannungen parallele Einlagen aufgenommen werden. Für diese wird man — in verhältnismäßig seltenen Fällen — besondere Eisen einfügen müssen; meist wird es ausreichen, je nachdem die Biegungsspannungen, also die Größen der Biegungsmomente es zulassen, von den im Untergurte liegenden Eiseneinlagen einen Teil nach dem Obergurte abzubiegen und hier zu verankern. Da in den schrägen Elementen — wie oben gezeigt — die Schubspannung gleich der Zug- (Normal-) Spannung ist und für letztere das zulässige Höchstmaß zu etwa 2,0 kg/qcm angenommen zu werden pflegt, so wird man die notwendige Querschnittsfläche der abzubiegenden Eisen aus diesem Grenzwert und der an den Auflagern auftretenden größten Schubspannung bestimmen können. Nimmt man an, daß von der Balkenmitte aus, in der die Schubspannung einen Nullwert besitzen möge, die Vergrößerung bis zum Auflager proportional der Querschnittsentfernungen d.,h. in einer Geraden verläuft — Abb. 75 — so wird man die hierdurch gebildete Schubspannungsfläche in eine An-

[1]) Vergl. hierzu die Abb. 4 auf S. 45, die hier sinngemäß Anwendung findet.

zahl Trapeze zerlegen können, deren Inhalte die Zugkräfte unmittelbar angeben, welche von den zugehörenden, im Schwerpunkte des einzelnen Trapezes angreifenden, abgebogenen Eisen aufzunehmen wären. Sind die Durchmesser der zur Abbiegung verfügbaren Eisen gleich, so wird auch die Trapezfläche in eine der Anzahl der ersteren entsprechende Anzahl gleicher Teile zu zerlegen sein [1]).

Ist z. B. in Abb. 75 τ_b am Auflager zu 8,5 kg qcm ermittelt, ferner aus der Abbildung die Strecke „t" zu 73,0 cm bestimmt, die Rippenbreite $b_o = 14$ cm, so ergibt sich:

$$\Sigma\tau = Z = \frac{2,0 + 8,5}{2} \cdot 73 \cdot 14 = 5366 \text{ kg}.$$

Werden 3 Eisen von 1,5 cm Durchmesser abgebogen und auf die Größe der Schubfläche a b c d gleichmäßig verteilt, so ergibt sich die Spannung in einem jeden Eisen zu:

$$\sigma_e = \frac{5366}{3 \cdot \frac{1,5^2}{4} \cdot 3,14} = \frac{5366}{5,30} = \text{rund } 1000 \text{ kg qcm}.$$

Mit einer etwas anders gearteten Gleichung rechnen die preußischen sowie die Verbandsbestimmungen. Beträgt die Strecke im Längsschnitte — auf welcher sich, vom Auflager ab gerechnet, eine Aufnahme von Schubspannungen durch Schrägeisen notwendig macht, ξ, ist b_o die Träger- (Rippen-)breite, haben ferner τ_z und τ_r die vorstehend angegebenen Bedeutungen und nimmt man an, daß τ_r sich in Form eines Dreiecks über die Länge ξ verteilt, so ergibt sich die Zugkraft Z_t, welche die aufgebogenen Stäbe aufzunehmen haben durch die Beziehung:

$$Z_t = \frac{(\tau_{max} - \tau_z)\,\xi \cdot b_o}{2 \cos 45^\circ} = 0,71\,(\tau_{max} - \tau_z)\,\xi\, b_o = 0,71\,\tau_r\,\xi\, b_o.$$

Beispiel: Bei einem freigelagerten Plattenbalken von 11,0 m Stützweite betrage die Querkraft am Auflager $= A = Q_{max} = 7632$ kg, hervorgerufen durch eine Belastung von 1440 kg lfm. Träger.

Ferner sei $d = 10$ cm, $b_o = 25$ cm, $h' = 54$ cm, $x = 19,84$ cm, $v = 15,40$ cm, während F_e aus 8 Rundeisen von je 28 mm Durchmesser besteht. Es ergibt sich die größte Schubspannung im Beton der Rippe zu:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max}}{b_o\,(h' - x + v)} = \frac{7632}{25\,(54 - 19,84 + 15,4)} = 6,2 \text{ kg qcm}.$$

Die Haftspannung wird demgemäß, wenn vier der obengenannten Eisen bis zum Auflager durchgeführt werden:

$$\tau_h = \frac{25 \cdot 6,2}{4 \cdot 3,14 \cdot 2,8} = 4,4 \text{ kg/qcm}.$$

Während letztere also unterhalb ihres zulässigen Wertes bleibt, überschreitet τ_{max} diesen. Es wird wenn $\tau_z = 4,5$ kg qcm ist $\tau_r = 6,2 - 4,5 = 1,7$ kg qcm.

Die Schubspannung erreicht ihren zulässigen Wert bei einer Querkraft:

$$Q_1 = \frac{Q \cdot \tau_z}{\tau_{max}} = \frac{7632 \cdot 4,8}{6,2} = 5840 \text{ kg}.$$

Diese Querkraft Q' entspricht einem Abstande vom Auflager.

$$\xi = \frac{7632 - 5840}{1440} = 1,45 \text{ m}.$$

Demgemäß wird die aufzunehmende Zugkraft in den nach oben unter 45° abgebogenen Eisen:

$$Z_t = 0,71 \cdot \tau_r \cdot \xi \cdot b_o = 0,71 \cdot 1,7 \cdot 145 \cdot 25 = \text{rund } 4370 \text{ kg}.$$

Werden nun von den obigen Einlagen 4, nicht im Untergurte verbleibende Rundeisen von 2,8 cm Durchmesser abgebogen und entsprechend verteilt, so erhält ein jedes eine Eisenspannung:

$$\sigma_e = \frac{Z}{4 \cdot \frac{2,8^2}{4} \cdot 3,14} = \frac{4370}{4 \cdot 6,16} = 178 \text{ kg qcm}.$$

[1]) Mörsch spricht sich in dem vorstehend benutzten Vortrage (vergl. Anm. 1 auf S. 198) dahin aus, daß man im Sinne der obigen Ausführungen den Eisenbetonträger auch als einen Parallelträger mit fallenden (gezogenen) und steigenden (gedrückten) Diagonalen auffassen könne. Während die gedrückten Diagonalen unmittelbar durch den Beton gebildet werden, sind die Zugstäbe durch die abgebogenen Eisen darzustellen. Es ist deren Spannkraft mithin auch durch eine Zerlegung der Querkraft nach den Diagonalrichtungen (45°) zu ermitteln.

In gewissem Sinne dienen ferner — wenn auch in untergeordnetem Maße — zur Schubübertragung Flacheisen- oder Rundeisenbügel von in der Regel wenigen mm Stärke; sie werden um die unteren Einlagen herumgeschlungen — Abb. 76a — und zweckmäßig[1]) mit ihnen durch Drahtbündelung unwandelbar vereinigt, und durchsetzen den gesamten Balken- (oder Platten-) Querschnitt. In ihrem oberen Teile werden die Bügel, des besseren Festhaltens im Beton halber, ein wenig umgebogen. Die Frage, ob die Bügel senkrecht stehend, oder unter 45° geneigt, anzuordnen sind, kann noch nicht als vollkommen gelöst angesehen werden. Es sei in dieser Beziehung auf die Ausführungen auf S. 71 sowie die in der Anmerkung[1]) angeführten Untersuchungen verwiesen. Es sei jedoch bemerkt, daß für die Stellung der Bügel nicht allein theoretische Überlegungen maßgebend sein können, sondern daß hier vor allem auch praktische Gesichtspunkte mitsprechen. Da es auf der Hand liegt, daß die Herstellungskosten mit Schrägstellung der Bügel infolge der hierdurch bedingten Arbeitserschwerung wachsen, auch eine genaue Festlegung der schrägen Richtung während der Stampfarbeit kaum erreichbar sein dürfte, ist in der baulichen Praxis die senkrechte Stellung der Bügel die allgemein bevorzugte; hierzu kommt, daß zur Aufnahme der schief wirkenden Kräfte in der Regel bereits abgebogene Haupteinlagen vorhanden sind. Demgemäß soll auch eine senkrechte Bügelstellung den weiteren theoretischen Betrachtungen zugrunde gelegt werden, und zwar um so mehr, als diese gegenüber einer schrägen Lage, infolge der durch sie bedingten Vergrößerung der wagerechten Querschnitte, ungünstiger ist.

Mit Recht weist Mörsch in dem angeführten Vortrage[2]) darauf hin, daß es sich aus der Natur der Schubspannungen erklärt, daß die Bügel sich in nur sehr beschränktem Maße an der Aufnahme der Schubkräfte beteiligen können. Betrachtet man ein Stück des mit quadratischem Querschnitte (von einer Seite = „a") angenommenen Bügels von der Höhe d h, so werden die in seinem Querschnitte auftretenden wagerechten Schubkräfte ein Kräftepaar erzeugen, dessen Moment $= (\tau_e \,.\, a^2) \,.\, dh = \tau_e\, a^2\, dh$ ist. Ein Gleichgewichtszustand kann hier nur vorhanden sein, wenn — infolge des paarweisen Auftretens der Schubkräfte — ein zweites Kräftepaar dem ersteren entgegenwirkt. Da ein solches nur von den Haftspannungen am Umfange des Bügels erzeugt werden kann, so ergibt sich mithin die Beziehung: $\tau_e \,.\, a^2 \,.\, dh = (\tau_h \,.\, a \,.\, dh) \,.\, a$ und somit: $\tau_e = \tau_h$, d. h. die Schubspannung im Eisenbügel kann die zulässige Haftspannung nicht überschreiten, die Bügel selbst können also nur mit höchstens 7,5 kg/qcm sich an der Schubaufnahme beteiligen, d. i. mit einer Größe, welche praktisch keine erhebliche Bedeutung besitzt.

Die neuesten, mit Plattenbalken ausgeführten Mörschschen Untersuchungen zeitigen auch ein gleichartiges Ergebnis, das von ihm in die folgenden Worte zusammengefaßt wird:

„Hinsichtlich der Bügel ist bestätigt, daß bei richtiger Anordnung der Hauptarmierung die Bügel keine besondere statische Aufgabe mehr haben. Gleichwohl können sie nicht entbehrt werden, denn sie erhöhen die Sicherheit, schützen gegen Zufälligkeiten, sichern die Verbindung von Steg und Platte und wirken im mittleren Balkenteil, wo die abgebogenen Eisen fehlen, den Schubkräften bei teilweiser Belastung entgegen."

---

[1]) Vergl. hierzu: Die Abhängigkeit der Bruchlast vom Verbunde von v. Emperger, Forscherheft aus dem Gebiete des Eisenbetons Nr. V, sowie die Untersuchungen von Mörsch veröffentlicht in seinem Werke: Der Eisenbetonbau, II. Aufl., S. 120—135, sowie den in Anm. 1 auf S. 198 erwähnten, grundlegenden Mörschschen Vortrag. Vergl. weiter: B. u. E. 1903, Heft IV, S. 270 u. 1900, Heft II, S. 35.

[2]) Vergl. hierzu auch die Ausführungen von Mörsch in B. und E. 1906, Heft XI, S. 289 und 290, sowie (Vortrag) D. B. Nr. 30, 1907, S. 212, linke Spalte, letzter Absatz.

Auch dürfte nicht zu verkennen sein, daß die Bügel, über und unter die neutrale Achse reichend, einerseits die auf Schub stark beanspruchte neutrale Faser entlasten, andererseits zu einer gleichmäßigeren Verteilung der Schubspannungen über die gesamte Querschnittshöhe in vorteilhafter Weise beitragen.

Da die von Mörsch vertretene, durch Versuche erwiesene und vorstehend dargelegte Wirkungsweise der Bügel in der baulichen Praxis noch nicht allgemein anerkannt sein dürfte, so sei nachstehend auch — der Vollständigkeit der Ausführungen halber — die dort bisher vielfach übliche — wenn auch nicht einwandfreie — Berechnungsmethode der Bügel mitgeteilt. Befähigt man die abgebogenen Haupteiseneinlagen, die gesamten schiefen Hauptzugspannungen aufzunehmen, so können die unten mitgeteilten Berechnungsarten — welche alsdann auf eine große Sicherheit der Konstruktion hinwirken — wenigstens einen Anhalt für die Anordnung der Bügel geben. In diesem Sinne sind also die nachfolgenden Erörterungen ausschließlich aufzufassen.

Will man die Bügel so berechnen, daß sie die gesamten Schubkräfte in den wagerechten Fasern übernehmen, so würden die in einem Betonquerschnitte von der Breite b liegenden Bügelquerschnitte $= r \cdot 2\, f_b$, bei einer Schubspannung im Beton $= \tau_b$ eine Spannung erhalten:

$$1)\quad \tau_e = \frac{\tau_b \cdot b}{r \cdot 2\, f_b}.$$

Ist nun die Tragfähigkeit dieser Bügel auf Abscheren $= T$, beträgt ihre Entfernung voneinander e, ist endlich Q die gesamte Querkraft in den um e entfernten Querschnitten, und bezeichnet a — wie stets — den Abstand der inneren Mittelkräfte, so gilt die Beziehung:

$$2)\quad Q \cdot e = T \cdot a; \quad e = \frac{T \cdot a}{Q}.$$

Für a tritt bei einem einfachen Rechtecksquerschnitte sowie bei Plattenbalken in Fall I und II: $\left(h' - \frac{x}{3}\right)$ ein, während für Fall III beim Plattenbalken, also bei Lage der Nullachse unterhalb der Platte $(h' - x + v)$ zu setzen wäre. Es entstehen alsdann die beiden Sondergleichungen für diese beiden Fälle:

$$2')\quad e = \frac{T \cdot a}{Q} = \frac{T \cdot \left(h' - \frac{x}{3}\right)}{Q}. \qquad 2'')\quad e = \frac{T \cdot a}{Q} = \frac{T \cdot (h' - x + v)}{Q}.$$

Da Q nach dem Auflager zu wächst, werden nach diesem zu die Abstände e abnehmen.

Ersetzt man in den Gleichungen 2′ und 2″ T durch seinen Wert $\tau_e\, 2\, r\, f_b$, so ergibt sich:

$$3')\quad e = \frac{2\, \tau_e\, r\, f_b \left(h' - \frac{x}{3}\right)}{Q}. \qquad 3'')\quad e = \frac{2\, \tau_e\, r\, f_b\, (h' - x + v)}{Q}$$

oder hieraus:

$$4')\quad \tau_e = \frac{Q \cdot e}{2 r \cdot f_b \left(h' - \frac{x}{3}\right)}. \qquad 4'')\quad \tau_e = \frac{Q \cdot e}{2 r \cdot f_b (h' - x + v)}.$$

Die letzteren Gleichungen ergeben die Spannung in den Bügeln bei Aufnahme der gesamten Querkraft und einer willkürlich angenommenen Entfernung der Bügel. Es ist vielfach in der Praxis üblich, für τ_e einen Wert von 600—800 kg/qcm einzuführen;

daß dies nicht einwandfrei, ergeben die Mörschschen Untersuchungen, welche den zulässigen Grenzwert für die Bügelbeanspruchung in Höhe der gestatteten Haftspannung nachgewiesen haben.

Wird den Bügeln nur der Teil der Schubkraft zugewiesen, welchen der Beton nicht aufnehmen soll, so ergibt sich die folgende einfache Beziehung, welche unter der Voraussetzung entwickelt wird, daß der Beton mit 4,5 kg/qcm auf Schub beansprucht werden darf.

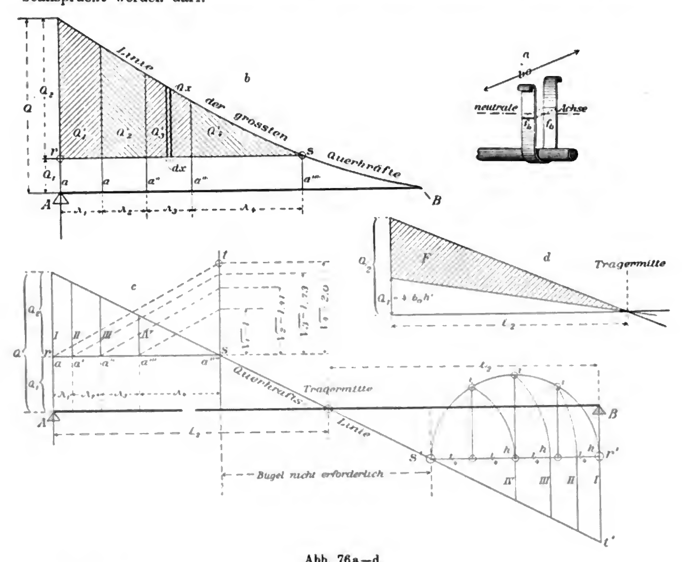


Abb. 76a—d.

Es ist:

$$\tau_b = \frac{Q}{a.} \text{ bezw.} = \frac{Q}{a\, b_o}$$

woraus:

$$Q = a\, b\, \tau_b \text{ bezw.} = a\, b_o\, \tau_b \text{ folgt.}$$

Da der Beton 4,5 kg/qcm als Schubspannung aufzunehmen hat, so verbleibt für die Bügel nur noch: $Q = a\,b\,(\tau_b - 4{,}5)$ bezw. $a\,b_o\,(\tau_b - 4{,}5)$. Wird der Querschnitt des Bügels, welcher der Breite b bezw. b_o entspricht, mit $2 f_b$ bezeichnet und die zulässige Spannung desselben τ_e genannt, so ergibt sich mithin:

5) $2\, f_b\, \tau_e = a\,.\, b\,(\tau_b - 4{,}5)$ bezw. $= a\, b_o\,(\tau_b - 4{,}5) = Q - Q_1$,

woraus, je nach der Annahme der einen oder anderen Größe, f_b bezw. τ_e folgt; Q_1 bedeutet hierin den Anteil der Querkraft $(a\,.\,b\,.\,4{,}5$ bezw. $a\,.\,b_o\,.\,4{,}5)$, welche vom Beton auf-

genommen wird. Der Rest der Querkraft $= Q_2 = Q - Q_1$ wäre demgemäß durch die Bügel aufzunehmen.

Will man nun die Bügel so verteilen, daß ein jeder derselben möglichst gut ausgenutzt ist, und die gleiche Spannkraft aufzunehmen hat, so kann man folgendermaßen vorgehen[1]).

In Abb. 76b sei die Linie der größten Querkräfte für eine Plattenbalkenstrecke AB gezeichnet; über dem Auflager des Balkens — bei A — sei der Auflagerdruck $= Q$ aufgetragen, desgleichen der Wert von $Q_1 = (a \cdot b_0 \cdot 4{,}5)$ kg. Man kann alsdann sofort erkennen, ob es Querschnitte innerhalb der betrachteten Strecke gibt, welche — auf Grund der vorstehenden Annahmen — keine Bügelarmierung verlangen; hierbei ist jedoch auf die Lage des Trägermittelpunktes zu achten, da die Querkraftskurve auch nach der anderen Seite gezeichnet werden kann.

Die an irgend einer Stelle verbleibende Querkraft sei Q_x; sie möge auf die Längeneinheit eine wagerechte Schubkraft T_x erzeugen, welche durch die Bedingung gegeben ist: $T_x = \frac{Q_x}{a}$; alsdann ist die Gesamtschubkraft $= T = \int T_x \cdot dx = \int \frac{Q_x}{a} dx = \frac{F}{a}$, wenn F die schraffierte Fläche in Abb. 76b darstellt. Demgemäß ergibt sich der erforderliche Gesamtquerschnitt aller Bügel (Σf) auf die Länge der schraffierten Fläche aus der Gleichung:

$$\Sigma f = \frac{F}{a \cdot \tau_e},$$

und somit die Anzahl der Bügel $= z$ aus der Beziehung:

$$z = \frac{\Sigma f}{2 f_b} = \frac{F}{2 a \tau_e f_b}.\text{[2])}$$

Will man nun die Forderung erfüllen, daß alle Bügel gleiche Kräfte aufnehmen, so ergibt sich — Abb. 76b — ihre Lage in den Schwerpunkten der Flächenstreifen, welche von den lotrechten Schnitten a′, a″, a‴ als „z“ gleiche Teile abgeschnitten werden. Die Zerlegung der Fläche in diese gleich großen trapezförmigen Streifen kann auf rechnerischem wie graphischem Wege erfolgen. Die erste Berechnungsart empfiehlt sich nur dort, wo die Querkraftlinie durch keine einfache Gleichung dargestellt werden kann.

$$\lambda_1 Q_1' = a \tau_e 2 f_b.$$
$$\lambda_2 Q_2' = a \tau_e 2 f_b \text{ usw.}$$

Wird die Querkraftsfläche durch eine Parabel begrenzt, so verhalten sich die Flächenteile wie die dritten Potenzen, bei Dreiecksform der Fläche — also bei einer gleichmäßig verteilten Belastung, wie die zweiten Potenzen der wagerechten Abszissen; diese selbst sind also den bezüglichen Wurzeln proportional.

Liegt ein einfacher, durch eine gleichmäßig verteilte Last beanspruchter Balken auf zwei Stützpunkten vor, so stellt Abb. 76c die Verteilung der Querkraft über den Träger dar. Wie die, durch Q_1 bestimmte, wagerechte Grade zunächst erkennen läßt, bedarf der Balken in seinen mittleren Querschnitten — unter den hier gemachten Voraussetzungen — theoretisch keiner Armierung. Angenommen, z habe sich für die Balkenhälfte „$\frac{1}{2}$“ zu 4 ergeben, so kann die graphische Ermittelung der Bügellagen entweder gemäß den voranstehenden Erörterungen durch Auftragen der Wurzelwerte oder nach einem

[1]) Vergl. hierzu den Aufsatz von Dr. Saliger in B. u. E. 1906, Heft VIII, S. 212/213.

[2]) Es ist also auch hier wieder der Querschnitt des einzelnen Bügels mit $2 f_b$ bezeichnet; sind im einzelnen Querschnitte von der Breite b bezw. b_0 nebeneinander mehrere (r) Bügel vorhanden, so tritt an Stelle von $2 f_b$ der Wert: $r \cdot 2 f_b$.

anderen bekannten Verfahren mit Hilfe des Halbkreises erfolgen. Im ersten Falle trägt man über rs in s (linke Seite der Abb. 76c) auf einer Senkrechten die Wurzelwerte $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}$ auf, zieht rt und hierzu durch die Endpunkte der Wurzelabschnitte Parallelen, welche auf rs die gewünschte Teilung abschneiden; bei der zweiten Methode zeichnet man hingegen — um das Dreieck s′r′t′ in vier gleiche Teile zu teilen — über s′r′ einen Halbkreis, zerlegt s′r′ in vier gleiche Teile, errichtet in den Endpunkten dieser Lote auf s′r′ und zieht schließlich die Sehnen s′i nach deren Endpunkten; die um s′ mit diesen Sehnen geschlagenen Kreisbögen bestimmen alsdann die gewünschten Teilpunkte (k) auf s′r′ und ergeben die Zerteilung des Dreieckes in vier gleich große Abschnitte und damit die Stellung der Bügel in den Schwerpunkten der letzteren.

Für die Anzahl der Bügel entwickelt schließlich Dr. Saliger, unter der Annahme, daß $Q_1 = 4{,}5 . a . b_0$ den Wert: rund $4 . h' b_0$ besitzt, und daß das Verhältnis der von den Bügeln und vom Beton aufgenommenen Schubkräfte über den **ganzen Balken** konstant angenommen wird, die Annäherungsgleichung:

$$z = \frac{l}{a} \cdot \frac{\frac{Q}{8} - b_0 h'}{\tau_e (2 f_b)} \text{ [1]},$$

worin alle Bezeichnungen die bekannten Bedeutungen — wie vorstehend — haben und l die Balkenstützlänge darstellt. Q bedeutet die gesamte, über den Balken gleichmäßig verteilte Belastung.

Die Anwendung der letzten Gleichung sei an einem einfachen Zahlenbeispiele[2]) dargelegt:

Beispiel. Es sei $l = 8{,}0$ m, $h' = 60$ cm, $b_0 = 30$ cm, $a = 55$ cm, $Q = 24000$ kg Gesamtbelastung, $\tau_e = 800$ kg/qcm. An jedem Querschnitte, woselbst Bügel eingelegt werden sollen, mögen zwei derartige und zwar aus 8 mm starken Rundeisen gefertigt, Verwendung finden. Es ist mithin die Größe $(r . 2 f_b) = 4 . \frac{0{,}8^2 . 314}{4} = 4 . 0{,}503 = 2{,}01$ qcm.

Für z ergibt sich:

$$z = \frac{800}{55} \cdot \frac{3000 - 30 . 60}{800 . 2{,}01} = 11.$$

Hieraus folgt die Bügellage, z. B. durch Auftragen der $\sqrt{\ }$-Werte im Sinne der linken Seite der Abb. 76c. Will man die Abstände $e_1\ e_2\ e_3\ e_4 . \frac{l}{2}$, die immer von Balkenmitte aus gerechnet sind, berechnen, so dient hierzu die Gleichung:

$$e_1 : e_2 : e_3 : e_4 \ldots \frac{l}{2} = \sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4} \ldots \sqrt{11}.$$

Hieraus folgt bei $l = 800$.

$$e_1 = \frac{800}{2} \sqrt{\frac{1}{11}} = 1{,}21 \text{ m};$$

$$e_2 = \frac{800}{2} \sqrt{\frac{2}{11}} = 1{,}71 \text{ m usw.}$$

Die Entfernung der letzten Teilungslinie vom Auflager beträgt:

$$\left(\frac{l}{2} - e_{10}\right) = \frac{l}{2} - \frac{800}{2} \sqrt{\frac{10}{11}} = \frac{800}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{10}{11}}\right) = 18{,}8 \text{ cm}.$$

---

[1]) Die Verteilung der Querkräfte ist alsdann in Abb. 76d dargestellt.

$$\text{Hier ist } F = \frac{Q}{2} \frac{l}{2} \frac{1}{2} - 4 b_0 h' . \frac{l}{2} \frac{1}{2} = l \left(\frac{Q}{8} - b_0 h'\right).$$

Führt man diesen Wert in die obige Gleichung $z = \frac{F}{2 a \tau_e f_b}$ ein, so ergibt sich die obenstehende Beziehung.

[2]) Der in Anmerkung 1 S. 204 erwähnten Arbeit entnommen.

Ferner tritt der Einwirkung der Schubspannungen auch ein senkrechtes Umbiegen der Einlagen an ihren Enden, also ein Verankern der Armierung im Beton entgegen. Daß hierbei mit Vorsicht zu verfahren, und im besonderen die Abbiegung nicht zu kurz auszuführen ist, um nicht die Bildung wagerechter Risse zu befördern, ist schon auf S. 73 ausführlich dargelegt. Es kann demgemäß hierselbst auf diese Ausführungen sowie auf die in der Anmerkung[1]) angegebenen Untersuchungen verwiesen werden.

Endlich sei die Anordnung von Spiraleinlagen als ein geeignetes Mittel erwähnt, dem Verbunde eine erhöhte Schubfestigkeit zu verleihen[2]).

---

§ 22.

Die Berechnung zentrisch auf Druck beanspruchter, symmetrischer Eisenbetonquerschnitte.

Die für Säulen und Stützen aller Art, welche zentrisch und ausschließlich auf Druck beansprucht sind, gewählten Querschnitte zeigen stets eine symmetrische Ausgestaltung und zwar sowohl in bezug auf den Betonquerschnitt als auch in Berücksichtigung der Eiseneinlagen. Die letzteren sollen nach den Verbandsleitsätzen insgesamt mindestens 0,8 % des Gesamtquerschnittes betragen; auch sind die gedrückten Einlagen durch Querverbindungen (Rundeisenverbindungen, Abb. 77, Spiralumschnürung usf.) gegen Ausknicken zu sichern; hierbei soll der Abstand der einfachen Querverbindungen, um die Würfelfestigkeit des Betons auszunutzen, nicht größer als die geringste Säulenstärke sein, während für die Ausbildung der Spiralumschnürung die auf S. 34 mitgeteilten Verhältnisse inne zu halten sind.

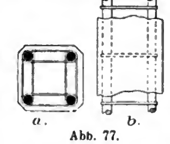


Abb. 77.

Unter der Annahme, daß die Zusammendrückungen sowohl im Betonkörper, als auch in der Eiseneinlage gleich große sind, wird man hier zu der Grundgleichung gelangen:

$$1)\quad \alpha_b = \frac{\sigma_b{}^m}{E_b} = \alpha_e = \frac{\sigma_e}{E_e},$$

worin α_b und α_e die Formänderung für die Längeneinheit im Beton und Eisen darstellen. Für $m = 1$, und $n = 10$, folgt hieraus:

$$2)\quad \frac{\sigma_b}{\sigma_e} = \frac{E_b}{E_e} = \frac{1}{n} \text{ oder:} \qquad 3)\quad \sigma_e = n\,\sigma_b.$$

[1]) Vergl. Bruchursachen von Eisenbetonbalken. B. und E. 1906, Heft IV, S. 93, sowie auch die von Mörsch bei Erproben von Rippenbalken beobachteten Erscheinungen: D. B. 1907, Nr. 30, 32 u. 35 (Vortrag über die Schubwirkungen bei Eisenbetonträgern).

[2]) Vergl. hierzu die Ausführungen von S. Zipkes in seiner Broschüre: Die Scher- und Schubfestigkeit des Eisenbetons (Berlin 1906, W. Ernst & Sohn), S. 40/42. Hierher gehört auch die Armierungsart von Macciachini, bestehend aus einer wellenförmig geführten, aus mehreren gleichartigen und in einander greifenden Systemen gebildeten Drahtumschnürung des Betons, sowie die Armierungsweisen von Déson, Chaudy, Coignet u. a. m.

Es sind hierselbst also die beiden Spannungen durchaus voneinander abhängig; es können demgemäß auch nie zu gleicher Zeit beide ihren Größtwert erreichen, und zwar wird naturgemäß das Eisen weniger ausgenutzt werden. Denn je nachgiebiger das eine Material im Vergleiche zum anderen ist, um so geringer wird auch die in ihm erzeugte Spannung sein. Läßt man für σ_b einen Höchstwert von selbst 50 kg/qcm zu, so ergibt sich für das Eisen die immer noch recht geringe höchste Druckspannung von 500 kg/qcm. Bezeichnet P die auf den Querschnitt zentral einwirkende Achsenkraft, so gilt die Beziehung:

$$4)\quad P = \sigma_b F_b + \sigma_e F_e = \sigma_b F_b + n \sigma_b F_e = \frac{\sigma_e}{n} F_b + \sigma_e F_e,$$

woraus folgt:

$$5')\quad \sigma_b = \frac{P}{F_b + n F_e} = \frac{P}{F_b\left(1 + n \frac{F_e}{F_b}\right)} = \frac{P}{F_b(1 + n\varphi)}.$$

$$5'')\quad \sigma_e = \frac{P}{F_e + \frac{F_b}{n}} = \frac{P}{F_e\left(1 + \frac{F_b}{F_e \cdot n}\right)} = \frac{P}{F_e\left(1 + \frac{1}{n\varphi}\right)}.$$

Hieraus ergibt sich schließlich:

$$6')\quad F_b = \frac{P}{\sigma_b(1 + n\varphi)}.$$

$$6'')\quad F_e = \frac{P}{\sigma_e\left(1 + \frac{1}{n\varphi}\right)}.$$

In allen diesen Gleichungen stellt φ — wie bisher stets — den Prozentgehalt an Eisen gegenüber dem Betonquerschnitte dar: $\varphi = \frac{F_e}{F_b}$.

Setzt man φ in den obigen Gleichungen = rund 1%, und nimmt man σ_b zu 40 kg/qcm an, so ergeben sich als Annäherungsgleichungen:

$$F_b = \frac{P}{40\left(1 + 10 \cdot \frac{1}{100}\right)} = \frac{P}{44}; \qquad F_e = \frac{P}{400\left(1 + \frac{100}{10}\right)} = \frac{P}{440}.$$

Bei sehr starken Eiseneinlagen ist es nicht selten üblich, F_b um die Größe von F_e zu vermindern. Alsdann tritt für 4) die Gleichung ein:

$$4a)\quad P = \sigma_b(F_b - F_e) + \sigma_e F_e = \sigma_b[F_b + (n-1)F_e] = \frac{\sigma_e}{n}(F_b - F_e) + \sigma_e F_e) = \sigma_e \cdot \left(\frac{F_b}{n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) F_e\right).$$

Es sei jedoch bemerkt, daß dieser Abzug auf die Höhe der Spannungen keinen sehr erheblichen Einfluß ausübt und deshalb meist vernachlässigt werden kann.

Führt man die Querverbindungen zwischen den einzelnen Eiseneinlagen in der Art aus, wie vorerwähnt, so wird in der Regel auch die Knicksicherheit der einzelnen Eiseneinlage gesichert sein, da ihre freie Knicklänge — zwischen den Querverbindungen — sehr gering ist. Sollte sich aber ergeben, daß die Knicklänge des einzelnen Eisens unter der auf dasselbe entfallenden Belastung kleiner ist als die in Aussicht genommene Entfernung der Querverbindungen, so muß das letztere Maß entsprechend verkürzt werden.

Für die Entfernung der Querverbände schreiben die Preußischen Bestimmungen vor, daß diese höchstens gleich dem dreißigfachen Betrage des Eisenstabdurchmessers sein darf.

Die gesamte Kraft, welche auf die Eiseneinlage entfällt, beträgt: $F_e \sigma_e = P_e$; sind n zu den Querschnittsachsen symmetrisch liegende Eisenstäbe vorhanden, so wird mithin ein jeder von der Kraft $\frac{P_e}{n}$ beansprucht werden. Nimmt man den zweiten Fall der Eulerschen, hierselbst gültigen, Gleichung an, denkt man sich also die einzelnen Eisenstäbe an den Querverbindungsstellen gelenkartig angeschlossen, sonst aber frei beweglich[1]), so wird die Knickgleichung:

$$P = \frac{\pi^2 . E . I_{min}}{s . l_o^2}$$

hierselbst die Form annehmen:

$$\frac{P_e}{n} = \frac{10\,E . 0{,}785\,r^4}{4\,l_o^2} = 2{,}5 . \frac{2\,200\,000 . 0{,}785\,r^4}{l_o^2} = \frac{4\,323\,000\,r^4}{l_o^2}.$$

Hieraus folgt die bei vierfacher Sicherheit höchstens gestattete Knicklänge:

$$l_o = \sqrt{\frac{n . 4\,323\,000}{P_e}\,r^4}.$$

$$7)\quad l_o = 2080\,r^2 \sqrt{\frac{n}{P_e}}.$$

Hierin sind sämtliche Größen in cm und kg einzuführen.

Eine ähnliche Beziehung läßt sich auch aus der Überlegung ableiten, daß bei Einführung der wahren Knicklänge, also der Stablänge, bei welcher gerade ein Zerknicken beginnt, die Knickfestigkeit gleich der Druckfestigkeit ist. Hieraus folgt die Gleichung: $\frac{P_e}{n} = \frac{\pi^2 . E . I_{min}}{s . l_o^2} = F_e . \sigma_e$, worin I_{min} und F_e sich auf je einen Eisenquerschnitt beziehen.

Da beim Rundeisen $F_e = \frac{\pi d^2}{4}$, $I = I_{min} = \frac{\pi d^4}{64}$ und somit: $\frac{I}{F_e} = \frac{d^2}{16}$ ist, so wird die zulässige Knicklänge der Eisenstäbe l_o:

$$l_o = \sqrt{\frac{\pi^2 . E . I_{min}}{s . F_e\,\sigma_e}} = d \sqrt{\frac{10 . 2\,200\,000}{4 . 16 . \sigma_e}}.$$

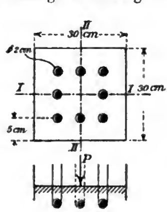


Abb. 78.

$$8)\quad l_o = \text{rund } 580\,d \sqrt{\frac{1}{\sigma_e}},$$

worin σ_e die bei der gegebenen Säulenbelastung im Eisen auftretende Spannung darstellt. Ist letztere z. B. 400 kg/qcm, so ergibt sich unmittelbar:

$$l = \text{rund } 580\,d \sqrt{\frac{1}{400}} = 29\,d.$$

Beispiel. Ein vollkommen symmetrischer Eisenbetonquerschnitt, wie ihn Abb. 78 zeigt, sei durch eine zentral wirkende Achsenkraft P = 30 t belastet

a) Die Eiseneinlagen werden von der Betonquerschnittsfläche nicht abgerechnet.

Es ist:

$$F_b = 30 . 30 = 900 \text{ qcm};$$

$$F_e = 8 . \frac{2{,}0^2}{4} . 3{,}14 = \text{rund } 25 \text{ qcm}.$$

mithin:

$$\sigma_b = \frac{30\,000}{900 + 10 . 25} = \text{rund } 26{,}6 \text{ kg qcm};$$

$$\sigma_e = n\,\sigma_b = \text{rund } 10 . 26{,}6 = \text{rund } 266 \text{ kg qcm}.$$

[1]) Da eine derartige Beweglichkeit nicht möglich ist wegen des festen Anschlusses des Betons auf allen Seiten, liegt in der obigen Berechnungsart eine sehr erhebliche Sicherheit.

b) Die Größe von F_e werden in Abzug gebracht.

Alsdann ergibt sich:

$$\sigma_b = \frac{30\,000}{900 - 25 + 10 \cdot 25} = \frac{30\,000}{1125} = 26{,}8 \text{ kg qcm},$$

also ein Ergebnis, welches in nicht nennenswerter Weise von dem oben gefundenen Werte (26,6) abweicht.

Wählt man den Abstand der aus Rundeisen von 8 mm Durchmesser bestehenden Querverbindungen zu 25 cm, so gestaltet sich der Nachweis, daß keinerlei Knickgefahr hierbei obwaltet, folgendermaßen:

Es ist:

$$\frac{P_e}{n} = \frac{F_e\,\sigma_e}{n} = \frac{2^2}{4}\,3{,}14 \cdot 266 = 834 \text{ kg};$$ da $r = 1$ cm ist, so ergibt sich weiter:

$$l_0 = 2080 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{1}{834}} = 2080 \cdot 1\sqrt{0{,}0012} = 2080 \cdot 0{,}0346 = \text{rund } 72 \text{ cm} \text{ —}$$

es liegt also keinerlei Gefahr vor, daß der einzelne Eisenstab außerhalb der Querverbindungen ausknickt.

Wendet man Formel 8) an, so ergibt sich ein gleiches Resultat.

$$l_0 = 580 \cdot d\sqrt{\frac{1}{\sigma_e}} = 580 \cdot 2{,}0\sqrt{\frac{1}{266}} = \text{rund } 71 \text{ cm}.$$

Um einen Pfeiler oder dergl. zu entwerfen, geht man folgendermaßen vor. Bezeichnet man mit σ_b' die (gedachte) Beanspruchung des als gleichartig angenommenen Betonquerschnittes $\left(\sigma_b' = \frac{P}{F_b}\right)$, so folgt aus Gleichung 5'):

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b(1 + n\varphi)} = \sigma_b' \cdot \frac{1}{1 + 10\varphi}, \text{ und:}$$

$$9) \quad \sigma_b' = \sigma_b(1 + 10\varphi).$$

Setzt man hierin den zulässigen Größtwert von σ_b (z. B. 35—40 kg/qcm) ein und nimmt man einen bestimmten Wert von φ an, zweckmäßig zwischen den Grenzen von 0,8 und 1,2%, so ergibt sich ein bestimmter Wert von σ_b'; aus diesem folgt alsdann: $F_b = \frac{P}{\sigma_b'}$. Erscheint dieser Wert, aus besonderen Gründen als zur Ausführung nicht geeignet, sind z. B. die Abmessungen mit Rücksicht auf das Aussehen des Pfeilers zu stark, so muß man φ ändern und zwar so lange, bis man die gewünschten äußeren Verhältnisse erhält. Auch kann man, umgekehrt vorgehend, F_b annehmen, aus $\sigma_b' = \frac{P}{F_b}$ den Wert von σ_b' bestimmen und dann aus $\sigma_b' = \sigma_{b\,max}(1 + 10\varphi)$ den Wert φ ableiten.

Wählt man zum Beispiel in der voranstehenden Zahlenrechnung $\varphi = 0{,}8\,\%$, $\sigma_b = 30$, so ergibt:

$$\sigma_b' = 30\left(1 + \frac{10 \cdot 8}{1000}\right) = 30\,(1{,}08) = 32{,}4.$$

Demgemäß wird:

$$F_b = \frac{30\,000}{32{,}4} = \text{rund } 925 \text{ qcm}.$$

Dies ergibt eine Quadratseite von rund 30,4 cm.

Ferner wird:

$$F_e = \frac{8}{1000} \cdot 925 = 7{,}4 \text{ qcm},$$

d. h., es werden $\frac{7{,}4}{3{,}14} = 2{,}3$, d. h. rd. 4 Rundeisen von 2 cm Durchmesser zur Armierung notwendig werden, F_e = rund 12,5 qcm.

Alsdann wird:

$$\sigma_b = \frac{30\,000}{925 + 10 \cdot 12{,}5} = \frac{30\,000}{1050} = 28{,}6 \text{ kg/qcm, und } \sigma_e = 286 \text{ kg/qcm}.$$

Im übrigen sei wegen der konstruktiven Ausgestaltung der Einlagen, im besonderen der Einwirkung der Querverbindungen auf die Festigkeitsverhält-

nisse der Säulen auf die Ausführungen in § 3, vor allem auf die dortselbst vorgeführten Wayß und Freytagschen Versuche und deren Ergebnisse verwiesen.

Bei einer Umschnürung der Haupteiseneinlage durch Drahtspiralen (béton fretté)[1]) ist, wie schon auf den Seiten 33—38 ausführlich dargelegt worden, die Tragfähigkeit der Stütze nach der Gleichung

$$10)\ P = k_b \,.\, \alpha F_b + \sigma_s (F_e + 2{,}4\, f_e')$$

zu berechnen.

Hierin bedeutet — vergl. S. 33 — k_b die Würfelfestigkeit des Betons ohne Eiseneinlagen, α eine durch die Größe der gesamten Betonfläche zu dem umschnürten Teile desselben gebildete Verhältniszahl (gleich rund 1,2—1,5), F_b die Querschnittsfläche des von der Spirale umschlossenen Querschnittskernes, σ_s die Streckgrenze des Eisens (rund 2400 kg/qcm für gewöhnliche Handelsware) F_e den Querschnitt der neben den Spiralen vorhandenen Längsarmierung, f_e' den Querschnitt gedachter Längseisen, deren Gewicht gleich demjenigen der Spirale sein würde. Nimmt man eine fünffache Sicherheit als genügend an, bezeichnet ferner mit:

φ den Prozentsatz der Längsarmierung,

λ desgleichen der Spiralarmierung, beide in bezug auf den Säulenquerschnitt,

k die Würfelfestigkeit des Betons,

F den gesamten Säulenquerschnitt, so gestattet die Gleichung 10), bei fünffacher Sicherheit gegen Bruch, die folgende Abänderung[2]):

$$5P = k \,.\, F + \frac{2400}{100}\varphi F + 2{,}4 \,.\, \frac{2400}{100}\lambda F.$$

$$\lambda = \frac{\frac{5P}{F} - (k + 24\varphi)}{24 \,.\, 2{,}4}$$

$$10')\ \lambda = \frac{1}{57{,}5}\left(\frac{5P}{F} - k - 24\varphi\right);$$

es entsteht also ein einfacher Ausdruck für die Größe der Spiralarmierung in bezug auf den gesamten Betonquerschnitt.

Ist nun der Preis der Längsarmierung gleich 1, das Preisverhältnis der Spirale hierzu gleich v, ferner 7,8 das Raumgewicht des Eisens, so betragen die Kosten der ganzen Armierung auf eine Einheitslänge:

$$K = \frac{F}{100}(\varphi + v\lambda)\, 0{,}78.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{dK}{d\varphi} = 0{,}0078\, F\left(1 + v\frac{d\lambda}{d\varphi}\right).$$

---

[1]) D.R.P. 149944 vom 10. V. 1902. Das Ausführungsrecht liegt für Deutschland in den Händen der Firma: Wayß & Freytag, A.-G.

[2]) Vergl. den Aufsatz von Dipl.-Ing. Sor in B. und E. 1906, Heft IV, S. 96; die dort gegebenen Formeln haben hierselbst insofern eine Abänderung erfahren, als nicht mit einer Erhöhung der Druckfestigkeit des Betons durch die Umschnürung gerechnet worden ist. — Vergl. hierzu die Formel von Mörsch in dessen Eisenbetonbau, II. Auflage, S. 68; auch in dem der Sorschen Abhandlung entnommenen Beispiele ist insofern eine gleichartige Abänderung eingetreten, als die zulässige Druckspannung im Betonkern mit 60 kg/qcm (gegenüber 100 kg/qcm) begrenzt wurde. Sor kommt zu der Schlußgleichung: $\lambda = 0{,}087\frac{P}{F} - 4{,}07$.

Aus Gleichung 10') folgt:

$$\frac{d\lambda}{d\varphi} = -\frac{24}{57,5};$$

somit wird:

$$\frac{dK}{d\varphi} = 0,0078\ F\left(1 - v\frac{24}{57,5}\right).$$

Für $v > \frac{57,5}{24} > 2,4$ ist $\frac{dK}{d\varphi} > 0$, d. h. es entspricht — für ein Preisverhältnis v des Spiraleisens zu demjenigen der Längsarmierung — welches $< 2,4$ ist, das Kostenminimum der Armierung dem kleinsten zulässigen Werte von φ: für den kleinsten Wert von φ erhält man also den kleinsten Wert von K.

Führt man in Gleichung 10') die Multiplikation aus, so ergibt sich:

$$10'')\quad \lambda = 0,087\frac{P}{F} - 0,0171\ k - 0,417\ \varphi.$$

Rechnet man k zu rund 200 kg/qcm, und setzt man φ mit seinem — wenigstens nach den Leitsätzen, geringsten Prozentwerte von 0,8 ein, so ergibt sich:

$$\lambda = 0,087\frac{P}{F} - 0,0171 . 200 - 0,417 . 0,8.$$

$$11)\quad \boldsymbol{\lambda = 0,087\frac{P}{F} - 3,75,}$$

eine Gleichung, mit deren Hilfe es möglich ist, die Größe der Spiralarmierung, wie das nachfolgende Zahlenbeispiel erkennen läßt, leicht zu berechnen.

Beispiel. Es sei P = 220 t = 220000 kg. Die Eisenbetonsäule soll im Querschnitte nach der Form eines regelmäßigen Achteckes geformt und in umschnürtem Beton ausgebildet werden.

Der Inhalt eines regulären Achteckes ist bei einer Seite dieses = a: $F = 4,828\ a^2$.

Wird die Fläche innerhalb der Spirale = F' zu 0,8 F angenommen und derselben eine Druckspannung von 60 kg/qcm zugemutet, so erhält man:

$$\frac{P}{F'} = \frac{P}{0,8 . 4,828 . a^2} = 60$$

oder:

$$a = \sqrt{\frac{220\,000}{0,8 . 4,828 . 60}} = \text{rd. } 30,8 \text{ cm.}$$

Demgemäß wird:

$$F = 4,828 . 30,8^2 = \text{rd. } 4570 \text{ qcm.}$$

Nimmt man an: $\varphi = 0,8$, so braucht man an Längseisen:

$$F_e = \frac{0,8}{100} . 4570 = 36,7 \text{ qcm.}$$

Weiter ist:

$$\lambda = 0,087 . \frac{220\,000}{4570} - 3,75 = 0,43.$$

Es wird mithin an Spiralen für 1 steigendes Meter Stütze ein Gewicht gleich dem gedachter Längsstangen gebraucht, deren Fläche ist:

$$F_e' = \frac{0,43 . 4570}{100} = \text{rd. } 20 \text{ qcm.}$$

§ 23.

Die Knickfestigkeit von Eisenbetonstützen[1]).

Die Verbandsleitsätze empfehlen, Säulen und Stützen in Eisenbeton nur in solcheu Abmessungen auszuführen, daß eine Knickgefahr nicht vorhanden ist, und zwar mit Rücksicht darauf, dass genügende Versuche über die Knicksicherheit noch fehlen. Als Mindestabmessung im obigen Sinne werden die in der nachfolgenden Zusammenstellung angegebenen Maße empfohlen.

σ_b in kg/qcm.	Geringster Durchmesser bei runden Säulen in Bruchteilen der Stützlänge.	Geringste Länge der kurzen Seite bei rechteckigem Querschnitte in Bruchteilen der Stützlänge.
30	$^1/_{18}$	$^1/_{21}$
35	$^1/_{17}$	$^1/_{20}$
40	$^1/_{16}$	$^1/_{19}$
45	$^1/_{15}$	$^1/_{18}$
50	$^1/_{14}$	$^1/_{17}$

Gestützt werden diese Angaben u. a. durch Versuche von v. Thullie-Lemberg mit 88 quadratischen Eisenbetonsäulen, aus denen hervorgeht, daß bei einem Verhältnisse der Querschnittsseite zur Säulenlänge

$$\overline{\overline{<}}\frac{8}{15},\ \text{d. i.}\ \overline{\overline{<}}\frac{1}{18,8},$$

auf die Knickung keine Rücksicht zu nehmen ist[2]).

In gleichem Sinne schreiben die preußischen Hochbauvorschriften eine Berechnung auf Knicksicherheit alsdann vor, wenn die Stützenhöhe das mehr als 18fache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Zur Ausführung der Rechnung ist hierselbst auf die Eulersche Gleichung verwiesen.

Es wird weiterhin durch Beispiele gezeigt werden, daß diese Eulersche Formel für das vorliegende Material wenig geeignet erscheint. Ganz abgesehen davon, daß die Elastizitätszahl beim Beton, im besonderen nahe dem für die Knickung in Frage kommenden Bruchstadium, eine stark veränderliche Größe ist, erscheinen auch die Eisenbetonstützen allzuwenig elastisch, um auf sie eine Beziehung anwenden zu können, wie sie die Eulersche Gleichung darstellt, welche sich auf der elastischen Formänderung aufbaut. Es sei darauf hingewiesen, daß sich bezüglich des elastischen Verhaltens zwischen Beton und Gußeisen sehr erhebliche Übereinstimmungen ergeben haben, daß beide Materialien sich hierin also sehr ähnlich sind; man wird demgemäß aus den Ergebnissen der von Tetmajer mit gußeisernen Säulen durchgeführten bedeutungsvollen Versuche[3]), welche

[1]) Vergl. hierzu u. a. Mörsch: Der Eisenbetonbau, II. Aufl., S. 66 u. folg., D. B. Z. 1905, Heft 19, S. 73 (ebenfalls von Mörsch), ferner: B. u. E. 1905, Heft 1, S. 24, Schw. Bztg. Bd. XXXIII, Nr. 5, 6 u. 7, M. Koenen, Grundzüge für die stat. Berechnung der Beton- und Eisenbetonbauten, III. Aufl., S. 20/21, B. u. E. 1907, Heft 1 u. 2 (Neue Versuche mit Eisenbeton-Säulen v. M. v. Thullie) usw.

[2]) Die Zerstörung der Säulen erfolgte innerhalb der genannten Grenze entweder durch ein Abgleiten in schiefen, im Mittel 1 : 2 geneigten Ebenen, oder es bildeten sich 2 Pyramiden, die gegeneinander geschoben wurden; beide Brucherscheinungen wechselten so oft, daß kein Gesetz hierüber aufgestellt werden kann. Da die Säulen nicht durch Knickung zerstört wurden, so war die Bruchstelle nicht in der Mitte der Höhe, sondern beliebig dort gelegen, wo sich eine schwächere Stelle befand. Vergl. B. u. E. 1907, Heft II, S. 45. „Folgerungen" der Versuche mit Eisenbetonsäulen von M. v. Thullie.

[3]) Vergl. Tetmajer: Die angewandte Elastizitäts- und Festigkeitslehre, III. Aufl. 1905.

einwandfrei gezeigt haben, daß die Eulersche Formel bei Gußeisen in der Regel keine Anwendung finden darf, darauf schließen können, daß der Beton sich gleichartig verhalten werde, es also auch hier nicht gestattet ist, von der Eulerschen Knickgleichung Gebrauch zu machen.

Es sei deshalb nach Ritter[1]) für die Berechnung der Knicksicherheit von Eisenbetonstützen eine abgeänderte Eulersche Gleichung verwendet, deren Koeffizienten aus der Formänderungskurve des Betons bestimmt sind, die also dem besonderen hier vorliegenden Material angepaßt erscheint.

Diese Gleichung lautet:

$$1)\quad \sigma_k = \frac{k}{1 + 0{,}0001\,\frac{l^2}{i^2}}.$$

Hierin bedeutet σ_k die beim Zerknicken im Beton auftretende Spannung; damit ein Knicken ausgeschlossen ist, ist bei einer acht- bis zehnfachen Sicherheit nur ein entsprechender Bruchteil dieser Spannung im Querschnitte zuzulassen; k stellt die Bruchspannung des Betons auf Druck[2]) (etwa 200—300 kg/qcm[3])), i den Trägheitshalbmesser des Querschnitts $\left(i = \sqrt{\frac{I}{F}}\right)$ dar, und l schliesslich die Knicklänge. Bei Bemessung der letzteren muß die Art des Anschlusses der Säule in der sonstigen Konstruktion von maßgebendem Einflusse sein; in der Regel wird man die Säule als halbeingespannt annehmen können und alsdann ihre Knicklänge zu $0{,}71\ l_0$ oder zu rd. $\frac{3}{4}\ l_0$ zu rechnen haben, wobei l_0 die mathematische Stützenlänge darstellt. Ist die Säule oben und unten freigeführt, so ist $l = l_0$ zu nehmen, während dort, woselbst die Stütze unten festgelagert bezw. eingespannt, oben vollkommen frei ist, ihre doppelte Länge ($l = 2\ l_0$) bei Bemessung der Knickgefahr zu berücksichtigen ist.

Die verhältnismäßig einfache Durchführung der Rechnung mag an den folgenden beiden Beispielen gezeigt werden.

Beispiel 1. Eine 7,60 m lange Säule mit dem in Abb. 79 dargestellten Querschnitte sei als halbeingespannt zu betrachten. Ihre Knicklänge berechnet sich demgemäß zu:

$$l = 0{,}71 \,.\, 7{,}60\ \text{m} = \text{rd. } 540\ \text{cm}.$$

Ferner ergibt sich der Querschnitt F auf Beton umgerechnet, sowie das Trägheitsmoment I:

$$F = 40^2 + n \,.\, 4 \,.\, 1{,}8^2 \,.\, \pi = 1600 + 10 \,.\, 4 \,.\, 1{,}8^2 \,.\, 3{,}14 = 2007\ \text{qcm}.$$

$$I = \frac{1}{12} \,.\, 40^4 + n \,.\, 4 \,.\, 1{,}8^2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 15^2 = 213\,333 + 91\,575 = 304\,908\ \text{cm}^4.$$

Hieraus folgt:

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{304\,908}{2007}} = 12{,}3\ \text{cm}.$$

Nunmehr ergibt sich, bei Annahme von k = 300 kg qcm:

$$\sigma_k = \frac{300}{1 + 0{,}0001\left(\frac{540}{12{,}3}\right)^2} = 250\ \text{kg/qcm}.$$

Abb. 79.

Erachtet man eine 10fache Sicherheit für erforderlich, so wird demgemäß die zulässige Druck-

---

[1]) Vergl.: Die Bauweise Hennebique von Dr. Ritter. Schw. Bztg. Bd. XXXIII, Nr. 5, 6, 7; auch als Sonderabdruck erschienen.

[2]) Führt man hierfür die zulässige Spannung σ_b ein, so erübrigt es sich, später den Sicherheitsfaktor zu berücksichtigen.

[3]) Wegen der großen Sicherheit der Rechnung, sowie mit Rücksicht darauf, daß Säulen ihre Maximalbelastung verhältnismäßig selten und auch erst nach vollkommener Erhärtung zu erhalten pflegen, erscheint der verhältnismäßig hohe Wert von σ_b zulässig.

beanspruchung der Säule auf Knickung 25 kg/qcm betragen dürfen, und mithin die größte zulässige Achsenkraft sich zu: $P = 25 . 2007 =$ rd. 50 t ergeben.

Beispiel 2. Es liege ein ähnlicher Querschnitt wie in Abb. 79 dargestellt vor; es sei jedoch die Quadratseite nur 25 cm und die Entfernung der Eiseneinlagen von den senkrechten Schwerachsen nur 10 cm. Die Eiseneinlage möge einen Durchmesser von 1,8 cm haben. Es ist mithin

$$F_e = 4 . \frac{1{,}8^2}{4} . 3{,}14 = 4 . 2{,}54 = 10{,}16 \text{ qcm.}$$

Die Säule ist beiderseits frei geführt, d. h. $l = l_0 = 400$ cm.

Es ergibt sich:

$$F = 25^2 + 10 . 10{,}16 = \text{rd. } 727 \text{ qcm.}$$

$$I = \frac{1}{12} 25^4 + 10 . 10{,}16 . 10^2 = \text{rd. } 42702.$$

$$i^2 = \frac{I}{F} = \frac{42702}{727} = 58{,}7.$$

Unter der Annahme $k = 250$ kg/qcm ist demgemäß:

$$\sigma_k = \frac{250}{1 + 0{,}0001 \frac{400^2}{58{,}7}} = 197 = \text{rd. } 200 \text{ kg/qcm.}$$

Bei 8facher Sicherheit würde die Säule mithin tragen können:

$$P = \frac{200}{8} . 727 = 18{,}175 \text{ t.}$$

In dem nachfolgenden Beispiele sei schließlich nachgewiesen, welch hohe — und unwahrscheinliche — Ergebnisse die Anwendung der durch die preußischen Vorschriften empfohlenen Eulerschen Formel liefert. Da die genannten Bestimmungen für n den Wert 15 vorschreiben, ist die Rechnung sowohl mit dieser Zahl als auch mit $n = 10$ durchgeführt.

Beispiel 3. Ein 4 m hoher, beiderseits frei geführter Eisenbetonpfeiler von 30×30 cm Querschnittsfläche sei mit 4 Rundeisenstäben von einem Gesamtquerschnitte von 16 qcm armiert und mit 30000 kg zentrisch belastet; der Abstand der Eisen von der Pfeileraußenfläche betrage 3,0 cm.

Es ergibt sich für:

$$n = 10$$

$$P = \sigma_b (F_b + n F_e) = 30000 = \sigma_b (30 . 30 + 10 . 16).$$

$$\sigma_b = 28{,}3 \text{ kg/qcm.}$$

$$\sigma_e = n \sigma_b = 10 \sigma_b = 283 \text{ kg/qcm.}$$

$$n = 15$$

$$P = 30000 = \sigma_b (30 . 30 + 15 . 16).$$

$$\sigma_b = 26{,}3 \text{ kg/qcm.}$$

$$\sigma_b = n \sigma_b = 15 . 26{,}3 = 395 \text{ kg/qcm.}$$

Die Tragfähigkeit berechnet sich nach der Eulerschen Gleichung zu:

$$P = \frac{\pi^2 E_b I}{s . l^2}.$$

Wird E_e zu 2100000 kg/qcm angenommen, die Sicherheit (s) zehnfach gerechnet, und für n der Wert 10 bezw. 15 eingeführt, so ergibt sich für:

$$n = 10$$

$$E_b = \frac{2\,100\,000}{10} = 210000 \text{ kg/qcm.}$$

$$I = \frac{30^4}{12} + 10 . 4 . 4 . 12{,}0^2 = 90540 \text{ cm}^4$$

$$P = \frac{10 . 210\,000 . 90\,540}{10 . 400^2} = 118834 \text{ kg} = \text{rd. } 118{,}8 \text{ t.}$$

$$n = 15$$

$$E_b = \frac{2\,100\,000}{15} = 140000 \text{ kg/qcm.}$$

$$I = \frac{30^4}{12} + 15 . 4 . 4{,}0 . 12{,}0^2 = 102600 \text{ cm}^4.$$

$$P = \frac{10 . 140\,000 . 102\,600}{10 . 400^2} = 89303 \text{ kg} = 89{,}3 \text{ t.}$$

Da die Säule nur 30 000 kg = 30 t zu tragen hat, ist mithin eine Knickgefahr nicht vorhanden; die Säule trägt bei 10facher Sicherheit eine Last von 118,8 bezw. von 89,3 t, würde also erst zerknicken bei einer Achskraft von 1188 bezw. 839 t — ein Ergebnis, das wenig wahrscheinlich erscheint. Rechnet man im vorliegenden Falle mit der Ritterschen Gleichung 1), so ergibt sich für $I = 90\,540$ cm⁴, $F = 1060$ und $i^2 = 85{,}4$:

$$\sigma_k = \frac{k}{1 + 0{,}0001 \cdot \frac{l^2}{i^2}} = \frac{300}{1 + 0{,}0001 \cdot \frac{400^2}{85{,}4}} = \frac{300}{1 + 0{,}0001 \cdot 1862} = 253 \text{ kg qcm.}$$

Mithin würde hierselbst der Pfeiler bei 10facher Sicherheit eine Belastung von $P = 25{,}3 \cdot 1060 = 26{,}82$ t (gegenüber 118,83 t oben!) tragen können.

In gleicher Weise liefert Beispiel 2 nach der Eulerschen Gleichung bei $n = 10$ und $s = 8$ eine Tragfähigkeit der Säule von 66,4 t, während nach Ritter sich nur eine solche von 18,175 t ergeben hat.

Das Beispiel dürfte erweisen, daß, abgesehen von den vorerwähnten allgemeinen Gesichtspunkten, die Eulersche Formel auch in praktischen Fällen für Eisenbetonstützen wenig geeignet erscheint.

Ein etwas anderer Weg, die Knickfestigkeit von Eisenbetonstützen auf Grund der Eulerschen Gleichung zu ermitteln, ist von Koenen angegeben worden [1].

Aus der allgemeinen Form der Eulerschen Gleichung:

$$1)\quad P = \frac{r}{s}\,\frac{1}{\alpha}\,\frac{\pi^2 I_{min}}{l^2},$$

in welcher $\frac{1}{\alpha}$ = der Elastizitätszahl ist, und r den „Einspannnngs"koeffizienten darstellt, entwickelt, Koenen die Beziehung:

$$2)\quad P = \frac{r}{s}\,\frac{\pi^2}{l^2}\left(\frac{I_b}{\alpha} + \frac{I_e}{\beta}\right) = \frac{r}{s}\,\frac{\pi^2}{l^2}\,(I_b E_b + I_e E_e) = \frac{r}{s}\,\frac{\pi^2}{l^2} \cdot E_e \left(I_e + \frac{1}{n} I_b\right).$$

Hieraus folgt:

$$3)\quad I_e = \frac{r}{s}\,\frac{P \cdot l^2}{\pi^2}\,\frac{1}{E_e} - \frac{1}{n} I_b,$$

eine Gleichung, die deshalb bequem zu rechnen ist, weil I_b durch die äußeren Querschnitts (Beton)-Abmessnngen in der Regel gegeben ist.

Setzt man in Gleichung 3) zur Vereinfachnng derselben:

$$\pi^2 = 10,\ s = 10,\ n = 10,\ E_e = \text{rund } 2000 \text{ t qcm, so folgt:}$$

$$4)\quad I_e = \frac{10}{r} \cdot \frac{Pl^2}{2} - \frac{1}{10} I_b \text{ und}$$

$$5)\quad P = \frac{1}{5}\, r\, \frac{I_e + \frac{1}{10} I_b}{l^2}.$$

$$5')\quad I_e + \frac{1}{10} I_b = 5\,\frac{Pl^2}{r}.$$

In diesen Gleichungen ist P in t., l in m. und I in cm⁴. einzuführen.

Ist nun die Säule an beiden Enden fest eingespannt, bezw. hierselbst geführt, so ist $r = 4$ bezw. $= 1$; ist sie einseitig eingespannt, am anderen (oberen) Ende geführt, oder hierselbst ganz frei, so ist $r = 2$ bezw. $= \frac{1}{4}$ zn rechnen [2]. Hieraus ergeben sich die folgenden 4 Gleichnngen:

6') Stütze beiderseits fest eingespannt:

$$I_e + \frac{I_b}{10} = \frac{5}{4} Pl^2.$$

[1] Vergl.: Die Koenensche Broschüre über die Berechnung von Beton- und Eisenbetonbauten. III. Aufl. S. 20 21; in den obigen Gleichungen bedeutet $\frac{1}{\alpha}$ den Wert von E_b, $\frac{1}{\beta}$ den Wert von E_e.

[2] Die wahren Knicklängen sind in der Reihenfolge der obigen Zusammenfassung: 1) beiderseits eingespannt $\frac{l}{2}$, 2) beiderseits geführt l. 3) einseitig eingespannt und geführt 0,71 l, 4) einseitig eingespannt, andererseits vollkommen frei 2 l. Hieraus ergeben sich durch Erhebung ins Quadrat die obenstehenden Zahlen und demgemäß die nachfolgenden Gleichungen 6' bis 6''''.

6'') Stütze beiderseits frei geführt.

$$I_e + \frac{I_b}{10} = 5\,Pl^2.$$

6''') Stütze einerseits fest eingespannt, andererseits frei geführt.

$$I_e + \frac{I_b}{10} = \frac{5}{2}\,Pl^2.$$

6'''') Stütze einerseits eingespannt oder geführt, andererseits vollkommen frei.

$$I_e + \frac{I_b}{10} = 20\,Pl^2.$$

Da diese Formeln die Art der Einspannungen bereits berücksichtigen, so ist in ihnen l die mathematische Länge der Stützen.

Da in der Koenenschen Gleichung das gesamte Trägheitsmoment des Querschnittes in der Form

$$\left(I_e + \frac{I_b}{10}\right) = \left(I_e + \frac{I_b}{n}\right)$$

erscheint, in den Berechnungen nach Euler — so auch in dem Beispiele 3 aber meist in der Form $I_b + \frac{I_e}{n}$ dargestellt wird, somit hier nur den n_{ten} Teil des sonst gebrauchten Ausdruckes bezeichnet, so steht auch nicht zu erwarten, daß die Rechnungsergebnisse erheblich andere sein werden, als sie die normale Eulersche Gleichung liefert. Es werden also auch den Koenenschen Gleichungen — wie aus der Art ihrer Entwickelung zu erwarten steht — die Nachteile der Grundformeln von Euler bei Beurteilung der Zerknickung von Eisenbetonsäulen anhaften.

Es geht dies u. a. aus dem folgenden Beispiele hervor.

In Beispiel 3 auf S. 214 wurde die Knicksicherheit einer 4 m langen oben und unten geführten Verbund-Stütze behandelt. Der Querschnitt war durch ein Quadrat von 30 cm Seitenfläche gebildet; als Armierung waren 4 Rundeisen von je 4 qcm Fläche und in 12 cm Abstand von der Hauptachse des Querschnittes angeordnet. Die Stütze trug bei 10facher Sicherheit nach der Eulerschen Gleichung (bei n = 10) rund 118,8 t. Ein nicht allzu verschiedenes Ergebnis liefert die hier in Frage kommende Gleichung 6''):

$$I_e + \frac{I_b}{10} = 5\,Pl^2.$$

Hier ist: I_e = rund $4 \,.\, 4 \,.\, 12^2 = 16 \,.\, 144 = 2304$ cm⁴; $I_b = \frac{30^4}{12} = 67500$ cm⁴.

Mithin wird:

$$I_e + \frac{I_b}{10} = 2304 + \frac{67500}{10} = 9054 \text{ cm}^4 =$$

rd. $\frac{1}{10}$ des in Beispiel 3) ermittelten Trägheitsmomentes von 90540 cm⁴. Da l = 4,00 m ist, wird schließlich:

$$P = \frac{9054}{5 \,.\, 4{,}0^2} = \frac{9054}{80} = 113{,}2 \text{ t.}$$

Es zeigt sich also, daß auch hier ein unwahrscheinlich hohes Ergebnis erzielt wird.

---

§ 24.

Die Einwirkung einer unsymmetrischen Eiseneinlage bei normaler Druckbeanspruchung und der Einfluß einer außerhalb der Achse angreifenden, Biegungsspannungen hervorrufenden Normalkraft.

Eine jede unsymmetrische Eiseneinlage bedingt — vergl. Abb. 80a und b — bei einem sonst symmetrisch geformten Querschnitte gegenüber dessen Symmetrieachsen eine Verschiebung des Schwerpunktes, und zwar die Verlegung einer der Schwerachsen nach der größeren Eiseneinlage, oder falls nur eine solche vorhanden, nach dieser hin.

Die Schwerpunktsverlegung kann — vergl. Abb. 80a — durch die schon in § 17 benutzte Beziehung:

1) $y = \frac{S}{F}$ und $u = y - \frac{h}{2}$

bestimmt werden, worin S das statische Moment des Querschnittes in bezug auf die Querschnittskante darstellt, von welcher an y gerechnet wird, während F den gesamten Querschnitt bezeichnet. So ist z. B. im Hinblicke auf Abb. 80a

1') $y = \frac{S}{F} = \frac{\frac{bh^2}{2} + n\,F_e\,(h - c)}{b\,.\,h + n\,F_e}$

Auch kann der Wert der Schwerpunktsverschiebung — vergl. Abb. 80c — unmittelbar aus der Beziehung abgeleitet werden:

2) $u\,.\,(bh + n\,(F_e + F_e')) = + e\,n\,F_e - e'\,n\,F_e'$[1].

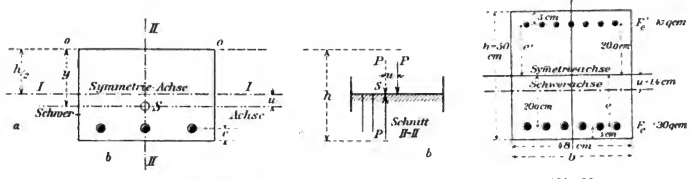


Abb. 80a und b.

Abb. 80c.

Beispiel. Der Wert u soll für den in Abb. 80c dargestellten unsymmetrisch armierten Querschnitt bestimmt werden.

Nach Gleichung 1') ergibt sich in bezug auf die untere Querschnittskante:

$$y = \frac{\frac{48\,.\,50^2}{2} + 10\,.\,(10\,.\,45 + 30\,.\,5)}{48\,.\,50 + 10\,(10 + 30)} = \frac{60\,000 + 6000}{2400 + 400} = \frac{66\,000}{2800} = 23{,}6 \text{ cm}$$

d. h. die Schwerachse hat sich um 25,0 − 23,6, d. i. um 1,4 cm nach unten zu verschoben.

Das gleiche Ergebnis liefert unmittelbar die Rechnung nach Gleichung 2)

$$u\,.\,(48\,.\,50 + 10\,[30 + 10]) = 20\,.\,10\,.\,30 - 20\,.\,10\,.\,10 = 20\,.\,10\,.\,20.$$

$$u = \frac{4000}{2400 + 400} = \frac{4}{2{,}8} = \text{rund } 1{,}4 \text{ cm}.$$

Ist das Verhältnis des Eisenquerschnittes zum Betonquerschnitte in %: $\varphi = \frac{F_e}{F_b}$ gegeben, oder auf Grund ähnlicher Ausführungen anzunehmen, so kann die Gleichung 2) für eine einfache einseitige Einlage:

2') $u = \frac{e\,n\,F_e}{bh + nF_e}$

nach Kürzung mit dem Werte nF_e und nach Einführung von $bh = F_b$ auch in der Form geschrieben werden:

2'') $u = \frac{e}{1 + \frac{F_b}{nF_e}} = \frac{e}{1 + \frac{1}{n\,.\,\varphi}}$.

Hierin bedeutet wiederum e den Abstand der Eisenanlage F_e von der Symmetrieachse des Querschnittes.

[1]) Hierbei sind die Flächengrößen $(b\,h + n\,(F_e + F_e'))$ sowie $n\,F_e$ und $n\,F_e'$ als Gewichte, d. h. als parallele Kräfte aufgefaßt, und die bezügliche Momentengleichung auf die Symmetrieachse bezogen.

Beispiel. Der in Abb. 81 dargestellte Betonquerschnitt soll mit rund 2 % Eisen armiert werden. Die Einlagen sollen vom unteren Rande 2 cm entfernt liegen.

Demgemäß ist e = 32 − 2 − 16 = 14 cm und somit:

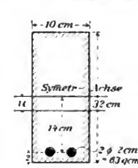


Abb. 81.

$$u = \frac{14}{1 + \frac{1}{10 \cdot 0{,}02}} = \frac{14}{1 + \frac{1}{0{,}2}} = \frac{14}{6} = 2{,}3 \text{ cm}.$$

Die Eiseneinlage wird etwa aus 2 Rundeisen von 2 cm Durchmesser bestehen = 2 . 3,14 = 6,28 qcm (= rd. $\frac{2}{100}$. 320 = rd. 6,4 qcm).

Greift im Symmetriepunkte des Betonquerschnittes eine Normalkraft = „P" an, so wird jetzt, infolge der veränderten Schwerpunktslage, ein Moment M = P . u erzeugt, welches den Querschnitt zusätzlich auf Biegung beansprucht. Es erleidet mithin eine jede Faser des Querschnittes eine zweifache Spannung, einmal aus der Achsenkraft P eine gleichmäßig über den Querschnitt verteilte Druckspannung, und zum anderen eine Biegungsbeanspruchung aus dem Momente P . u, vergl. Abb. 80b. Die Gesamtspannung wird sich demgemäß nach der Gleichungsform:

$$\sigma = -\frac{P}{F} \mp \frac{M}{W}$$

zusammensetzen.

Da in § 14 und auf den S. 125/126 für die Biegungsspannungen die Gleichungen:

$$\sigma_b = \frac{Mx}{I_n} = \frac{2\,M}{a \cdot b \cdot x}$$

$$\sigma_e = n \cdot \frac{M \cdot y}{I_n} = \frac{M}{a F_e}$$

entwickelt worden sind, ferner nach § 22 die einfache Normalspannung infolge einer Achsenkraft sich in der Form:

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + n F_e}; \qquad \sigma_e = \frac{P}{F_e + \frac{F_b}{n}}$$

ausdrückt, so geht mithin die vorstehende Gleichung für die zusammengesetzte Spannung in die Form über:

$$3) \quad \sigma_b = -\frac{P}{F_b + n F_e} \overset{-}{(+)} \frac{2\,M}{a \cdot b \cdot x} = -\frac{P}{F_b + n F_e} \overset{-}{(+)} \frac{M \cdot x}{I_n}.$$

$$4) \quad \sigma_e = -\frac{P}{F_e + \frac{F_b}{n}} \overset{(-)}{+} \frac{M}{a F_e} = -\frac{P}{F_e + \frac{F_b}{n}} \overset{(-)}{+} \frac{n M y_1}{I_n}.$$ [1]

Dieselben Gleichungen finden auch sinngemäß Anwendung, wenn der Querschnitt durch eine Normalkraft exzentrisch beansprucht wird, bezw. eine solche auf einen symmetrisch armierten Symmetriequerschnitt einwirkt, Fälle, welche bei der Gewölbeberechnung die Regel bilden.

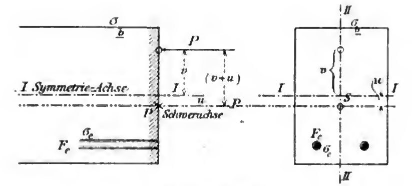
Im ersten Falle ergibt sich, — Abb. 82: M = P(u + v), während im zweiten Falle — Abb. 83 — das Moment M = P . v allein von der Exzentrizität des Kraftangriffes abhängig ist. In dem besonders wichtigen ersten Falle ergeben sich demgemäß die Gleichungen für σ_b u. σ_e:

---

[1]) Mit denselben Gleichungen, nur in etwas anderer Form, rechnet auch Koenen, vergl. dessen Broschüre über die Grundlage zur Berechnung der Eisenbetonbauten. III. Auflage. S. 19.

$$5)\quad \sigma_b = -\frac{P}{F_b + nF_e} (+) \frac{2P(v+u)}{a \, . \, b \, . \, x} = -\frac{P}{F_b + nF_e} (+) \frac{P(v+u)x}{I_n}$$

$$5')\quad \sigma_e = -\frac{P}{F_e + \frac{F_b}{n}} (-) \frac{P(v+u)}{aF_e} = -\frac{P}{F_e + \frac{F_b}{n}} (-) \frac{n \, . \, P(v+u)y}{I_n}.$$



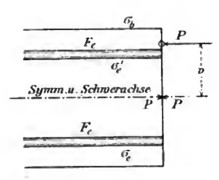


Abb. 82a und b. Abb. 83.

Da σ_b die Randspannung der Druckzone betrifft, so werden hier beide Vorzeichen in der Regel „—" sein, während für σ_e in der Zugzone der zweite Summand ein + Zeichen zu besitzen pflegt. Dementsprechend sind einzelne der Vorzeichen in den Gleichungen 4 und 5 eingeklammert. Die zweiten Formen der Gleichungen (mit I_n) empfehlen sich im besonderen bei doppelseitig armierten Querschnitten, vergl. Beispiel 3.

Die Anwendung der vorstehenden Gleichungen sei an den nachfolgenden drei Beispielen erläutert.

Beispiel 1. Ein Gewölbequerschnitt — wie ihn Abb. 84 zeigt — sei von der Normalkraft $P = 3000$ kg für 10 cm Tiefe beansprucht; dieselbe greift 10 cm von der Symmetrieachse nach oben entfernt an. Die einseitige Einlage besteht aus Rundeisen von 2 cm Durchmesser und in einer gegenseitigen Entfernung von 5 cm; es entfallen mithin auf einen 10 cm tiefen Gewölbestreifen gerade 2 Einlagestäbe; mithin ist

$$F_e = 2 \, . \, \frac{2^2}{4} \, . \, 3{,}14 = \text{rd. } 6{,}3 \text{ qcm.}$$

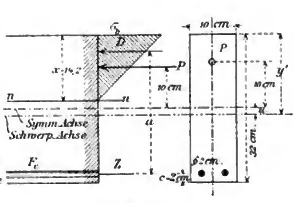


Abb. 84a und b.

Die infolge der einseitigen Armierung sich vollziehende Schwerpunktsverschiebung folgt aus den Beziehungen, vergl. die Abb.

$$u = y' - \frac{h}{2}; \quad y' = \frac{S}{F} = \frac{\frac{bh^2}{2} + nF_e(h-c)}{bh + nF_e} = \frac{10 \, . \, \frac{32^2}{2} + 10 \, . \, 6{,}3 \, . \, 30}{10 \, . \, 32 + 10 \, . \, 6{,}3} = \frac{7015}{383} = 18{,}30 \text{ cm.}$$

$$u = 18{,}30 - \frac{32{,}0}{2} = 2{,}3 \text{ cm.}$$

Der Querschnitt, einfach armiert, liefert die Lage der neutralen Achse durch die Beziehung:

$$x = \frac{nF_e}{b}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2b(h-c)}{nF_e}}\right) = \frac{10 \, . \, 6{,}3}{10}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \, . \, 10 \, . \, 30}{10 \, . \, 6{,}3}}\right) = 14{,}2 \text{ cm.}$$

Hieraus ergibt sich:

$$a = 32 - 2 - \frac{14{,}2}{3} = 25{,}3 \text{ cm, und mithin wird:}$$

$$\sigma_b = -\left(\frac{P}{F_b + nF_e} + \frac{2P(u+v)}{abx}\right) = -\left(\frac{3000}{320 + 10 \, . \, 6{,}3} + \frac{2 \, . \, 3000(2{,}3+10)}{25{,}3 \, . \, 10 \, . \, 14{,}2}\right) =$$

$$= -(7{,}8 + 20{,}6) = -28{,}4 \text{ kg/qcm Druck.}$$

$$\sigma_e = -\left(\frac{P}{F_e + \frac{F_b}{n}} - \frac{P(v+u)}{a F_e}\right)^{1)} = -\left(\frac{3000}{6{,}3 + \frac{320}{10}} - \frac{3000\,(10+2{,}3)}{25{,}3\,.\,6{,}3}\right) =$$

$$= -78 + 232 = 154 \text{ kg/qcm Zug.}$$

Beispiel 2. Eine Säule von dem in Abb. 85 dargestellten Querschnitte und zwar zunächst einseitig armiert angenommen, werde durch die exzentrisch wirkende Normalkraft $P = 10$ t beansprucht; es ist $v = 10$ cm; $F_e = 2\,.\,\frac{2^2}{4}\,.\,3{,}14 = 6{,}3$ qcm. Es ergibt sich in derselben Weise wie in Beispiel 1.

Abb. 85.

$$y' = \frac{S}{F} = \frac{\frac{30^3}{2} + 10\,.\,6{,}3\,.\,28}{30^2 + 10\,.\,6{,}3} = 15{,}9 \text{ cm}; \qquad u = 15{,}9 - 15{,}0 = 0{,}9 \text{ cm.}$$

$$x = \frac{10\,.\,6{,}3}{10}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,.\,30\,.\,28}{10\,.\,6{,}3}}\right) = 8{,}9 \text{ cm};$$

$$a = 30 - 2 - \frac{8{,}9}{3} = \text{rd. } 25 \text{ cm.}$$

$$\sigma_b = -\left(\frac{10\,000}{900 + 10\,.\,6{,}3} + \frac{2\,.\,10\,000\,.\,10{,}9}{25\,.\,30{,}0\,.\,8{,}9}\right) =$$

$$-(10{,}4 + 32{,}6) = -43{,}0 \text{ kg/qcm Druck.}$$

$$\sigma_e = -\left(\frac{10\,000}{6{,}3 + \frac{900}{10}} - \frac{10\,000\,.\,10{,}9}{25\,.\,6{,}3}\right) = -104 + 692 = +588 \text{ kg/qcm Zug.}$$

Natürlich hätte man auch σ_e — soweit es von dem Momente hervorgerufen wird — aus der Beziehung: $\sigma_e = n\sigma_b \frac{y}{x}$ finden können:

$y = h - c - x = 30 - 2 - 8{,}9 = 19{,}1$ cm; $\sigma_b = 32{,}6$ kg/qcm; $\sigma_e = 32{,}6\,.\,10\,.\,\frac{19{,}1}{8{,}9} = $ rd. 696 kg/qcm, also eine dem oben gefundenen Werte (692) sehr ähnliche Größe.

Beispiel 3. Die unter 2 behandelte Säule sei, weil die Kraft P auf verschiedenen Seiten des Querschnittes angreifen kann, doppelt armiert. Alsdann ist: $F_e = $ rd. 12,5 qcm; $u = 0$; $v = 10$ cm.

x ergibt sich aus der Gleichung:

$$x = -n\frac{(F_e' + F_e)}{b} + \sqrt{\frac{n^2(F_e' + F_e)^2}{b^2} + \frac{2n}{b}\left(F_e' c' + F_e(h-c)\right)} =$$

$$= -\frac{10\,.\,12{,}5}{30} + \sqrt{\frac{10^2\,.\,12{,}5^2}{30^2} + \frac{2\,.\,10}{30}\,.\,6{,}25\,(2 + 30 - 2)} = 7{,}8 \text{ cm.}$$

Mithin wird zunächst die Biegungsspannung aus dem Momente:

$$\sigma_{b_1} = \frac{Mx}{I_n}, \text{ für } M = P\,.\,v = 10\,000\,.\,10 = 100\,000 \text{ kg.cm und für } x = 7{,}8, \text{ sowie für:}$$

$$I_n = \frac{1}{3}x^3 b + n(F_e'(x-c')^2 + nF_e(h-x-c)^2 = \frac{1}{3}\,7{,}8^3\,.\,30 + 10\,.\,6{,}25\,(5{,}8^2 + 20{,}2^2) = 32\,246 \text{ cm}^4.$$

$$\sigma_{b_1} = \frac{100\,000\,.\,7{,}8}{32\,246} = 24{,}2 \text{ kg/qcm.}$$

Hierzu tritt noch die Größe der Normalbeanspruchung infolge der Belastung durch P.

$$\sigma_{b_2} = \frac{P}{F_b + nF_e} = \frac{10\,000}{900 + 10\,.\,12{,}5} = 9{,}7 \text{ kg/qcm.}$$

Mithin wird:

$$\sigma_b = -(\sigma_{b_2} + \sigma_{b_1}) = -(9{,}7 + 24{,}2) = -33{,}9 \text{ kg/qcm.}$$

Für σ_e ergibt sich in gleicher Weise die Biegungsbeanspruchung:

$$\sigma_{e_1} = \sigma_{b_1}\,.\,n\,\frac{y}{x} = 24{,}2\,.\,10\,.\,\frac{20{,}2}{7{,}8} = 626{,}6 \text{ kg/qcm,}$$

während aus der Normalbelastung folgt:

$$\sigma_{e_2} = \frac{P}{F_e + \frac{F_b}{n}} = \frac{10\,000}{12{,}5 + \frac{900}{10}} = 97 \text{ kg/qcm.}$$

---

1) Das —-Zeichen innerhalb der Klammer findet seine Erklärung dadurch, daß P außerhalb des Querschnittskernes angreift, mithin an der entgegengesetzten Querschnittsseite Zugspannungen erzeugt.

Mithin wird:

$$\sigma_e = -\sigma_{e_2} + \sigma_{e_1} = -97 + 626{,}6 = 529{,}6 \text{ kg/qcm}.$$

In der dem Angriffspunkte von P nahe gelegenen Eiseneinlage tritt nur Druckspannung auf; dieselbe ist durch die Gleichung:

$$\sigma_e' = -\frac{P}{F_e + \frac{F_b}{n}} - \sigma_b \cdot n \frac{y'}{x} \text{ gegeben; } y' = 7{,}8 - 2 = 5{,}8 \text{ cm;}$$

$$\sigma_e' = -97 - 24{,}2 \cdot 10 \cdot \frac{5{,}8}{7{,}8} = -97 - 180 = \text{rd. } 277 \text{ kg/qcm Druckspannung.}$$

Vergleicht man die Ergebnisse von Beispiel 3) mit den Resultaten von 2), so wird man sich dahin aussprechen können, daß eine Vernachlässigung der Armierung in der Druckzone in der Regel keinen sehr erheblichen Einfluß auf die Grösse der Spannungen ausüben wird.

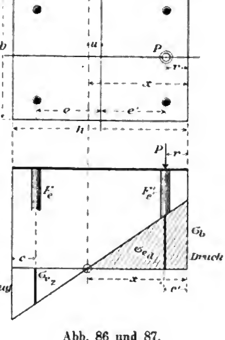


Abb. 86 und 87.

Auf einem erheblich anderen — aber weniger einfachen Wege — führen die preußischen Bestimmungen für den Hochbau die Rechnung durch.

Zunächst ergibt sich — vergl. Abb. 86 und 87 — aus der Bedingung, daß die Summe der äußeren und inneren Kräfte = 0 sein muß, die Beziehung:

1) $P = \sigma_b \frac{b}{2} \cdot x + F_e' \sigma_{ed} - F_e \sigma_{ez}$.

Ferner führt die Gleichheit der statischen Momente, bezogen auf die Symmetrieachse, zu der Gleichung:

2) $M = \sigma_b \cdot \frac{b}{2} \cdot x \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{3}\right) + F_e' \sigma_{ed}\, e' +$

$F_e\, \sigma_{ez} \cdot e = P \cdot \left(\frac{h}{2} - r\right)$.

Endlich folgen aus dem Grundgesetze die Formeln:

3) $\sigma_b : \sigma_{ed} = x : n\,(x - c')$.

4) $\sigma_b : \sigma_{ez} = x : n\,(h - c - x)$.

Diese vier Gleichungen reichen aus zur Bestimmung der vier Unbekannten x, σ_b, σ_{ed} und σ_{ez}. Für x ergibt sich nach Einsetzung der Werte von σ_{ed} und σ_{ez} aus Gleichung 3) und 4) in Gleichung 1) eine kubische Gleichung, die am besten durch Probieren gelöst wird.

Bei Stützen ist in der Regel die Armierung und die Form des Betonquerschnittes eine symmetrische. Alsdann erhalten die obigen vier Gleichungen die vereinfachten Formen:

1') $P = \sigma_b \frac{bx}{2} + F_e\,(\sigma_{ed} - \sigma_{ez})$.

2') $M = \sigma_b \frac{bx}{2} \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{3}\right) + e\,F_e\,(\sigma_{ed} + \sigma_{ez})$.

3') $\sigma_{ed} = n\sigma_b \frac{e - \frac{h}{2} + x}{x}$.

$$4') \quad \sigma_{ez} = n\,\sigma_b \frac{e + \frac{h}{2} - x}{x}.$$

Die Gleichung dritten Grades für x lautet alsdann:

$$5) \quad x^3 \frac{P}{6} - x^2 \left(\frac{h \cdot P}{4} - \frac{M}{2}\right) + x \cdot 2M \frac{n F_e}{b} - \frac{n F_e}{b}(M \cdot h + 2 P e^2) = 0.$$

Es liegt auf der Hand, daß das Rechenverfahren umständlich ist, und deshalb in der Praxis sich wenig eingeführt hat; an seine Stelle setzt Mörsch[1]) das nachfolgende, aufgebaut auf den Formeln für homogene Querschnitte:

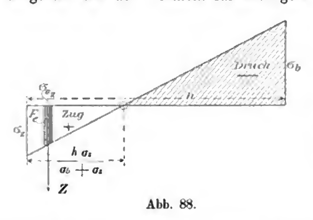


Abb. 88.

$$6) \quad \sigma_b = -\frac{P}{b \cdot h} - \frac{6M}{bh^2};$$

$$7) \quad \sigma_z = -\frac{P}{b \cdot h} + \frac{6M}{bh^2}.$$

Werden alle im Querschnitte auftretenden Zugspannungen dem einseitig angeordneten Armierungseisen zugewiesen, so ergibt sich — Abb. 88 — die gesamte hier wirksame Zugkraft aus der Beziehung:

$$8) \quad Z = \frac{1}{2} b \cdot \sigma_z \frac{h \cdot \sigma_z}{\sigma_b + \sigma_z} = \frac{1}{2} \frac{b \cdot h\,\sigma_z^2}{(\sigma_b + \sigma_z)},$$

hierin sind σ_z und σ_b mit ihren absoluten Werten einzuführen.

Schließlich erhält man dann angenähert:

$$\sigma_e = \frac{Z}{F_e}.$$

Beispiel. Ein Querschnitt von 100 qcm Abmessung, und zwar b = 1,0, h = 100 cm, sei einseitig mit einem Rundeisen von 5 mm Durchmesser — also $F_e = 0{,}2$ qcm. armiert. M sei = 30000, P = 800. Es ergibt sich:

$$\sigma_b = -\frac{800}{1 \cdot 100} - \frac{6 \cdot 30000}{1 \cdot 100 \cdot 100} = -8 - 18 = -26 \text{ kg/qcm}.$$

$$\sigma_z = -\frac{800}{1 \cdot 100} + \frac{6 \cdot 30000}{1 \cdot 100 \cdot 100} = -8 + 18 = +10 \text{ kg qcm}.$$

$$Z = \frac{b \cdot h \cdot \sigma_z^2}{2(\sigma_b + \sigma_z)} = \frac{1 \cdot 100 \cdot 100}{2(26 + 10)} = 139 \text{ kg. Mithin wird:}$$

$$\sigma_e = \frac{139}{0{,}2} = 695 \text{ kg qcm}.$$

Diese angenäherten Gleichungen liefern zwar einen ungefähr brauchbaren Wert für σ_b, zeitigen jedoch für σ_e in der Regel von den Ergebnissen einer genaueren Rechnung erheblich abweichende Resultate; sie besitzen demgemäß nur eine beschränkte Bedeutung.

So liefert z. B. eine Berechnung der Spannungen in Beispiel 2 auf S. 220 hier die Werte[2]):

$$\left.\begin{aligned}\sigma_b &= -35{,}3\\ \sigma_e &= +252\end{aligned}\right\} \text{kg/qcm},$$

während die genaue Rechnung — 43,0 und + 588 kg/qcm lieferte.

[1]) Vergl. Mörsch, Der Eisenbetonbau. II. Auflage. S. 112 und folg.

[2]) Die Rechnung ergibt für

P = 10000 kg, M = 10,9 . 10000 = 109000 kg . cm, h = b = 30 cm, $F_e = 6{,}3$ qcm.

$$\sigma_b = -\frac{10000}{900} - \frac{6 \cdot 109000}{27000} = -(11{,}1 + 24{,}2) = -35{,}3 \text{ kg/qcm}.$$

$$\sigma_e = -11{,}1 + 24{,}2 = +13{,}1 \text{ kg qcm}.$$

$$Z = \frac{30 \cdot 30 \cdot 13{,}1^2}{2 \cdot (35{,}3 + 13{,}1)} = \frac{900 \cdot 171}{2 \cdot 48{,}4} = \text{rund } 1590 \text{ kg}.$$

$$\sigma_e = \frac{1590}{6{,}5} = \text{rund } 252 \text{ kg/qcm}.$$

Handelt es sich nicht, wie in den voranstehenden Ausführungen, um die Berechnung der in einem gegebenen oder angenommenen Querschnitte bei bestimmter Belastung auftretenden Spannungswerte, sondern um eine Wahl der Hauptquerschnittsverhältnisse, im besonderen der Größe der Eiseneinlagen, so empfiehlt es sich auf dem nachfolgenden, von Dr. Saliger angegebenen Wege vorzugehen [1]).

Vorausgesetzt wird bei der Untersuchung, daß der außerhalb der beiderseitigen Eisenarmierung liegende Beton keine Berücksichtigung finde.

Im Hinblicke auf Abb. 89 ergibt sich alsdann unmittelbar aus der Figur:

1) $\sigma_b : \frac{\sigma_e'}{n} : \frac{\sigma_e}{n} = s : s : (1 - s).$

P und M folgen aus den bekannten Gleichgewichtsbedingungen:

2) $P = \frac{b \,.\, x}{2} \,.\, \sigma_b + F_e' \sigma_e' - F_e \sigma_e.$

3) $M = P \,.\, v = \frac{b \,.\, x}{2} \sigma_b \left(\frac{h'}{2} - \frac{x}{3}\right) +$

$F_e' \sigma_e' \,.\, \frac{h'}{2} + F_e \sigma_e \,.\, \frac{h'}{2}.$

Setzt man:

4') $\frac{P}{b\,h' \sigma_b} = A,$

4'') $\frac{M}{\frac{1}{6} b h'^2 \,.\, \sigma_b} = \frac{6v}{h'} \,.\, A = B,$

4''') $\frac{F_e'}{b \,.\, h} = \varphi',$

4'''') $\frac{F_e}{b \,.\, h} = \varphi,$

Abb. 89.

so entstehen die Ausdrücke:

5') $A = \frac{s}{2} + n \varphi' - \frac{1 - s}{s} n \varphi.$

5'') $B = \frac{s}{2}(3 - 2s) + 3 n \varphi' + \frac{1 - s}{s} 3 n \varphi.$

Die letzteren Gleichungen enthalten fünf Veränderliche (A, B, s, φ' und φ); von ihnen können im allgemeinen drei innerhalb bestimmter Grenzen frei gewählt werden; dies sind i. d. R.: der Betonquerschnitt $b h'$, der unter Berücksichtigung des zulässigen Wertes σ_b alsdann A und B liefert, sowie — im Interesse einer Rechnungvereinfachung s. Alsdann werden als Funktionen dieser Größe φ' und φ aus den Gleichungen 5) berechnet. Die vorteilhaftesten Eiseneinlagen werden einem s entsprechen, welches $(\varphi' + \varphi)$ zu einem Kleinstwerte macht. Aus den Gleichungen 5) folgt:

$$n(\varphi' + \varphi) = \frac{1}{1 - s}\left[A \frac{(1 - 2s)}{2} - s \,.\, \frac{(1 - 2s)}{4} + \frac{B}{6} - \frac{s(3 - 2s)}{12}\right].$$

Bildet man nun die erste Ableitung:

$$\frac{d \,.\, n(\varphi' + \varphi)}{ds}$$

[1]) Vergl. Ermittelung des Eisens in einseitig gedrückten Eisenbetonquerschnitten. Von Dr. Saliger-Kassel in D. B. Z. 1906, Nr. 10, S. 39 40.

und setzt sie gleich 0, so ergibt sich die vom Gesichtspunkte geringsten Eisenverbrauches beste Lage der Nullachse aus der Beziehung:

$$6)\quad s = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{B - 3A + 1}.$$

Aus den Gleichungen 5) berechnen sich die Werte φ' und φ.

$$7')\quad \varphi' = \frac{B + 3A - s(3 - s)}{6n}.$$

$$7'')\quad \varphi = \frac{B - 3A + s^2}{6n \cdot \frac{1 - s}{s}}.$$

Nur für den Fall, daß in Gleichung 6) die Größe $(B - 3A)$ zwischen $+3$ und -1 liegt, ergibt sich für s ein reeller, zwischen 1 und 0 liegender — also brauchbarer Wert [1]). Ein übergroßer Wert von σ_e, entsprechend einem sehr geringen s-Werte, bedingt eine Änderung des Betonquerschnittes; $\varphi' = 0$ oder negativ, bedeutet, daß in der Druckzone eine Eiseneinlage nicht erforderlich ist. Alsdann folgt s unmittelbar aus Gleichung 7').

$$8)\quad \varphi' = 0 = \frac{B + 3A - s(3 - s)}{6n}.$$

$$8')\quad s = 1{,}5 - \sqrt{2{,}25 - (B + 3A)}.$$

Es ergeben sich brauchbare Werte für $(B + 3A) < 2$ [2]).

Wird der Querschnitt symmetrisch armiert, so wird $\varphi' = \varphi$; es ergibt sich dann durch die Zusammenfassung der beiden Gleichungen 7') und 7'') eine Gleichung dritten Grades für s.

Beispiel [3]). Ein Eisenbetonquerschnitt habe eine Normalkraft $P = 13600$ kg und ein Moment $M = 462\,400$ kg.cm zu tragen. Der Betonquerschnitt sei 40.40; aus dem Abstande der Eiseneinlagen von je 3 cm vom Rande ergibt sich $h' = 40 - 2.3 = 34$ cm. σ_b sei $= 40$ kg/qcm, $n = 10$.

Es ergibt sich:

$$A = \frac{13600}{40 \cdot 34 \cdot 40} = 0{,}25 \ldots (4')$$

$$B = \frac{462\,400}{\frac{1}{6} \cdot 40 \cdot 34^2 \cdot 40} = 1{,}50 \ldots (4'')$$

$$s = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{1{,}5 - 3 \cdot 0{,}25 + 1} = 0{,}34 \ldots (6).$$

$$\varphi' = \frac{1{,}5 + 3 \cdot 0{,}25 - 0{,}34 \cdot (3 - 0{,}34)}{6 \cdot 10} = 0{,}0225 \ldots (7').$$

$$\varphi = \frac{1{,}5 - 3 \cdot 0{,}25 + 0{,}34^2}{6 \cdot 10 \cdot \frac{1 - 0{,}34}{0{,}34}} = 0{,}0075 \ldots (7'').$$

Mithin beträgt die Eiseneinlage im Druckgurte:

$$F_e' = 0{,}0225 \cdot bh' = 0{,}0225 \cdot 40 \cdot 34 = \text{rund } 30 \text{ qcm}.$$

Im Zuggurte:

$$F_e = 0{,}0075 \cdot 40 \cdot 34 = 10{,}2 \text{ qcm};$$

Ferner ist $\sigma_e' = 10 \cdot 40 = 400$ kg/qcm.

$$\sigma_e = \frac{1 - s}{s} \cdot 10 \cdot 40 = \frac{1 - 0{,}34}{0{,}34} \cdot 10 \cdot 40 = \text{rund } 770 \text{ kg/qcm}.$$

---

1) Es ist:

$$s = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{3 + 1} = 0; \quad s = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{-1 + 1} = 1.$$

2) $s = 1{,}5 - \sqrt{2{,}25 - 2{,}00} = 1$. Für jeden Wert von $(B + 3A)$, der geringer als 2, wird $s < 1$

3) Der vorgenannten Arbeit von Dr. Saliger entnommen.

Schließlich sei auf die, den gleichen Gegenstand, wie vorstehend, behandelnde Untersuchung von Dr. Weiske: „Statische Berechnung exzentrisch gedrückter Eisenbetonquerschnitte auf Grundlage der preußischen Bestimmungen v. 16. 4. 04" in Z. u. B. 1906, Heft 2, S. 22, verwiesen.

---

§ 25.

Die Berechnung von Brückengewölben aus Eisenbeton.

Im Brückenbau findet der Eisenbeton ein wichtiges Anwendungsgebiet bei der Herstellung von Gewölben. Als Hauptsysteme der Gewölbeausbildung kommen hier in Frage solche mit ungeteiltem, rechteckigem, durch Eiseneinlage in verschiedener Weise verstärktem Querschnitte und solche nach Art der Plattenbalken, also mit einzelnen Tragrippen und zwischen diesen in der Obergurtebene anschließenden Platten hergestellt. Zu der ersten Art gehören vor allem die Monier- und Melanbauweise, zu der letzteren die meisten der Hennebiquebogenbrücken.

Bei dem System **Monier**, dessen zahlreiche Ausführungen massive Brücken bis zu fast 50 m Spannweite und vielfach mit einem Pfeilverhältnisse bis 1 : 10 aufweisen, richten sich in der Regel die Einlagen — ein zusammenhängendes Netz von Rundeisenstäben — ausschließlich nach den auftretenden Zugspannungen. Es finden sich demgemäß vollkommen doppelte Einlagen nur bei großen Spannweiten und sehr flachen Gewölben; meist wird die untere Einlage nur durchgeführt und, wenn notwendig, durch ein zweites kurzes Netz im Rücken des Gewölbes und nahe der Bruchfuge (auf $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{8}$ der Rückenlänge) ergänzt. Die Menge des verwendeten Eisens ist verhältnismäßig gering und kann für Versuchsrechnungen zu rund 0,66 % angenommen werden.

Den Moniergewölben stehen — wenn auch nur in beschränktem Maße — Eisenbetonbauten nahe, wie sie z. B. die Grünwalder, von Mörsch erbaute, Isarbrücke zeigt[1]). Hierselbst ist das Gewölbe von vornherein so geformt, daß bei bester Materialausnutzung auf Druck rechnerisch keinerlei Zugspannungen auftreten. Da man aber nicht sicher sein kann, daß bei der Ausführung des Gewölbes die theoretische Form genau inne gehalten wird, so ist das Gewölbe mit einer Eisenarmierung versehen, die also rechnerisch nicht begründet ist und nur aus praktischen Gründen zur Erhöhung der Sicherheit angeordnet wurde. Es liegt also hier ein zwar aus Beton und Eisen gebildetes Gewölbe vor, das aber als kein reines Verbundgewölbe — im Sinne des Eisenbetonbaus — angesprochen werden kann.

Bei den **Melan**-Brückengewölben, deren Spannweiten vielfach größer sind, als bei den Monierausführungen, wird die Eiseneinlage in einzelnen, selbst tragfähigen, flußeisernen Bogenträgern konzentriert, die in der Regel einen bestimmten Teil der Eigenlast des Gewölbes, der Schalung usw. schon während der Herstellung der Brücke zu tragen haben. Die Entfernung dieser Eisenbögen, welche vollkommen in dem Betonquerschnitte eingebettet liegen, schwankt zwischen 0,75 m und 1,50 m. Die Eisenmenge

[1]) Vergl. die Isarbrücke bei Grünwald von Prof. Mörsch-Zürich. Sonderabdruck aus der Schweizerischen Bauzeitung Bd. XLIV, Nr. 23, 24, Zürich 1905, sowie die bezügl. Ausführungen über diesen Bau von Mörsch in seinem Werke: „Der Eisenbetonbau", II. Auflage.

ist erheblich höher als wie bei Monier und liegt meist zwischen 1,7 und 2,2%: als Mittelwert für die Berechnung kann rund 2,0% empfohlen werden. Fast stets sind die Melangewölbe als Dreigelenkbögen ausgeführt und somit Gelenke sowohl in den Eisenbögen als auch in den zwischen diesen liegenden Betonstreifen angeordnet. Melanbrücken finden sich — in sehr erheblicher Anzahl — im besonderen in Österreich und in den Vereinigten Staaten von Nordamerika.

Die **Hennebique**-Bogenbrücken zeigen — wenigstens soweit sie größere Spannweiten besitzen — in der Regel den Querschnitt des Plattenbalkens. Die Brücke zeigt also hier die Form eines Rippengewölbes. Die einzelnen Rippen selbst sind ähnlich wie bei Monier mit Rundeisen armiert, welche dort liegen, wo die auftretenden Zugkräfte dies bedingen, also bald der Leibung folgen, bald sich dem Gewölberücken anschließen. Die im besonderen in Frankreich verbreitete Gewölbeform hat in Deutschland bisher keine Anwendung gefunden; sie scheint auch deshalb nicht einwandfrei, weil es hier nicht möglich ist, die Einlagen in den Untergurten der einzelnen Rippen durch Querverbände zu vereinigen und somit der Querdehnung entgegen zu wirken, welche die in den einzelnen Gewölbequerschnitten wirksamen Längsdruckkräfte bedingen [1]. Bei der statischen Berechnung dürfte es sich empfehlen, die Rippen, bis zur Oberkante der Platte durchgeführt, als Hauptträgteile anzusehen, ihre Verstärkung durch die Platte also rein konstruktiv zu behandeln. —

Die **Methoden**, das Eisenbetongewölbe als solches zu berechnen, sind naturgemäß die gleichen wie bei einer homogenen massiven Brücke; auch hier wird man mit dem Aufzeichnen von Stützlinien oder der Konstruktion von **Einflußlinien** [2] — zweckmäßig für die Kernpunkts-Momente — zum Ziele gelangen [3]; in letzterer Be-

[1]) Vergl. hierzu in dem Christopheschen Werke „Der armierte Beton etc.“ Nr. 625, S. 505: „Rippengewölbe“.

[2]) Vergl. hierzu neben der nachstehend im Text angeführten Arbeit von Mörsch die Ausführungen von Dr. R. Schönhöfer in d. Monatsschr. f. d. öffentl. Baudienst 1904, Heft 14, sowie die hierzu passenden Rechnungsbeispiele in B. u. E. 1906, Heft XII, 1907, Heft I und II, über die Anwendung des Eisenbetonbaues bei den neuen, durch die k. k. Eisenbahndirektion hergestellten Bahnlinien der österreichischen Monarchie.

[3]) Die Bestimmung der Kernpunkte erfolgt in einfacher Weise — allerdings erst nach Annahme einer Armierung — durch die Gleichungen:

$$k_1 = \frac{W_1}{F}; \quad k_2 = \frac{W_2}{F}.$$

Hierin bedeuten W_1 und W_2 die zu k zugehörenden Widerstandsmomente, während F den auf Beton reduzierten Querschnitt angibt.

Liegt z. B. ein Eisenbetonquerschnitt — wie er in Abb. 80c dargestellt ist — vor, bei welchem, wie auf Seite 217 bereits ermittelt wurde, die unsymmetrische Eiseneinlage eine Verschiebung der Schwerachse um 1,4 cm nach der stärkeren Armierung zu bedingt, so ergibt sich bei:
$b = 48$ cm; $h = 50$ cm; $F_e' = 10$ qcm; $F_e = 30$ qcm; $c = c' = 5$ cm; $u = 1{,}4$ cm, zunächst das Trägheitsmoment I_n in bezug auf die Gesamtschwerachse:

$$I_n = \frac{1}{12} bh^3 + b \cdot h \cdot u^2 + n\,(F_e' y'^2 + F_e y^2) =$$

$$= \frac{1}{12} 48 \cdot 50^3 + 48 \cdot 50 \cdot 1{,}4^2 + 10\,\big(10\,(25 - 5 + 1{,}4^2) + 30\,(25 - 5 - 1{,}4^2)\big) = 585\,140.$$

Mithin wird:

$$W_1 = \frac{I_n}{(25 - 5 - 1{,}4)} = \frac{I_n}{18{,}6} = \frac{585\,140}{18{,}6} = \text{rd. } 31\,450$$

und

$$W_2 = \frac{I_n}{(25 - 5 + 1{,}4)} = \frac{I_n}{21{,}4} = \text{rd. } 27\,400.$$

Da weiter $F = bh + n\,(F_e' + F_e) = 48 \cdot 50 + 10\,(10 + 30) = 2800$ ist, so ergibt sich mithin schließlich:

ziehung sei auch auf das von Mörsch in der Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen vom Jahre 1900 (in Heft II) begründete Verfahren verwiesen.

Auch ist es durchaus zweckmäßig, die Form des Eisenbeton-Gewölbes auf Grund der Tolkmittschen Methode[1]) in der Art zu wählen, daß für eine bestimmte Belastung die Stützlinie mit der Mittellinie zusammenfällt. Wählt man für diese Belastung die Tolkmittsche Normallast — bestehend aus dem Eigengewichte der Brücke nebst ihrer halben über das ganze Gewölbe sich erstreckenden Verkehrslast, so wird man zugleich das Gewölbe im wirtschaftlichen Sinne günstig formen, weil alsdann die Abweichungen der Stützlinie von der Mittellinie des Gewölbes für totale und einseitige Vollbelastung sich in engeren Grenzen halten, als wenn das Gewölbe für Eigenlast oder für Totallast allein geformt wäre. Auch hier dürfte es sich empfehlen, einen homogenen Querschnitt für das Eisenbetongewölbe in der Art einzuführen, daß die Eiseneinlagen mit dem 10- $(= n)$ fachen Betrage ihrer Größe in Rechnung gestellt und dementsprechend das Gewölbe verstärkt wird. Da die Einlagen stets über die Strecke hinausgeführt werden, woselbst sie zur Aufnahme größerer Zugkräfte notwendig sind, so wird man den Übergang der durch die Verstärkung bedingten Querschnittserhöhung in die folgenden unarmierten Querschnitte allmählich vollziehen können. Ist das Gewölbe überall symmetrisch armiert, so ist naturgemäß eine Umformung, wie die oben vorgeschlagene, nicht notwendig.

Von der vorstehend erörterten Methode, das Gewölbe zu formen, weicht Melan bei seinen Bauten meist in der Art ab, daß er die Stützlinie für das gesamte Eigengewicht mit der Achse seines Armierungsbogens zusammenfallen läßt. Es steht demgemäß bei unbelasteter Brücke eine vollkommen gleichmäßige Kraftverteilung in den einzelnen Fugen zu erwarten; in diesen werden infolgedessen die Verkehrsbelastung, oder Teile dieser, stets Biegungsbeanspruchungen erzeugen.

Vielfach ist es üblich bei Berechnung der in den einzelnen Querschnitten auftretenden Spannungen mit — vergl. S. 99 — dem Stadium I zu rechnen, d. h. Zugspannungen auch im Beton zu berücksichtigen. Es soll hierdurch, wenn man die zulässige Grenze der Betonzugfestigkeit auf 10—15 kg/qcm festsetzt, die Ausbildung der ein Gewölbe im Laufe der Zeit mehr oder weniger schädigenden Risse verhindert werden.

Die Ermittelung der im Querschnitte auftretendeu Spannungen kann alsdann in der Art geschehen, wie es die nachfolgende Berechnung der Querschnitte eines Melanbogens zeigt[2]) — vergl. Abb. 90.

Ist $b_o = 1$ cm — wird also ein Gewölbestreifen von nur 1 cm Tiefe betrachtet, so ergibt sich:

1) $I_b = \frac{1}{12} d^3; \quad F_b = d;$[3])

2) $F_o = d + \frac{n F_e}{b},$

$$k_1 = \frac{W_1}{F} = \frac{31\,450}{2800} = \text{rd. } 11{,}3 \text{ cm},$$

$$k_2 = \frac{W_2}{F} = \frac{27\,400}{2800} = \text{rd. } 9{,}8 \text{ cm},$$

d. h. der obere Kernpunkt — nach F_e' zu — liegt um 11,3 cm, der untere (nach F_e zu) um 9,8 cm von der Schwerachse des gesamten Querschnittes entfernt.

[1]) Vergl.: Leitfaden für das Entwerfen und die Berechnung von gewölbten Brücken von G. Tolkmitt, II. Aufl. (bearbeitet von A. Laskus), Berlin 1902, Wilhelm Ernst & Sohn.

[2]) Vergl. u. a. hierzu: Die Berechnung von Gewölben aus Eisenbeton: Monatsschrift für den öffentl. Baudienst 1896, S. 465 (von Melan), B. u. E. 1903, Heft III, S. 172 (von v. Thullie), Betonkalender, I. Aufl., S. 166 usw.

[3]) Der Index „b" bezieht sich — wie bisher stets — auch hier auf Beton, „e" auf die Eiseneinlage

worin F_o den gesamten, auf Beton reduzierten ideellen Querschnitt bezeichnet, während b die Entfernung der Eiseneinlagen (eisernen Bogen) darstellt. Aus Abb. 90 folgt weiter,

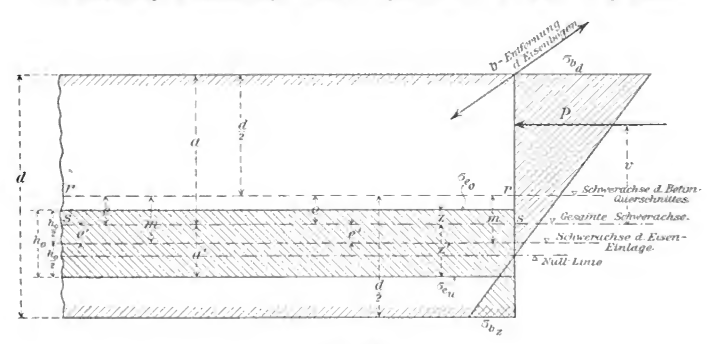


Abb. 90.

wenn man die statischen Momente in bezug auf die Schwerachse des Betonquerschnittes (F_b), also auf rr bildet:

$$e\left(d + \frac{n\,F_e}{b}\right) = \frac{n\,F_e}{b} \,.\, m.$$

Daher wird:

$$3)\quad e = \frac{n\,F_e}{b\,.\left(d + \frac{n\,F_e}{b}\right)} \,.\, m = \frac{n\,F_e}{b\,d + n\,F_e} \,.\, m,$$

und ebenso ergibt sich:

$$4)\quad e' = \frac{d}{\left(d + \frac{n\,F_e}{b}\right)} \,.\, m = \frac{d\,b}{b\,d + n\,F_e} \,.\, m.$$

Hierdurch ist die Lage der Hauptschwerachse ss — also die des ideellen Querschnittes (F_o) bestimmt.

Das auf ss bezogene Trägheitsmoment wird:

$$5)\quad I_o = I_b + d\,.\,e^2 + \frac{n}{b}\left(I_e + F_e\,e'^2\right)$$ [1].

Hierin bedeutet I_e das Trägheitsmoment der Eiseneinlage, auf deren eigene Schwerachse bezogen.

[1]) Melan benutzt hierfür (auch bei Walzträgern) unter Fortlassung des Betons unterhalb der Trägerunterkante die Annäherungsgleichung:

$$I_o = \frac{1}{6}\,n\,F_e\left(2\,H + y - \frac{3}{2}\,h\right)(2\,y - h) + n\,I_e.$$

Hierin bedeutet F_e die Querschnittsfläche des auf eine Breite = b entfallenden Walzeisens, $H = (x + y)$ die nutzbare Querschnittshöhe, I_e das auf seine Schwerachse bezogene Trägheitsmoment des Eisenträgers, dessen Höhe = h ist; vergl. die Entwickelung der Formel von Melan in B. und E. 1906, Heft 1, S. 21.

Nunmehr sind auch die hauptsächlich in Frage kommenden Spannungen bekannt:

6) $\sigma_{bd} = -\left(\frac{P}{F_o} + \frac{M \cdot a}{I_o}\right).$

7) $\sigma_{bz} = -\left(\frac{P}{F_o} - \frac{M a'}{I_o}\right).$

8) $\sigma_{eo} = -n\left(\frac{P}{F_o} + \frac{M \cdot z}{I_o}\right).$

9) $\sigma_{eu} = -n\left(\frac{P}{F_o} - \frac{M \cdot z'}{I_o}\right).$

Meist ist die Armierung symmetrisch zur Gewölbeachse; alsdann fällt auch die ideelle Schwerlinie ss sowie die Schwerachse der Eiseneinlage in die Bogenachse und es wird $e = e' = m = 0$; somit auch der Wert von I_o erheblich einfacher:

5') $I_o' = I_b + \frac{n I_e}{b}.$

Besteht — wie bei Monier die Eiseneinlage aus einfachen Rundstäben, deren Querschnitt auf 1 cm Breite $= F_e$ ist, so gehen die vorstehenden Gleichungen 3) und 4) in die Form über:

3') $e = \frac{n F_e \cdot m}{d + n F_e}.$

4) $e' = \frac{d \cdot m}{d + n F_e}.$

Ferner wird:

5'') $I_o = \frac{d^3}{12} + d \cdot e^2 + n F_e e'^2,$

woraus nach Einführung der Werte aus 3' und 4' folgt:

5''') $I_o = \frac{d^3}{12} + \frac{d \cdot n \cdot F_e \cdot m^2}{d + n \cdot F_e}.$

Ergibt sich aus der Berechnung die Spannung $\sigma_{bz} > 10—15$ kg/qcm und will man dem Eintreten von Rissen soweit wie möglich schon bei der Dimensionierung des Gewölbes vorbeugen, so muß der Querschnitt geändert werden. Hält man eine Rissbildung im besonderen in der inneren Gewölbeleibung nicht für allzu schwerwiegend, so wird man hingegen den Querschnitt beibehalten und eine zweite Berechnung dahingehend aufstellen, daß das in der Zugzone liegende Eisen allein die Zugkräfte aufzunehmen hat. Eine solche Rechnung — also Berücksichtigung des Stadiums II — empfiehlt sich überhaupt stets, um sich zu vergewissern, daß auch im Falle, daß während des Baues durch Temperatureinflüsse u. a. m., Risse eintreten, die Spannungen in den Eiseneinlagen in durchaus zulässigen Grenzen verbleiben. Über den alsdann einzuschlagenden Rechnungsweg gibt der voranstehende § 24 ausführlich Auskunft.

Wie schon auf S. 225 erwähnt wurde, haben die Eisenbögen der Melanschen Bauart während der Gewölbeherstellung einen Teil der Eigenlast usw. zu tragen. Es werden mithin in diesen Bögen Anfangsspannungen auftreten und demgemäß nur ein Teil der Eisenquerschnittsflächen für die Gewölbewirkung ausgenutzt werden können. In der Regel werden die Eiseneinlagen hier so bemessen, daß sie die Hälfte des Eigengewichtes des Gewölbebogens aufzunehmen haben. Beträgt dessen Gewicht also z. B. 60% des Gesamtgewichtes, so würden die Eiseneinlagen 30% des letzteren allein zu tragen, oder 30% der vom gesamten Eigengewichte erzeugten Axialkräfte überleiten müssen, während 70% dieser vom Verbunde zu übernehmen sind. Ist nun das Melangewölbe

derart geformt, daß für das Gesamt-Eigengewicht Stützlinie und Gewölbeachse zusammenfallen, so werden mithin die Axialkräfte sich vollkommen gleichmäßig über die einzelnen Querschnitte und deren Elemente verteilen.

Beispiel. Am Scheitel und Kämpfer einer Melankonstruktion seien die nachfolgend mitgeteilten Axialkräfte durch eine graphische Berechnung bestimmt.

$$P \text{ im Scheitel} = 228{,}30 \text{ t},$$
$$P' \text{ am Kämpfer} = 243{,}21 \text{ t}.$$

Hiervon entfallen auf den Eisenbogen 30, auf das Verbundgewölbe 70% d. h.

im Scheitel: 68,49 bezw. 159,81 t
am Kämpfer: 72,99 bezw. 170,32 t.

Der symmetrisch geformte Eisenbogen möge je 132,16 qcm Gurtquerschnittsfläche zeigen, während die zugehörende Betonquerschnittsfläche sich im Scheitel auf rund 8250, am Kämpfer auf 8900 qcm stellt.

Demgemäß werden die Spannungen

1) im Verbundsgewölbe,

dessen Querschnittsfläche = 8250 + 10 . 132,16 bezw. = 8900 + 10 132,16 qcm ist:

a) im Scheitel:

$$\frac{159\,810}{8250 + 10 \,.\, 132{,}16} = \frac{159\,810}{9572} = 16{,}7 \text{ kg qcm.}$$

b) am Kämpfer:

$$\frac{170\,320}{8900 + 10 \,.\, 132{,}16} = \frac{170\,320}{10222} = 16{,}6 \text{ kg qcm.}$$

2) im Eisenbogen:

a) im Scheitel:

$$\frac{68490}{132{,}16} + 10 \,.\, 16{,}7 = \text{rund } 684 \text{ kg qcm.}$$

b) am Kämpfer:

$$\frac{72990}{132{,}16} + 10 \,.\, 16{,}6 = \text{rund } 716 \text{ kg qcm.}$$

Zur **vorläufigen Bestimmung der Stärke eines Eisenbetongewölbes,** welches wie bei der Monierbauart gleichmäßig in der Gewölbetiefe verteilte, kleinere Einlagen zeigt, kann man mit Vorteil von den Tolkmittschen Formeln Gebrauch machen[1]).

Nach ihnen ergibt sich für die Stärke des Gewölbes im Scheitel = c die Bedingung:

$$1) \quad c \gtrless \frac{l}{10}\sqrt{\frac{4\,p}{q}},$$

während für die größten Kantenpressungen die Formeln entwickelt sind:

$$2) \quad \sigma_b = -\frac{H}{c} \mp 0{,}06\,p\left(\frac{l}{c}\right)^2,$$

d. h. der größte Kantendruck ist:

$$3) \quad \sigma_{bd} = -\frac{H}{c} - 0{,}06\,p\left(\frac{l}{c}\right)^2 = -q' - 0{,}006\,p\left(\frac{l}{c}\right)^2$$

und, sofern Zugspannungen überhaupt auftreten, der größte Kantenzug:

$$4) \quad \sigma_{bz} = -q' + 0{,}006\,p\left(\frac{l}{c}\right)^2.$$

In diesen Gleichungen stellt H den Horizontalschub des Gewölbes für den Normalfall (Belastung durch Eigengewicht und halbe, die ganze Brücke überdeckende Verkehrs-

[1]) Vergl. die in Anm. 1 auf S. 227 erwähnte Abhandlung, Abschnitt V, Brückengewölbe mit Eiseneinlagen (Moniergewölbe), S. 69 u. folg. sowie: Über Dimensionierung von Eisenbetonbrücken von v. Thullie in der österr. Monatsschrift f. d. ö. Baudienst 1905, S. 571 und Querschnittsermittelung doppelt armierter Betonbögen von G. Ramisch in B. u. E. 1904. Heft III. S. 166; auch gibt Christophe in seinem Werke „der armierte Beton und seine Anwendung im Bauwesen (Berlin, Tonindustriezeitung 1905) S. 491 unter Nr. 614 recht zweckmäßige Gleichungen allgemeiner Art zur Bestimmung der Gewölbestärke bei symmetrischen Querschnitten und gegebenem Prozentverhältnisse der Eiseneinlagen.

last) dar, während l die Stützweite, c die Scheitelstärke, p die Verkehrsbelastung für 1 qm Brückenbahn angibt; es stellt also $q' = \frac{H}{c}$ die Normalpressung des Gewölbes vor.

Für H kann die, in der Regel etwas zu hohe Werte liefernde, Annäherungsgleichung Verwendung finden:

5) $H = 0{,}15 \frac{l^2}{f}\left(z_0 + \frac{f}{10}\right)$ [1]).

Hierin stellt z_0 einen Wert aus der Normalbelastung entlehnt dar:

6) $z_0 = \left(c + e + \frac{p}{2}\right)$,

worin wieder e die auf Gewölbematerial reduzierte Belastungshöhe infolge des Eigengewichtes über der Gewölbescheiteloberkante bedeutet. Es ist also z_0 die gesamte Lasthöhe im Normalfalle in Gewölbematerial ausgedrückt, einschließlich des Gewölbes selbst.

Es sei besonders hervorgehoben, daß bei den Tolkmittschen Gleichungen H in der Einheitsgröße von cbm erscheint und sämtliche Spannungswerte in cbm/qm sich ergeben, bezw. in dieser Einheit einzusetzen sind. Die Umrechnung in die sonst üblichen Einheiten „t" bei H, bezw. kg/qcm bei den Spannungen hat dann in einfachster Weise durch Multiplikation mit dem Raumgewichte zu erfolgen[2]).

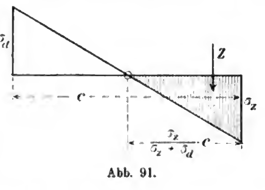


Abb. 91.

Der Gang der Rechnung ist der, daß man zunächst aus Gleichung 1 die Scheitelstärke bestimmt, alsdann aus 6 den z_0-Wert berechnet und mit diesem die H-Größe bestimmt; schließlich werden aus 3 und 4 die Randspannungen gefunden. Gehen diese über ein bestimmtes Maß hinaus, so ist der c-Wert zu vergrößern und die Rechnung von neuem durchzuführen.

Wie bekannt, ist beim Vorhandensein von Zugspannungen — Abb. 91 — die im Schwerpunkte des Zugdreieckes angreifende, gesamte Zugkraft „Z":

7) $Z = \frac{1}{2} \frac{\sigma_z^2}{\sigma_z + \sigma_d} \cdot c$ cbm,

ausgedrückt in Gewölbemauerwerk auf 1 m Tiefe, oder

7') $Z = \gamma \cdot \frac{\sigma_z^2}{2(\sigma_z + \sigma_d)} \cdot c$ in t.

---

[1]) Einen genauen Wert liefert bei einer annähernd wagerechten Abgleichung der Belastungsfläche die Tolkmittsche Gleichung:

$$H \geq \frac{l^2}{16}\left[\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8c\,z_0}{l^2} + \sqrt{\left(\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8c\,z_0}{l^2}\right)^2 + \frac{32c\,z_0}{l^2}}\right].$$

Hierin haben sämtliche Bezeichnungen die im Text oben angegebenen Bedeutungen.

[2]) Ist z. B. in den Tolkmittschen Gleichungen bei einem Raumgewichte des Gewölbematerials $\gamma = 2$, $H = 43{,}6$ cbm, so entspricht dies einer Kraft von

$$H = \frac{43{,}6\ m^3 \cdot 2{,}0\ t}{m^3} = 87{,}2\ t;$$

in derselben Weise ist die Spannung $\sigma = 250$ cbm qm in

$$\sigma = \frac{250\ m^3}{m^2} \cdot \frac{2{,}0\ t}{m^3} = 500\ t\ m^2 = \frac{500\,000\ kg}{10\,000\ cm^2} = 50\ kg\ qcm$$

umzurechnen.

Dieser Wert gestattet — falls das Eisen den gesamten Zug im Querschnitte aufnehmen soll und sich ungefähr im Schwerpunkte des Zugdreieckes befindet — auch die Größe der notwendigen Eiseneinlage schätzungsweise zu bestimmen.

Beispiel. Ein Moniergewölbe habe 36,0 m Spannweite und 6,0 m Pfeilhöhe; es sei ferner $\gamma = 2{,}0$ t/m³, $e = 0{,}35$ m, $p = 0{,}26$ m; als zulässige gleichmäßig in der Scheitelfuge verteilte Normalpressung sei $q_1 = 30$ kg/qcm, als größte Kantenpressung $q_{max} = 50$ kg/qcm festgesetzt. Es wird demgemäß der in den Tolkmittschen Gleichungen einzusetzende Wert von q' in cbm/qm

$$q_1 = 30 \text{ kg/qcm} = 300000 \text{ kg/qm} = 300 \text{ t/qm bezw.} = \frac{300}{2} = 150 \text{ cbm/qm},$$

und ebenso wird q_{max} durch 250 cbm/qm dargestellt.

Es ergibt sich aus

$$1) \quad c \gtreqless \frac{1}{10}\sqrt{\frac{4\,p}{q_1}} \gtreqless \frac{36}{10}\sqrt{\frac{4 \,.\, 0{,}26}{150}} \gtreqless 0{,}30 \text{ m} \gtreqless 30 \text{ cm}.$$

Wählt man 32 cm, so folgt aus 6)

$$6) \quad z_0 = \left(c + e + \frac{p}{2}\right) = \left(0{,}32 + 0{,}35 + \frac{0{,}26}{2}\right) = 0{,}80 \text{ m},$$

und somit wird

$$5) \quad H = 0{,}15\,\frac{l^2}{f}\left(z_0 + \frac{f}{10}\right) = 0{,}15\,\frac{36{,}0^2}{6}\left(0{,}80 + \frac{6{,}0}{10}\right) = 0{,}9 \,.\, 36 \,.\, 1{,}40 = 45{,}4 \text{ cbm}.$$

Dieser Größe entspricht eine Normalpressung von

$$q_1 = \frac{45{,}4}{0{,}32} \leqq 150 = \text{rd. } 142 \text{ cbm/qm}.$$

und mithin werden die Randspannungen:

$$\sigma_{bd} = -\left(142 + 0{,}06\,p\left[\frac{l}{c}\right]^2\right) = -142 - 0{,}06 \,.\, 0{,}26\,\frac{36^2}{0{,}32^2} = -142 - 198 = -340 \text{ cbm/qm, und:}$$

$$\sigma_{bz} = -142 + 198 = +56 \text{ cbm/qm},$$

d. h. der größte Druck im Beton würde sich auf 68 kg/qcm, der größte Zug auf 11,2 kg/qcm stellen; wenn hierbei auch keine Risse zu befürchten stehen, erscheint doch die Druckbeanspruchung eine zu hohe, eine etwa nur dreifache Sicherheit unter normalen Verhältnissen ergebend. Es wird deshalb ein höherer c-Wert gewählt = 40 cm und mit ihm die Rechnung nochmals durchgeführt:

$c = 0{,}40$ m liefert:

$$z_0 = \left(0{,}40 + 0{,}35 + \frac{0{,}26}{2}\right) = 0{,}88 \text{ m}.$$

$$H = 0{,}15 \,.\, \frac{36{,}0^2}{6}\left(0{,}88 + \frac{6{,}0}{10}\right) = 0{,}9 \,.\, 36 \,.\, 1{,}48 = \text{rd. } 48 \text{ cbm}.$$

$$q_1 = \frac{48}{0{,}40} = 120 \text{ cbm/qm}.$$

$$\sigma_{bd} = -120 - 0{,}06 \,.\, 0{,}26\left(\frac{36}{0{,}40}\right)^2 = -120 - 126 = -246 \text{ cbm/qm}.$$

$$\sigma_{bz} = -120 + 126 = +6 \text{ cbm/qm}.$$

Es werden mithin hierselbst Randspannungen von nur 49,2 kg/qcm in der Druckzone und 1,2 kg/qcm in der Zugzone zu erwarten stehen.

Für Z ergibt sich alsdann:

$$Z = \gamma \,.\, \frac{0{,}40}{2}\,\frac{6^2}{(6 + 246)} = 2{,}0 \,.\, 0{,}20 \,.\, \frac{36}{252} = 0{,}057 \text{ t},$$

d. h. es wäre auf 1 m Tiefe nur eine sehr geringe Eiseneinlage zu erwarten.

Rechnet man jedoch mit der, genauere Resultate ergebenden Gleichung in Anm. 1 auf S. 231, so ergibt sich ein H-Wert von:

$$H = \frac{l^2}{16}\left[\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8c\,z_0}{l^2} + \sqrt{\left(\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8c\,z_0}{l^2}\right)^2 + \frac{32c\,z_0}{l^2}}\right] =$$

$$\frac{36^2}{10}\left[\frac{0{,}88}{6} + \frac{1}{8} + \frac{8 \,.\, 0{,}4 \,.\, 0{,}88}{36 \,.\, 36} + \sqrt{\left(\frac{0{,}88}{6} + \frac{1}{8} + \frac{8 \,.\, 0{,}4 \,.\, 0{,}88}{36 \,.\, 36}\right)^2 + \frac{32 \,.\, 0{,}4 \,.\, 0{,}88}{36 \,.\, 36}}\right] = \text{rd. } 45{,}6 \text{ cbm}.$$

Mithin wird jetzt:

$$q_1 = \frac{45{,}6}{0{,}40} = 114 \text{ cbm/qm}.$$

$$\sigma_{bd} = -(114 + 126) = -240 \text{ cbm/qm}.$$

$$\sigma_{bz} = -114 + 126 = +12 \text{ cbm/qm.}$$
$$\sigma_{bd} = 48 \text{ kg qcm.}$$
$$\sigma_{bz} = 2{,}4 \text{ kg qcm.}$$

Hieraus folgt weiter:

$$Z = 2{,}0 \cdot \frac{0{,}4}{2} \cdot \frac{12^2}{252} = \text{rund } 2{,}3 \text{ t.}$$

und somit F_e auf 1 m Tiefe:

$$F_e = \frac{2300}{1000} = 2{,}3 \text{ qcm.}$$

Es genügen 10 mm starke Längseisen in je 25 cm Entfernung gelegt, also 4 Stück auf 1 m Tiefe.

$$F_e = 4 \cdot \frac{1^2}{4} \cdot 3{,}14 = 3{,}14 \text{ qcm.}$$

Eine übersichtliche graphische Methode zur Bestimmung der Größe der Eisenquerschnitte und der notwendigen Ausdehnung der Eiseneinlagen von Dr. Ing. Fr. Kögler-Dresden herrührend, ist in den Abbildungen 92a—d zur Darstellung gebracht. Diese Berechnungsart erscheint alsdann geeignet, wenn die Stärken des Gewölbes auf Grund von Versuchsrechnungen bekannt und zudem annähernd konstant sind[1]. Die Berechnungsart ist aber auch bei veränderlicher Gewölbestärke verwendbar, wenn auch hier — wegen des Aufzeichnens einer Anzahl von Momentenkurven — mit größerer Arbeit verbunden.

Der Gang der vorwiegend graphischen Bestimmungsmethode, welche an die Art erinnert, in der die Gurtplattenlängen von Blechbalken ermittelt werden, sei an dem in Abb. 92 dargestellten Beispiele erläutert. Die dort gezeichnete Fußgängerbrücke wird sowohl durch ihr Eigengewicht, und durch Verkehrsbelastung in senkrechtem Sinne, als auch durch Winddruck — und zwar recht erheblich — in wagerechtem Sinne beansprucht. Die hierdurch für eine Anzahl (10) Querschnitte und die Mittelpunkte dieser sich ergebenden Momente sind unter Annahme des Gewölbes als Dreigelenkbogen mit Hilfe von Einflußlinien, für senkrechte und wagerechte Kräfte[2] gezeichnet, bestimmt; die Ergebnisse der graphischen Ermittelung sind in der Tabelle von Abb. 92 zusammengestellt. Daselbst sind auch die aus einem Krafteck für Vollast sich ergebenden Längskräfte, welche einen axialen Druck auf die einzelnen Querschnitte ausüben, angegeben; schließlich sind in Abb. 92b — entsprechend den gewählten 10 Querschnitten — die hier auftretenden Größt- und Kleinstwerte der Momente im Maßstabe 1 cm = 4 m. t unter dem Gewölbe aufgetragen. Die im Gewölbe und zwar im Beton desselben auftretenden Druckspannungen setzen sich gemäß der Formel:

$$\sigma_b = -\frac{P}{F} \mp \frac{M}{W}$$

zusammen aus der Einwirkung der Längskräfte P und der Momente M; der erste Summand $\left(-\frac{P}{F}\right)$ pflegt bei den meisten praktischen Beispielen eine sehr geringe, den Wert von σ_b wenig beeinflussende Größe zu sein. Führt man daher die größte, überhaupt vorkommende Längskraft in die Rechnung ein, berechnet für sie den Spannungswert $\sigma_b' = -\frac{P_{max}}{F}$, und verringert um diesen die zulässige Spannung σ_b, so erhält man in der Differenz $(\sigma_b - \sigma_b') = \sigma_{bo}$ einen konstanten Spannungswert, der für die zulässige Bean-

[1] Derartige Gewölbe werden verhältnismäßig selten vorkommen und stets durch besondere Belastungen, wie das Beispiel in Abb. 92 erkennen läßt bedingt sein.

[2] Vergl. Einflußlinien für beliebig gerichtete Lasten. Doktor-Dissertation von Dr.-Ing. Fr. Kögler-Dresden. § 7b S. 41 bis 43.

spruchung durch das Moment maßgebend ist. Da bei Berechnung von σ_b' das Maximum der Längskraft Berücksichtigung gefunden hat, so bedeutet die Wahl von σ_{bo} für alle anderen Querschnitte eine Vergrößerung der Sicherheit, da hier σ_b' einen kleineren Wert besitzt.

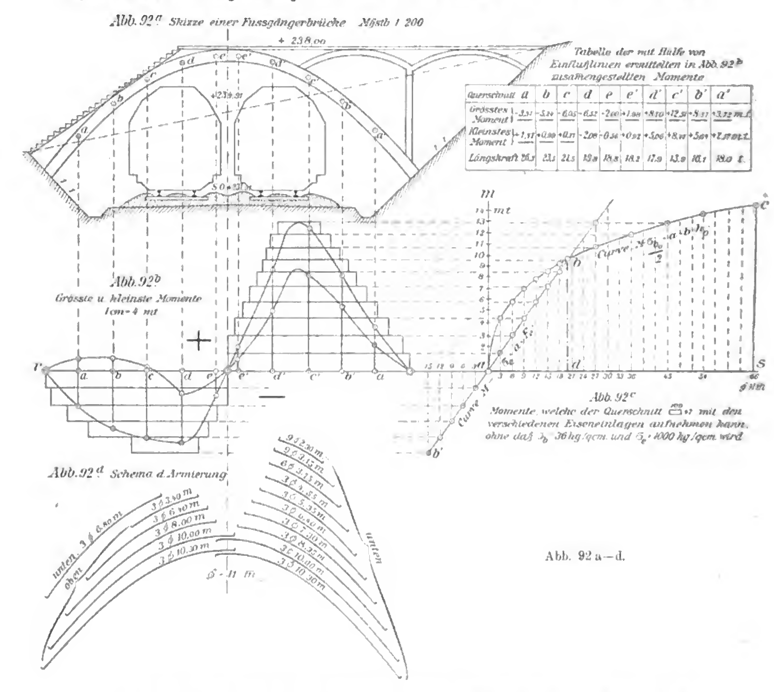


Abb. 92 a—d.

Aus den auf S. 125 für den einfach armierten Plattenquerschnitt gegebenen Hauptgleichungen:

$$\text{a)}\quad \sigma_b = \frac{2\,M}{a\,.\,b\,.\,x} = \frac{2\,M}{a\,b\,h_o} = \sigma_{bo}$$

$$\text{b)}\quad \sigma_e = \frac{M}{a\,F_e}$$

lassen sich nun unter Innehaltung der für σ_{bo} bestimmten bezw. für σ_e als zulässig anerkannten Werte Beziehungen für die Momente ableiten:

$$\text{a')}\quad M = \frac{\sigma_{bo}}{2}\,.\,a\,.\,b\,.\,h_o$$

$$\text{b')}\quad M = \sigma_e\,.\,a\,.\,F_e\,.$$

In diesen Gleichungen sind b, in der Regel = 100 cm, sowie σ_{bo} und σ_e konstant; veränderlich sind bei gleicher Querschnittsstärke mit der Größe von F_e die Werte $h_o = x$ und $a = \left(h' - \frac{x}{3}\right)$, das ist der Abstand des Druck- und Zugmittelpunktes der inneren Kräfte.

Nimmt man nunmehr einen Gewölbequerschnitt von b = 100 cm und h' nutzbarer Höhe an und fügt diesen in der Zugzone eine verschieden große, stetig wachsende Anzahl von Rundeisen desselben Querschnittes (und konstanter Randentfernung) hinzu, so kann man zunächst die Nulllinie des Querschnittes und somit den Wert $x = h_o$ bestimmen und aus diesem den zugehörenden a-Wert ableiten; alsdann sind schließlich die Werte M aus den Gleichungen a') und b') gegeben. Man erhält somit die Momente, welche der Gewölbequerschnitt bei einer bestimmten Armierungsgröße, also bei einer bestimmten Anzahl von Rundeisen konstanten Durchmessers auf 1 m Gewölbetiefe, zu übertragen vermag, ohne daß die Spannungen σ_{bo} oder σ_e überschritten werden.

Die auf diese Weise für die verschiedensten Größen von F_e (3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 usf. Rundeisen desselben Durchmessers) ermittelten M-Werte sind in Abb. 92c in demselben Maßstabe wie die das Gewölbe beanspruchenden Momente (in Abb. 92b) und von der gleichen Wagerechten aus, wie dort, aufgetragen. Die einzelnen Punkte sind durch eine Kurve verbunden und somit zwei Momentenkurven abc bezw. b'ab:

$$M = \frac{\sigma_{bo}}{2} . a b h_o \text{ und}$$

$$M = \sigma_e . a . F_e$$

gewonnen.

Aus der Lage der beiden Kurven in Abb. 92c ergibt sich zunächst, daß innerhalb der Strecke ad, auf welcher die Kurve $M = \sigma_e a F_e$ innerhalb der anderen Kurve liegt, die Anzahl der Eiseneinlagen durch den σ_e-Wert bestimmt wird, daß mit anderen Worten hierselbst die zulässige Eisenspannung ausgenützt ist, wohingegen die Betonspannung unterhalb ihres zulässigen Größtwertes σ_{bo} verbleibt. Es folgt dies daraus, daß innerhalb „ad“ das Moment, welches sich aus $M = \sigma_e a F_e$ berechnet, für dieselbe Anzahl von Eisen kleiner ist als wie der Wert $M = \frac{\sigma_{bo}}{2} a b h_o$. Rechts von bd findet das umgekehrte statt; hier ist die Betonspannung maßgebend.

Zieht man nun, unter Berücksichtigung der letzten Ausführungen, von den einzelnen Punkten der M-Kurven Parallelen zu der wagerechten Achse rs, so geben diese in ihren Schnittpunkten mit den Momentenkurven in Abb. 92b an, wieviel Eiseneinlagen das Moment in einem bestimmten Querschnitte verlangt. Da man stets etwas mehr Eisen verwenden wird als unbedingt notwendig, so erklärt sich die abgetreppte, die Momentenkurve umhüllende Linie, deren einzelne Absätze die Enden der erforderlichen Eiseneinlagen angeben. In Abb. 92d sind diese Eiseneinlagen schliesslich nochmals schematisch zusammengestellt. Den positiven Momenten entsprechen Einlagen nahe der unteren Gewölbeleitung, während die negativen Momente solche am Rücken des Gewölbes bedingen.

Die benutzten M-Kurven sind für einfach armierte Querschnitte abgeleitet; da an wenigen Stellen der linken Gewölbehälfte, woselbst die Grenzmomente verschiedene Vorzeichen besitzen, doppelte Einlagen notwendig werden, so schließt die Anwendung der benutzten Gleichungen eine Nichtberücksichtigung der Einlagen in dem jeweiligen Druckgurte in sich.

Diese Annäherung kann — vergl. u. a. S. 171 — als durchaus gestattet angesehen werden.

Für Brücken nach der Bauart Melan, gibt letzterer für die Gewölbestärke im Scheitel die nachfolgende Annäherungsgleichung:

$$c = \frac{\left[q_o + \frac{1}{2}\left(\frac{f}{c} - 1\right)p\right]\varrho_o}{(1 + 0{,}15\,\varphi)\,.\,\sigma}\ ^{1)}.$$

Hierin bedeutet q_o die Belastung im Scheitel, d. i. Verkehrslast und Eigengewicht, abzüglich jenes Teiles des Gewölbegewichtes, welcher durch Anhängung des Lehrgerüstes unmittelbar auf die Eisenbögen übertragen wird, p ist die Verkehrsbelastung — in t für 1 qm —, f die Pfeilhöhe, ϱ_o der Krümmungshalbmesser der Stützlinie bei Vollbelastung im Scheitel, φ die Armierungsziffer in % (in der Regel zwischen 1,8 und 2,2 %) und σ die Inanspruchnahme des Betons (400—500 t/qm)[2]. Sämtliche Größen sind auf t und m bezogen.

Die Temperaturspannungen von Eisenbetongewölben[3] besonders zu berechnen, ist in der Praxis nicht üblich; da diese Spannungen für mittlere Verhältnisse etwa 15—20 vom Hundert betragen, können sie dadurch in einfacher Weise Berücksichtigung finden, daß man die Grenzspannungen um entsprechende Werte niedriger hält. Hierbei sei darauf hingewiesen, daß gegenüber den Einwirkungen der Temperatur armierte Gewölbe sich günstiger verhalten, wie ihnen entsprechende Betonbauten, da die Größe der Temperaturspannungen mit zunehmender Gewölbemasse wächst, die armierten Bögen aber schwächer gehalten werden können als solche ohne Einlagen, und deshalb auch in höherem Grade elastisch sind, als reine Betongewölbe.

§ 26.

Die Durchbiegung von Eisenbetonbalken.

Mit Recht weist Mörsch in seinem Werke „Der Eisenbetonbau[4]" darauf hin, daß die Ermittelung der unter einer bestimmten Belastung zu erwartenden Einsenkung des Eisenbetonbalkens theoretisch schwer richtig zu bestimmen ist, daß aber vor allem der Betrag der Einsenkung ein ziemlich wertloser Qualitätsmaßstab sei.

Durch eine große Anzahl von Versuchen[5] ist nachgewiesen, daß auch nach dem Eintritt von Rissen und zwar solange, als die Streckgrenze des Eisens noch nicht erreicht ist, der Beton infolge seiner Zugfestigkeit das Eisen in erheblichem Maße entlastet, und demgemäß die Durchbiegung des Verbundbalkens eine verhältnismäßig geringe zu sein pflegt. Hierzu wirkt auch die besondere Art der festen Zusammensetzung der

[1]) Vergl. Beton-Kalender. I. Aufl. Teil 2. S. 168.

[2]) Im besonderen wird man bei nahe aneinander liegenden Eisenbögen die Druckspannung im Beton deshalb ziemlich hochnehmen können, weil sich hier der Beton in einem Zustande befindet, welcher dem Beton fretté ähnelt.

[3]) Vergl. zu dieser Frage: Dr. R. Schönhöfer, Die Wärmespannungen in Gewölben. B. u. E. 1907, Heft III, S. 79.

[4]) Vergl. die II. Auflage S. 137 und folg.

[5]) Vergl. u. a. die Arbeit von Mörsch, in seinem Werke S. 93 und folg. beschrieben, sowie die Untersuchungen von Schüle-Zürich (Mitt. d. Eidgen. Mat. Prüf.-Anstalt zu Zürich. Heft 10, 1906).

Einzelteile einer Eisenbetonkonstruktion mit, in dem die Verteilung der Lasten hierdurch eine rechnerisch kaum zu verfolgende — meist günstigere als angenommen — wird und zudem die Steifigkeit der Anschlüsse die Größe der Durchbiegung herabmindert. Da nun bei Belastungsversuchen mit Eisenbetonbalken nachgewiesen ist, daß, obwohl die Größe E_b und das ideelle Trägheitsmoment I sich mit der Belastung beständig ändern, dabei aber für dasselbe Bruchstadium, das Produkt $E_b \cdot I$, also die Steifigkeitsziffer des Querschnittes, konstant bleibt[1]), wird man für den Eisenbeton in der Praxis ausreichende Annäherungswerte aus den Durchbiegungsgesetzen für homogene Balken abzuleiten imstande sein. Hier beträgt die größte Durchbiegung bei einer gleichmäßig über den ganzen Träger verteilten Gesamtbelastung P:

a) bei frei aufliegendem Träger:

$$\delta_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{P l^3}{E I}.$$

b) bei halbeingespanntem Träger:

$$\delta_{max} = \frac{3}{384} \frac{P l^3}{E . I}.$$

c) bei fest eingespanntem Träger:

$$\delta_{max} = \frac{1}{384} \frac{P l^3}{E I}.$$

Im allgemeinen wird man bei Platten und Nebenträgern den halbeingespannten Zustand voraussetzen, während Hauptträger als vollkommen frei aufliegend zu berechnen sind[2]). Führt man in die obigen Gleichungen das Moment ein, so ist im Falle:

a) $M = \frac{Q l}{8}$,

mithin:

$$\delta_{max} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M l^2}{E I}.$$

b) $M = \frac{Q l}{12}$,

mithin:

$$\delta_{max} = \frac{3}{32} \frac{M l^2}{E I}.$$

c) $M = \frac{Q . l}{24}$,

mithin:

$$\delta_{max} = \frac{1}{16} \frac{M l^2}{E I}.$$

Führt man in diesen Formeln schließlich:

$$\frac{M}{I} = \frac{\sigma_e}{y}$$

ein und setzt $\sigma_e = 1000$ sowie $E = E_b =$ rd. 150 000 kg/qcm ein, so folgt:

a) $\delta_{max} = \frac{5 . 1000}{48 . 150\,000} \frac{l^2}{y} = \frac{5}{7200} \frac{l^2}{y} = \frac{1}{1440} \frac{l^2}{y}.$

[1]) Vergl. Bruchversuche mit einer Hennebique-Brücke von Gehler in D. B. Z. 1904. Nr. 9. S. 33, sowie die Untersuchungen von v. Emperger in B. u. E. 1903, Heft III, S. 191.

[2]) Betreffs anderer Belastungen und der von ihnen hervorgerufenen Einsenkungen sei auf die bezügl. Spezialwerke der Festigkeitslehre verwiesen.

b) $\delta_{max} = \frac{3 \cdot 1000}{32 \cdot 150000} \frac{l^2}{y} = \frac{3}{4800} \frac{l^2}{y} = \frac{1}{1600} \frac{l^2}{y}$.

c) $\delta_{max} = \frac{1000}{16 \cdot 150000} \frac{l^2}{y} = \frac{1}{2400} \frac{l^2}{y}$ [1]).

In allen diesen Gleichungen ist für I das ideelle Trägheitsmoment des Verbundquerschnittes, für E der Elastizitätsmodul für Beton einzusetzen. Da die Spannungen beim Versuche in der Regel hoch liegen, empfiehlt sich hier ein mittlerer Wert von E_b von etwa 150000 bis 140000 kg/qcm. Die einfache Anwendung der Gleichungen sei durch die nachfolgenden Beispiele erläutert.

Beispiel 1. Eine Eisenbetonplatte von 1,41 m Stützweite — Abb. 93 — gerechnet zwischen den Mittelachsen der anschließenden Rippenträger, zeige bei 11 cm Höhe in der Mitte eine Armierung durch 10 Rundeisen von je 10 mm Durchmesser auf 1 m Breite: es ist mithin $F_e = 7,85$ qcm. Der Abstand der Einlagen von der Plattenunterkante beträgt 1,5 cm, für h' ergibt sich mithin 11.0 — 1,5 = 9,5 cm. Q sei = 4850 kg. Die Platte ist als halbeingespannt zu betrachten.

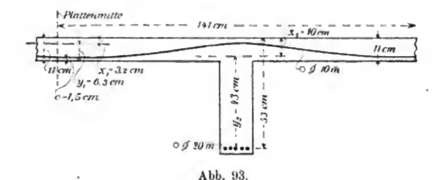


Abb. 93.

Zunächst ergibt sich:

$$x = \frac{10 \cdot 7,85}{100} \left\{ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 9,5 \cdot 100}{10 \cdot 7,85}} - 1 \right\}; \quad x = \text{rund } 3,2 \text{ cm.}$$

Mithin wird $y = 9,5 - 3,2 = 6,3$ cm und:

$$I_n = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 3,2^3 + 10 \cdot 7,85 \cdot 6,3^2 = \text{rund } 4220 \text{ cm}^4.$$

$$\delta_{max} = \frac{3}{384} \cdot \frac{4850 \cdot 141^3}{140000 \cdot 4220} = \text{rund } 0,20 \text{ cm} = 2 \text{ mm},$$

d. i. also etwa $\frac{1}{700} \cdot l$.

Beispiel 2. Die Einsenkung des mit der Platte zusammenhängenden Rippenträgers, der als freigelagert angesehen werden kann, soll berechnet werden — vergl. Abb. 93.

Es ist: $Q = 24200$ kg; $l = 4,63$ m $= 463$ cm; $F_e = 5 \cdot \frac{2^2}{4} 3,14 = 15,71$ qcm; $b = 141$ cm; $h' = 53$ cm.

Mithin ergibt sich x_2 aus Gleichung 4) auf S. 151.

$$x_2 = \frac{n\,h'\,F_e + \frac{bd^2}{2}}{(n\,F_e + bd)} = \frac{10 \cdot 53 \cdot 15,71 + \frac{141 \cdot 53^2}{2}}{10 \cdot 15,71 + 141 \cdot 53} = \text{rund } 9,9 \text{ cm.}$$

[1]) Von der französ. Reg.-Kommission ist (vergl. B. u. E. 1903, Heft IV, S. 227) als Formel für das Größtmaß der zulässigen Biegung bei einem eingespannten Balken vorgeschrieben:

$$\delta_{max} = \frac{1}{100000} \frac{l}{h} \cdot \frac{P'}{P + P'}.$$

Hierin bedeutet h die Trägerhöhe, P das Eigengewicht, P' die Nutzlast. Liegt der Balken frei auf, so ist der fünffache Wert noch zugelassen. Sinngemäß würde demgemäß dem halbeingespannten Zustande die 3fache Größe von δ_{max} entsprechen.

Den gleichen Wert liefert auch die Beziehung:

$$x = \frac{10 \cdot 15{,}71}{141} \left\{ \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 53 \cdot 141}{10 \cdot 15{,}71}} - 1 \right\} = \text{rund } 10 \text{ cm.}$$

Die Nulllinie schneidet also nur die Platte.

Es wird mithin:

$$y = 53 - 10 = 43 \text{ cm und } I_n = \frac{1}{3} \cdot 141 \cdot 10^3 + 10 \cdot 15{,}71 \cdot 43^2 = \text{rund } 337500 \text{ cm}^4.$$

Hieraus ergibt sich schließlich:

$$\delta_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{24200 \cdot 463^3}{140\,000 \cdot 337\,500} = 0{,}66 \text{ cm} = 6{,}6 \text{ mm},$$

d. i. also bei einer Stützweite von 4630 mm rund $\frac{1}{700}$ der Stützweite. —

Nachtrag.

Während des Druckes der letzten Bogen des vorliegenden Fortschrittheftes aus dem Gebiete des Bauingenieurwesens sind seitens des preußischen Arbeitsministeriums neue „Bestimmungen für die Ausführungen von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten" erschienen[1].

Im Nachfolgenden sei auf diese neuesten Vorschriften insoweit eingegangen, als sie von den bisher gültigen (vom 16. IV. 1904) abweichen oder Erweiterungen dieser bringen[2]; nur die allgemeinen, gegen früher erheblich ausgebauten Vorschriften seien im Wortlaute nachstehend angeführt.

I. Allgemeine Vorschriften.

A. Prüfung.

§ 1.

1. Der Ausführung von Bauwerken oder Bauteilen aus Eisenbeton hat eine besondere baupolizeiliche Prüfung voranzugehen. Zu diesem Zwecke sind bei Nachsuchung der Bauerlaubnis für ein Bauwerk, welches ganz oder zum Teil aus Eisenbeton hergestellt werden soll, Zeichnungen, statische Berechnungen und Beschreibungen beizubringen, aus denen die Gesamtanordnung und alle wichtigen Einzelheiten zu ersehen sind.

Falls sich der Bauherr oder Unternehmer erst im Verlauf der Ausführung des Baues für die Eisenbetonbauweise entscheidet, hat die Baupolizeibehörde darauf zu halten, daß die vorbezeichneten Unterlagen für die Prüfung der in Eisenbeton auszuführenden Bauteile rechtzeitig vor dem Beginn ihrer Ausführung beigebracht werden. Mit der Ausführung darf in keinem Fall vor erteilter Genehmigung begonnen werden.

2. In der Beschreibung ist der Ursprung und die Beschaffenheit der zum Beton zu verwendenden Baustoffe, ihr Mischungsverhältnis, der Wasserzusatz sowie die Druckfestigkeit, die der zu verwendende Beton aus den auf der Baustelle zu entnehmenden Baustoffen in dem vorgesehenen Mischungsverhältnis nach 28 Tagen in Würfelkörpern von 30 cm Seitenlänge erreichen soll, anzugeben. Die Druckfestigkeit ist auf Erfordern der Baupolizeibehörde vor dem Beginn durch Versuche nachzuweisen.

---

[1]) Runderlaß vom 24. V. 1907, veröffentlicht in Z. d. B. 1907, Nr. 46, S. 301—310, auch als Sonderabdruck (Wilhelm Ernst & Sohn in Berlin) zu haben.

[2]) Die besonders wichtigen Bestimmungen sind durch gesperrten Druck herausgehoben.

3. Der Beton soll nach Gewichtseinheiten gemischt werden; als Einheit hat der Sack = 57 kg oder das Faß = 170 kg Zement zu gelten. Die Zuschläge können entweder zugewogen oder in Gefäßen zugemessen werden, deren Inhalt vorher so zu bestimmen ist, daß sein Gewicht dem vorgesehenen Mischungsverhältnis entspricht.

4. Die Vorlagen sind von dem Bauherrn, dem Unternehmer, der den Entwurf aufgestellt hat, und demjenigen, der die Ausführung bewirkt, zu unterschreiben. Ein Wechsel in der Person des ausführenden Unternehmers ist der Polizeibehörde sofort mitzuteilen.

§ 2.

1. Die Eigenschaften der zum Beton zu verwendenden Baustoffe sind erforderlichenfalls durch Zeugnisse einer amtlichen Prüfungsanstalt nachzuweisen. Diese Zeugnisse dürfen in der Regel nicht älter als ein Jahr sein.

2. Es darf nur Portlandzement verwendet werden, der den preußischen Normen entspricht. Die Zeugnisse über die Beschaffenheit müssen Angaben über Raumbeständigkeit, Bindezeit, Mahlfeinheit sowie über Zug- und Druckfestigkeit enthalten. Von der Raumbeständigkeit und Bindezeit hat sich der Ausführende durch eigene Proben zu überzeugen.

3. Sand, Kies und sonstige Zuschläge müssen zur Betonbereitung und zu dem beabsichtigten Verwendungszwecke geeignet sein. Das Korn der Zuschläge darf nur so grob sein, daß das Einbringen des Betons und das Einstampfen zwischen den Eiseneinlagen und zwischen der Schalung und den Eiseneinlagen noch mit Sicherheit und ohne Verschiebung der Eisen möglich ist.

§ 3.

1. Das Verfahren der statischen Berechnung muß mindestens dieselbe Sicherheit gewähren, wie die Berechnung nach den Leitsätzen in Abschnitt II und nach dem Rechnungsverfahren mit Beispielen in Abschnitt III dieser Bestimmungen. Dies ist auf Erfordern von dem Unternehmer nachzuweisen.

2. Bei noch unerprobter Bauweise kann die Baupolizeibehörde die Zulassung von dem Ausfalle zuvoriger Probeausführungen und Belastungsversuche abhängig machen. Die Belastungsversuche sind bis zum Bruche durchzuführen.

B. Ausführung.

§ 4.

1. Die Baupolizeibehörde kann die Eigenschaften der in der Verarbeitung begriffenen Baustoffe durch eine amtliche Prüfungsanstalt oder in einer sonst ihr geeignet scheinenden Weise feststellen sowie eine Festigkeitsprüfung des aus ihnen hergestellten Betons vornehmen lassen. Die Prüfung der Festigkeit kann auch auf der Baustelle mittels einer Betonpresse, deren Zuverlässigkeit durch eine amtliche Prüfungsanstalt bescheinigt ist, erfolgen.

2. Die für die Prüfung bestimmten Betonkörper müssen Würfelform von 30 cm Seite erhalten. Die Probekörper sind mit der Bezeichnung des Anfertigungstages zu versehen, durch ein Siegel zu kennzeichnen und bis zu ihrer Erhärtung nach Anweisung der Baupolizeibehörde aufzubewahren.

3. Der Zement ist in der Ursprungspackung auf die Verwendungsstelle anzuliefern.

4. Das Mischen des Betons muß derart erfolgen, daß die Menge der einzelnen Bestandteile dem vorgesehenen Mischungsverhältnis stets genau entspricht und jederzeit

leicht gemessen werden kann. Bei Benutzung von Meßgefäßen ist die Füllung zur Erzielung möglichst gleichmäßig dichter Lagerung in stets gleicher Weise zu bewirken.

§ 5.

1. Die Verarbeitung der Betonmasse muß in der Regel sofort nach ihrer Fertigstellung begonnen werden und vor Beginn ihres Abbindens beendet sein.

2. Die Betonmasse darf bei warmer und trockener Witterung nicht länger als eine Stunde, bei kühler oder nasser Witterung nicht länger als 2 Stunden unverarbeitet liegen bleiben. Nicht sofort verarbeitete Betonmasse ist vor Witterungseinflüssen wie Sonne, Wind, starkem Regen zu schützen und vor der Verwendung umzuschaufeln.

3. Die Verarbeitung der eingebrachten Betonmasse muß stets ohne Unterbrechung bis zur Beendigung des Stampfens durchgeführt werden.

4. Die Betonmasse ist in Schichten von höchstens 15 cm Stärke einzubringen und in einem dem Wasserzusatz entsprechenden Maße durch Stampfen zu verdichten. Zum Einstampfen sind passend geformte Stampfen von angemessenem Gewicht zu verwenden.

§ 6.

1. Die Eiseneinlagen sind vor der Verwendung sorgfältig von Schmutz, Fett und losem Rost zu befreien. Mit besonderer Sorgfalt ist darauf zu achten, daß die Eiseneinlagen die richtige Lage und Entfernung voneinander sowie die vorgesehene Form erhalten, durch besondere Vorkehrungen in ihrer Lage festgehalten und dicht mit besonderer, entsprechend feinerer Betonmasse umkleidet werden. Liegen in Balken die Eisen in mehreren Lagen übereinander, so ist jede Lage für sich zu umkleiden. Unterhalb der Eiseneinlagen muß in Balken noch eine Betonstärke von mindestens 2 cm, in Platten von mindestens 1 cm vorhanden sein.

2. Die Schalungen und Stützen der Decken und Balken müssen vollkommenen Widerstand gegen Durchbiegungen und ausreichende Festigkeit gegen die Einwirkungen des Stampfens bieten. Die Schalungen sind so anzuordnen, daß sie unter Belassung der bis zur völligen Erhärtung des Betons notwendigen Stützen gefahrlos entfernt werden können. Zu den Stützen sind tunlichst nur ungestoßene Hölzer zu verwenden. Sind Stöße unvermeidlich, so müssen die Stützen an den Stoßstellen fest und sicher verbunden werden.

3. Verschalungen von Säulen sind so anzuordnen, daß das Einbringen und Einstampfen der Betonmasse von einer offenen, mit dem Fortschreiten der Arbeit zu schließenden Seite erfolgen und genau beobachtet werden kann.

4. Von der Beendigung der Einschalung und dem beabsichtigten Beginn der Betonarbeiten in jedem einzelnen Geschosse ist der Baupolizeibehörde mindestens drei Tage vorher Anzeige zu machen.

§ 7.

1. Die einzelnen Betonschichten müssen tunlichst frisch auf frisch verarbeitet werden; auf alle Fälle ist die Oberfläche der älteren Schicht aufzurauhen.

2. Beim Weiterbau auf erhärtetem Beton muß die alte Oberfläche aufgerauht, sauber abgekehrt, angenäßt und unmittelbar vor Aufbringen neuer Betonmasse mit einem dünnen Zementbrei eingeschlemmt werden.

§ 8.

Bei der Herstellung von Wänden und Pfeilern in mehrgeschossigen Gebäuden darf mit der Ausführung in dem höheren Geschoß erst nach ausreichender Erhärtung

dieser Bauteile in den darunter liegenden Geschossen begonnen werden. Von der Fortsetzung der Arbeiten im höheren Geschoß ist der Baupolizeibehörde mindestens drei Tage vorher Nachricht zu geben.

§ 9.

1. Bei Frostwetter darf nur in solchen Fällen gearbeitet werden, wo schädliche Einwirkungen des Frostes durch geeignete Maßnahmen ausgeschlossen sind. Gefrorene Baustoffe dürfen nicht verwendet werden.

2. Nach längeren Frostzeiten (§ 11) darf beim Eintritt milderer Witterung die Arbeit erst wieder aufgenommen werden, nachdem die Zustimmung der Baupolizeibehörde dazu eingeholt ist.

§ 10.

1. Bis zur genügenden Erhärtung des Betons sind die Bauteile gegen die Einwirkungen des Frostes und gegen vorzeitiges Austrocknen zu schützen, sowie vor Erschütterungen und Belastungen zu bewahren.

2. Die Fristen, die zwischen der Beendigung des Einstampfens und der Entfernung der Schalungen und Stützen liegen müssen, sind von der jeweiligen Witterung, von der Stützweite und dem Eigengewicht der Bauteile abhängig. Die seitliche Schalung der Balken, die Einschalung der Stützen, sowie die Schalung von Deckenplatten darf nicht vor Ablauf von acht Tagen, die Stützung der Balken nicht vor Ablauf von drei Wochen beseitigt werden. Bei größeren Stützweiten und Querschnittsabmessungen sind die Fristen unter Umständen bis zu sechs Wochen zu verlängern.

3. Bei mehrgeschossigen Gebäuden darf die Stützung der unteren Decken und Balken erst dann entfernt werden, wenn die Erhärtung der oberen so weit vorgeschritten ist, daß diese sich selbst zu tragen vermögen.

4. Ist das Einstampfen erst kurze Zeit vor Eintritt von Frost beendet, so ist beim Entfernen der Schalung und der Stützen besondere Vorsicht zu beachten.

5. Tritt während der Erhärtungsdauer Frost ein, so sind mit Rücksicht darauf, daß die Erhärtung des Betons durch den Frost verzögert wird, die in Absatz 2 genannten Fristen um die Dauer der Frostzeit zu verlängern.

6. Beim Entfernen der Schalungen und Stützen müssen durch besondere Vorkehrungen (Keile, Sandtöpfe, u. dergl.) Erschütterungen vermieden werden.

7. Von der beabsichtigten Entferung der Schalungen und Stützen ist der Baupolizeibehörde rechtzeitig und zwar mindestens 3 Tage vorher Anzeige zu machen.

§ 11.

Über den Gang der Arbeiten ist ein Tagebuch zu führen und auf der Baustelle stets zur Einsichtnahme bereit zu halten. Frosttage sind darin unter Angabe der Kältegrade und der Stunde ihrer Messung besonders zu vermerken.

C. Abnahme.

§ 12.

1. Bei der Abnahme müssen die Bauteile an verschiedenen, von dem abnehmenden Beamten zu bestimmenden Stellen freiliegen, so daß die Art der Ausführung zu erkennen ist. Auch bleibt es vorbehalten, die einwandfreie Herstellung, den erreichten Erhärtungsgrad und die Tragfähigkeit durch besondere Versuche festzustellen.

2. Bestehen über das Mischungsverhältnis und den Erhärtungsgrad begründete Zweifel, so können Proben aus den fertigen Bauteilen zur Prüfung entnommen werden.

3. Werden Probebelastungen für nötig erachtet, so sind diese nach Angabe des abnehmenden Beamten vorzunehmen. Dem Bauherrn und dem Bauunternehmer wird rechtzeitig davon Kenntnis gegeben und die Beteiligung anheimgestellt. Probebelastungen sollen erst nach 45tägiger Erhärtung des Betons vorgenommen und auf den nach Ermessen der Baupolizeibehörde unbedingt notwendigen Umfang beschränkt werden.

4. Bei der Probelastung von Deckenplatten und Balken ist folgendermaßen zu verfahren. Bei Belastung eines ganzen Deckenfeldes soll, wenn mit g das Eigengewicht und mit p die gleichmäßig verteilte Nutzlast bezeichnet wird, die Auflast den Wert von $0{,}5\,g + 1{,}5\,p$ nicht übersteigen. Bei höheren Nutzlasten als 1000 kg/qm können Ermäßigungen bis zur einfachen Nutzlast eintreten. Soll nur ein Streifen des Deckenfeldes zur Probe belastet werden, so ist die Auflast in der Deckenmitte gleichmäßig auf einem Streifen zu verteilen, dessen Länge gleich der Spannweite und dessen Breite ein Drittel der Spannweite, mindestens aber 1 m ist. Die Auflast soll hierbei den Wert von $g + 2\,p$ nicht übersteigen. Als Eigenlast gelten die sämtlichen zur Herstellung der Decken und Fußböden bestimmten Bauteile, als Nutzlasten die in § 16 Ziffer 3 aufgeführten erhöhten Werte.

5. Bei Probebelastungen von Stützen ist ein ungleichmäßiges Setzen der Bauteile und eine das zulässige Maß überschreitende Belastung des Untergrundes zu verhüten.

In

Teil II

Leitsätze für die statische Berechnung

ist für die Ermittelung der **äußeren Kräfte** durchgehender Platten oder Träger vorgeschrieben, daß für den Fall keiner genauen Berechnung das Moment in der Trägermitte zu $^4/_5$ des Wertes anzunehmen ist, der bei einem auf zwei Stützen frei aufliegenden Träger vorhanden sein würde. Über den Stützen ist alsdann das negative Biegungsmoment so groß wie das Feldmoment bei beiderseits freier Auflagerung anzunehmen. Es würde also z. B. bei einer gleichmäßigen Lastverteilung die Momentengröße von $+\frac{ql^2}{10}$ und $-\frac{ql^2}{8}$ zu berücksichtigen sein.

Als durchgehend dürfen nach dieser Regel jedoch Platten und Balken nur alsdann berechnet werden, wenn sie überall auf festen, in einer Ebene liegenden Stützen oder auf Eisenbetonbalken aufliegen. Bei Anordnung der Eiseneinlagen ist unter allen Umständen die Möglichkeit des Auftretens negativer Momente sorgfältigst zu berücksichtigen.

Ein Einspannungsmoment an den Balkenenden darf nur alsdann in Rechnung gestellt werden, wenn besondere bauliche Vorkehrungen eine sichere Einspannung gewährleisten.

Die rechnerische Annahme des Zusammenhanges darf nicht über mehr als drei Felder ausgedehnt werden. Bei Nutzlasten von mehr als 1000 kg/qm ist die Berechnung auch für die ungünstigste Lastverteilung aufzustellen.

Ringsum aufliegende, mit sich kreuzenden Eiseneinlagen versehene Platten können bei gleichmäßig verteilter Belastung, wenn ihre Länge a weniger als das Ein- bis Eineinhalbfache ihrer Breite b beträgt nach der Formel: $M = \frac{p \cdot b^2}{12}$ berechnet werden. Gegen negative Angriffsmomente an den Auflagern sind Vorkehrungen durch Form und Lage der Eisenstäbe zu treffen. Die rechnungsmäßig sich ergebende Dicke der Platten und der

plattenförmigen Teile der Plattenbalken ist überall auf mindestens 8 cm (!?) zu bringen.

Bei Ermittelung der **inneren Kräfte** ist $n = \frac{E_e}{E_b}$ wiederum zu 15 festgesetzt[1]).

Bei Bauten oder Bauteilen, die der Wittterung, der Nässe, Rauchgasen und ähnlichen schädlichen Einflüssen ausgesetzt sind, ist nachzuweisen, daß das Auftreten von Rissen im Beton bei dessen Heranziehung zur teilweisen Zugübertragung nicht zu befürchten steht.

Die Eiseneinlagen sind möglichst so zu gestalten, daß die Verschiebung gegen den Beton schon durch ihre Form verhindert wird. Die Haftspannung ist stets rechnerisch nachzuweisen.

Die Berechnung der Stützen auf Knicken hat zu erfolgen, wenn ihre Höhe mehr als das Achtzehnfache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Der Abstand der Querverbände muß annähernd der kleinsten Abmessung der Stütze entsprechen, darf aber nicht über das Dreißigfache der Stärke der Längsstäbe herausgehen.

Für die Berechnung der Knicksicherheit ist wiederum die Eulersche Formel empfohlen (!).

Als **zulässige Spannungen** sind festgesetzt:

für die Druckspannung des Betons bei Biegung $\leq 1/6$ seiner Druckfestigkeit;
für die Biegungsspannung des Eisens ≤ 1000 kg/qcm;
für die Zugspannung im Beton, falls eine Sicherheit gegenüber dem Auftreten von Rissen nachzuweisen ist, $\leq 2/3$ der durch Zugversuche nachgewiesenen Zugfestigkeit des Betons. Bei fehlendem Zugfestigkeitsnachweise darf die Zugspannung nicht mehr als ein Zehntel der Druckfestigkeit betragen;
für Druckspannung des Betons in Stützen und dergl. $< 1/10$ seiner Druckfestigkeit. Die Einlagen sind auf Knicken mit fünffacher Sicherheit zu berechnen;
für die Schubspannung — wie früher — der Wert von 4,5 kg/qcm, bei größerer Schubfestigkeit ein Fünftel dieser;
für die Haftspannung — ebenfalls wie bei den bisher gültigen Bestimmungen — der gleiche Wert wie für die Schubspannung.

In dem Abschnitte III:

Rechnungsverfahren mit Beispielen

erscheinen im besonderen die Berechnungen bemerkenswert, welche die Betonzugspannungen berücksichtigen[2]). Hier werden, unter Innehaltung der in dem vorliegenden Fortschrittshefte eingeführten Bezeichnungen, die folgenden Gleichungen aufgestellt:

a) für Platten:

$$1)\quad x = \frac{b \cdot h^2 + n\,F_e\,(h - c)}{b \cdot h + n\,F_e}.$$

---

[1]) Auch hier findet sich von neuem die nicht einwandfreie Bestimmung: „Das Elastizitätsmaß des Eisens ist zu dem Fünfzehnfachen von dem des Betons anzunehmen, wenn nicht ein anderes Elastizitätsmaß nachgewiesen wird". Es dürfte richtiger erscheinen, von der ziemlich feststehenden Elastizitätszahl des Eisens auszugehen, unstatt diese von dem stark schwankenden Werte der betreffenden Größe des Betons abhängig zu machen.

[2]) Vergl. hierzu auch die Ausführungen der Seiten 149, 178 und folgende.

2) $\sigma_{bd} = \dfrac{M \cdot x}{\left(\dfrac{bx^3}{3} + \dfrac{b(h-x)^3}{3} + n F_e y^2\right)}$ [1]).

3) $\sigma_{bz} = \dfrac{h - x}{x} \sigma_{bd}$.

4) $\sigma_e = n \cdot \dfrac{y}{x} \sigma_{bd}$.

b) für Plattenbalken, und zwar bei positivem Momente und Durchgang der Nulllinie durch den Steg:

1') $x = \dfrac{b_o \dfrac{h}{2} + (b - b_o) \dfrac{d^2}{2} + n F_e (h - c)}{b_o h + (b - b_o) d + n F_e}$.

2') σ_{bd} [2]) $= \dfrac{M \cdot x}{\left(\dfrac{b}{2} d (2x - d) \cdot v + \dfrac{b_o}{3} [(x - d)^3 + (h - x)^3] + n F_e y^2\right)}$ [3]).

3') $\sigma_{bz} = \dfrac{h - x}{x} \sigma_{bd}$.

4') $\sigma_e = n \cdot \dfrac{y}{x} \cdot \sigma_{bd}$.

Für eine Ermittelung der Querschnittsabmessungen erscheinen die unter b) gegebenen Gleichungen sehr unbequem. Es wird deshalb hier der Näherungsweg vorgeschlagen, die Nulllinie mit der Plattenunterkante zusammen fallen zu lassen. Alsdann ist $x = d$, also die Plattenstärke aus der quadratischen Gleichung zu bestimmen:

5) $\dfrac{b - b_o}{2} x^2 + (b_o h + n F_e) x = \dfrac{b_o h^2}{2} + n F_e (h - c)$.

Für σ_{bd} gilt dann weiter:

6) $\sigma_{bd} = \dfrac{M \cdot x}{\left(\dfrac{bx^3}{3} + b_o \dfrac{(h - x)^3}{3} + n F_e y^2\right)} = \dfrac{M \cdot x}{I_n}$ [4]).

Bei einem exzentrisch wirkenden Druck hat die Berechnung wie bei homogenem Baustoffe zu erfolgen, wobei in den Ausdrücken für die Querschnittsfläche und das Trägheitsmoment der Querschnitt der Eiseneinlagen mit seinem nfachen Werte zum Betonquerschnitt hinzuzurechnen ist. Auftretende Zugspannungen müssen durch Eiseneinlagen aufgenommen werden können.

[1]) Der Ausdruck innerhalb der Klammer stellt auch hier den Wert von I_n vor; gegenüber dem sonst üblichen Ausdrucke $\left(\frac{1}{3} b x^3 + n F_e y^2\right)$ kommt hier noch das Betonrechteck der Zugzone hinzu, dessen Trägheitsmoment in bezug auf die Nulllinie $= \frac{1}{3} b (h - x)^3$ ist. Es kann also auch hier die Betonspannung in der Form: $\sigma_{bd} = \frac{M x}{I_n}$ dargestellt werden.

[2]) Randspannung am oberen Plattenrande, in den Vorschriften mit σ_o bezeichnet.

[3]) Wegen der verschiedenen Bezeichnungen vergl. u. a. Abb. 62 auf S. 176.

[4]) Der Klammerausdruck ist wiederum $= I_n$; hier kommt, wenn $x = d$ ist, das Trägheitsmoment des Betonquerschnittes der Rippe unterhalb der Platte hinzu und zwar mit der Größe: $\frac{b_o (h - x)^3}{3}$.

Literatur-Nachweisung.

Neben der großen Anzahl einzelner in Textanmerkungen gegebener Literaturstellen seien die nachfolgenden Werke bezw. in sich abgeschlossenen Arbeiten besonders erwähnt.

1. Das System Monier in seiner Anwendung auf das gesamte Bauwesen, herausgegeben von G. A. Wayß. Berlin 1887, Polytechnische Buchhandlung.
2. Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung, herausgegeben von Wayß & Freytag A.-G., verfaßt von E. Mörsch. I. Aufl. 1902. II. Aufl. Stuttgart 1906, K. Wittwer.
3. Der Eisenbeton und seine Anwendung im Bauwesen. Übersetzung von Le béton armé et ses applications von Paul Christophe, ing. d. p. et ch. Berlin 1905, Tonindustriezeitung.
4. Reinforsed Concrete by Charles T. Marsh, second Edition. London 1905, A. Constable & Co.
5. Der Portlandzement und seine Anwendungon im Bauwesen. III. Auflage. Berlin 1905, Verlag der Deutschen Bauzeitung.
6. C. Berger und V. Guillerme, La construction en ciment armé. Paris 1902.
7. Concrete and Reinforced Concrete Konstruktion by Homer A. Reid. New York 1907, The Myron C. Clark Publishing Co.
8. Über die Festigkeit veränderlich elastischer Konstruktionen, insbesondere von Eisenbeton-Bauten von Dr.-Ing. R. Saliger. Leipzig 1904 (Stuttgart, A. Kröner).
9. Theorie der Verbundbauten in Eisenbeton und ihre Anwendung von G. Barkhausen. (Sonderabdruck aus Organ f. d. Fortschr. d. Eisenbahnwesens.) Wiesbaden 1907, C. W. Kreidels Verlag.
10. Die Verbundkörper aus Mörtel und Eisen im Bauwesen von G. Barkhausen. (Sonder-Abdruck aus der Zeitschr. f. Arch.- und Ing.-Wesen 1902, Heft 3.)
11. Schub- und Scherfestigkeit des Betons von E. Mörsch. (Sonder-Abdruck aus der Schweiz. Bauztg. Bd. XLIV, Nr. 25/27.) Zürich 1904.
12. Experimental-Untersuchungen über die Eigenschaften der Zement-Eisenkonstruktionen von A. Considère, übersetzt von M. Blodnig. Wien 1902, Lehmann & Wentzel.
13. Mitteilungen der Eidgen. Materialprüfungsanstalt am Schweiz. Polytechnikum zu Zürich. 10. Heft. Resultate der Untersuchung von armiertem Beton auf reine Zugfestigkeit und auf Biegung unter Berücksichtigung der Vorgänge beim Entlasten von F. Schüle. Zürich 1906, E. Speidel.
14. Grundzüge für die statische Berechnung der Beton- und Eisenbetonbauten von M. Koenen. II. Auflage Berlin 1905. III. Auflage Berlin 1906, Wilhelm Ernst & Sohn.
15. Zu den Fragen der einfachen, direkten und ökonom. Dimensionierung von Betoneisenkonstruktionen und der nutzbaren Plattenbreite bei Verbundplattenbalken von Dr. K. Jaray. (Sonder-Abdruck aus den Techn. Blättern (Zeitschr. des Deutsch. Polytechn. Vereins in Böhmen. Prag 1906.)
16. Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons. Heft I. Untersuchungen über die Dehnungsfähigkeit nichtarmierten und armierten Betons bei Biegungsbeanspruchung von A. Kleinlogel. Wien 1904, Verlag von „Beton und Eisen“.
17. Desgl. Heft II. Graphostatische Untersuchung der Beton- und Betoneisenträger von P. Weiske. Wien 1904, Ebenda.
18. Desgl. Heft III. Die Rolle der Haftfestigkeit im Verbundbalken von Dr. Ing. v. Emperger. Berlin 1905, Wilhelm Ernst & Sohn.
19. Desgl. Heft IV. Formänderungsarbeit der Eisenbetonbauten bei Biegung von K. Grabowski. Berlin 1906, Ebenda.
20. Desgl. Heft V. Die Abhängigkeit der Bruchlast vom Verbunde und die Mittel zur Erhöhung der Tragfähigkeit von Balken aus Eisenbeton von Dr. Ing. Fr. v. Emperger, Berlin 1906, Ebenda.
21. Desgl. Heft VI. Das Zusammenwirken von Beton und Eisen, eine Abhandlung auf Grund von Laboratoriums-Versuchen von E. Probst. Berlin 1906, Ebenda.

22. Desgl. Heft VII. Die Monolithät der Betonbauten von N. A. Shitkewitsch. Berlin 1906, Wilhelm Ernst & Sohn.
23. Prüfung der Druckfestigkeit des Betons von A. Martens. Sonder-Abdruck aus Baumaterialienkunde V, Nr. 9.
24. Versuche über den Gleitwiderstand einbetonierten Eisens von C. v. Bach. Berlin 1905, A. W. Schade.
25. Druckversuche mit Eisenbetonkörpern von v. Bach. Forschungsarb., herausgegeben vom Verein Deutscher Ingenieure. Heft 29. Berlin 1905, Julius Springer.
26. Mitteilungen über die Herstellung von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatz sowie über die Druckfestigkeit und Druckelastizität derselben von C. v. Bach. I. Teil. Stuttgart 1903. II. Teil. Stuttgart 1907, A. Kröner.
27. Versuche mit einbetonierten Thacher-Eisen von C. v. Bach. Berlin 1907, Julius Springer.
28. Versuche mit Eisenbetonbalken. Erster Teil von v. Bach. Berlin 1907, Ebenda.
29. Untersuchungen über die Elastizität des Zement-Mörtels von v. Bach. Z. d. V. d. I. 1895, S. 489; 1896, S. 1381; 1897, S. 241; 1902, S. 25.
30. Festigkeit und Formänderungen der Betoneisenkonstruktionen nach Biegungsbeanspruchung von M. Schüle. Schw. Bztg. Bd. XL, S. 237.
31. Die Biegung gerader Stäbe mit veränderlichen Dehnungskoeffizienten von M. Schüle. Dingl. polytechn. Journal 1902, Bd. 317, Heft 10, S. 149–154.
32. Zur Theorie der Zement-Eisenkonstr., Ö. Z. 1897, S. 20; Träger aus Materialien von veränderlichen Formänderungskoeffizienten, Ö. Z. 1898, S. 270; Über Versuchsergebnisse bei Erprobung von Beton und Betoneisenkonstr., Ö. Z. 1900, S. 781 und 1901, S. 665 — sämtlich von Spitzer.
33. Beitrag zur Berechnung von Beton und Eisenbetonbalken von Gensen. H. Z. 1903, S. 13.
34. Die Anwendung von Kraft- und Seileck auf die Berechnung der Eisenbetonbauten von Dr. Ing. P. Weiske. Dinglers polytechn. Journal 1903, Heft 49/50.
35. Leitfaden für das Entwerfen und die Berechnung gewölbter Brücken von G. Tolkmitt, zweite Auflage von A. Laskus. Berlin 1902, Wilhelm Ernst & Sohn. — Fünfter Abschnitt. Brückengewölbe mit Eiseneinlage S. 69 usw.
36. Der Eisenbeton in Theorie und Konstruktion von Dr.-Ing. R. Saliger. Stuttgart 1906, A. Kröner.
37. Die Bauweise Hennebique von Dr. W. Ritter. Sonder-Abdruck aus der Schweizer Bauzeitung 1899, Bd XXXIII, Nr. 5, 6, 7. Zürich 1900, Ed. Rascher.
38. La construction des ponts au XX[e] siècle. Les ponts Hennebique, herausgegeben von Le béton armé 1906.
39. Die Beton-Eisen-Brücke Chauderon-Montbenon in Lausanne von J. Melan. Berlin 1906, Wilhelm Ernst & Sohn.
40. H. Walter und P. Weiske, Stat. Berechnung der Träger und Stützen am Beton mit Eiseneinlagen. Kassel 1902, F. Kessler.
41. Bestimmung der Stärken, Eisenquerschnitte und Gewichte von Eisenbetonplatten. Zahlentafeln etc. von Ramisch und Göldel. Berlin 1906, Tonindustrie-Zeitung.
42. Eisen-Portlandzement. Taschenbuch über die Erzeugung und Verwendung des E.-P.-Z. II. Auflage, herausgegeben vom Verein Deutscher Eisenportlandzement-Werke. Düsseldorf 1904.
43. Einflußlinien für beliebig gerichtete Lasten. Dissertation von Fr. Kögler. Dresden 1906.
44. Beton-Kalender. Taschenbuch für den Beton und Eisenbeton. Berlin 1906 und 1907, Wilhelm Ernst & Sohn.
45. Beton und Eisen, Zeitschrift. Jahrgang 1902–1907.
46. Zement und Beton, Zeitschrift. Jahrgang 1904–1907.
47. Deutsche Bauzeitung. Mitt. über Zement, Beton- und Eisenbetonbau. Jahrgang 1904–1907.

Auch sei auf die ausländischen Spezialzeitschriften:

Le Béton armé (Système Hennebique, Paris),
Le Ciment (N. de Tedesso, Paris),
Le Fer-Béton (Système Matrai, Paris),
The doings of expanded metal (Streckmetall),
Cement and Engineering News (Chicago),
Cement (Progress Publ. Co., New York),
Il Cemento (Genua),
El Cemento armado (Madrid),

verwiesen.

